# ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ


№ 7
ИЮЛЬ 2014

МОРСКОЙ РАЗГОВОР

ЗНАКОМЬТЕСЬ: 12-УГОЛЬНИК!

ФОКУС-ПОКУС

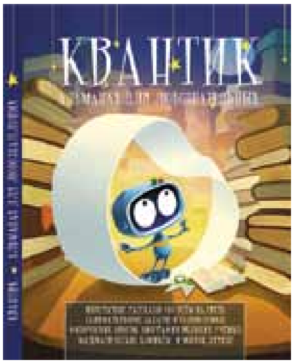
Enter

№ 7 | июль 2014
Издаётся при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО)
e-mail: kvantik@mccme.ru

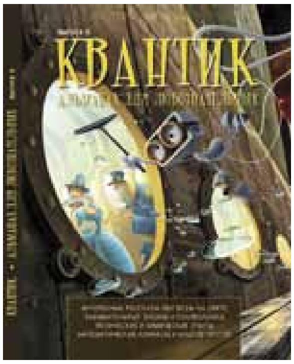
# ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

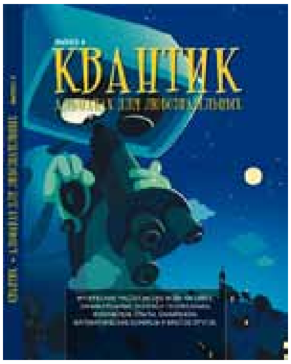
Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России. Подписаться на следующий месяц можно до 10 числа текущего месяца. Наш подписной индекс **84252** по каталогу Роспечати.

**Почтовый адрес: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., д.11, журнал «Квантик». Подписной индекс: 84252**








Первые четыре выпуска
**АЛЬМАНАХА «КВАНТИК»**
с материалами номеров 2012
и 2013 года,
а также все остальные вышедшие номера можно купить в магазине
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА»
по адресу: г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11,
**http://biblio.mccme.ru**
или заказать
по электронной почте:
**biblio@mccme.ru**

ISSN 2227-7986

**www.kvantik.com**
**@ kvantik@mccme.ru**
**kvantik12.livejournal.com**
**vk.com/kvantik12**

**Открыта подписка на электронную версию журнала!**
Подробности по ссылке: **http://pressa.ru/magazines/kvantik#/**

Главный редактор: Сергей Дориченко
Зам. главного редактора: Ирина Маховая
Редакция: Екатерина Антоненко, Александр Бердников, Алексей Воропаев, Дарья Кожемякина, Андрей Меньщиков, Максим Прасолов, Григорий Фельдман
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Верстка: Ира Гумерова, Рая Шагеева
Обложка: художник Ольга Демидова
Формат 84х108/16. Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
**ISSN 2227-7986**
Тираж: 3000 экз.
**Адрес редакции:** 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел. (499)241-74-83.
e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи Почты России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ЗАО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

# СОДЕРЖАНИЕ



Наталья Рожковская

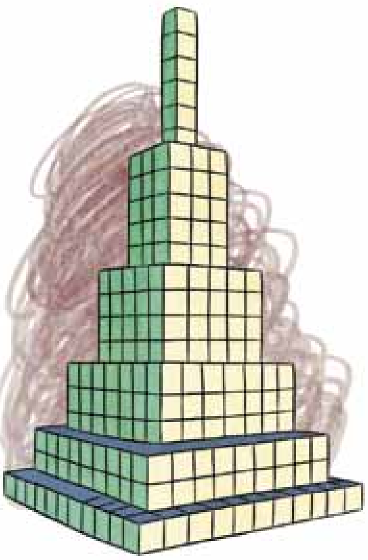
# СОЛ ЛЕ ВИТТ: художник, который любил перебирать все случаи

В современном музее искусства наряду с пейзажами, натюрмортами и портретами можно увидеть абстрактные картины из бесформенных пятен и геометрических фигур или загадочные предметы и замысловатые конструкции из очень странных материалов. Порой даже взрослые посетители музея недоумённо пожимают плечами: «Что это? Что художник хотел этим сказать? Какой в этом смысл и почему это называется искусством?» Здесь мы оставим этот сложный вопрос без ответа, но поговорим об одном знаменитом современном художнике. Нам кажется, что его произведения могли бы заинтересовать читателей журнала «Квантик».

Речь идёт об американском *художнике-концептуалисте* Соле Ле Витте. Его работы оказали большое влияние на развитие искусства XX века. По-видимому, произведения Ле Витта никогда не выставлялись в России, но они широко известны во всем мире.

Для художника-концептуалиста самая важная часть произведения – это идея. Он стремится сделать своё творение интеллектуально интересным зрителю, во многих случаях стараясь избавить произведение от эмоций, но и не навевая при этом скуку.

Иногда, чтобы понять идею произведения, нужно обладать какой-то дополнительной информацией о творчестве художника. Но, как вы увидите ниже, идеи Ле Витта самодостаточны и связаны с математикой. Художник стремился, чтобы внимательный посетитель выставки мог увидеть идею самостоятельно, без дополнительных объяснений.



«1 3 5 7 9 11»

Ле Витт любил работать с несложными геометрическими формами – кругами, квадратами, кубами, прямыми линиями. Из этих форм он составлял рисунки, причём частенько он рисовал не на холсте, а прямо на стенах музея. Также он составлял композиции из трёхмерных объектов. Многие рисунки и трёхмерные инсталляции Сола Ле Витта организованы по какому-то правилу, и зрителю предлагается отгадать это правило. Ведь это же очень интересно: подойдя в музее к какой-то группе геометрических фигур и изучив её внимательно, понять, что, оказывается, эти фигуры расположены здесь не просто так, а по какой-то закономерности.

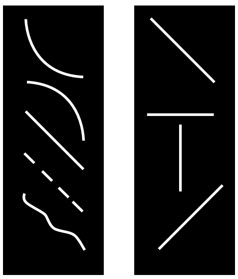
Например, посмотрите на рисунок на предыдущей странице. Он изображает скульптуру, которая называется очень просто: «1 3 5 7 9 11». Догадались ли вы, почему?

А вот другой знаменитый проект Ле Витта (см. фото справа). Эту роспись выставляли во многих музеях мира. Каждый раз стену раскрашивали по инструкциям художника с учётом особенностей помещения.

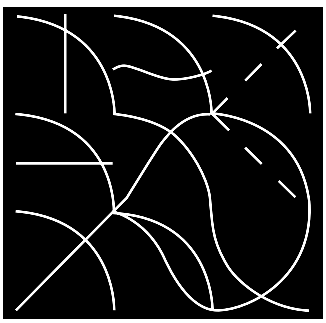
«Настенная роспись № 260» – всевозможные комбинации из линий нескольких типов. Фото: Bava Alcide57, Википедия.

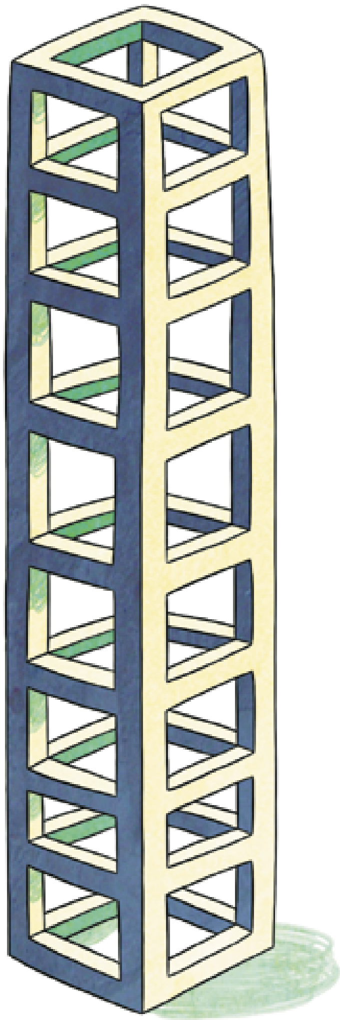
«Настенная роспись № 260» – это целая комната, где стены выкрашены в чёрный цвет и украшены узорами из белых линий (в самом первом варианте линии рисовались мелом). Узоры составлены не случайно, а по определённому правилу. Стена разбита на квадраты, и в каждом квадрате нарисована пара линий.

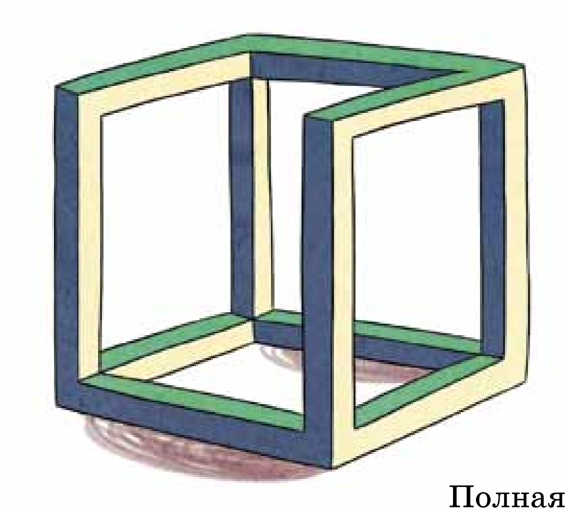
Каждая линия соединяет либо противоположные стороны квадрата, либо противоположные углы и имеет один из пяти типов: это либо дуга в форме четверти окружности, вогнутая в одну или другую сторону; либо прямая линия; либо пунктирная линия; либо неровная линия случайной формы:

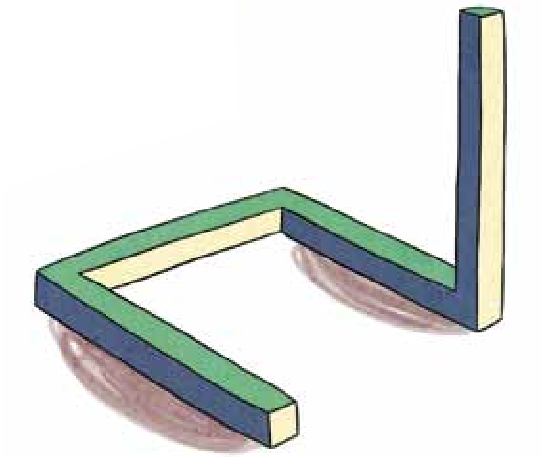
5 типов линий  4 направления

Вот, например, кусочек росписи с некоторыми из возможных комбинаций (этот кусочек состоит из 9 квадратов):









Полная роспись стены составлена из всех различных пар линий (включая даже вариант, когда пунктирная и сплошная линии в квадрате идут в одном направлении). Посчитайте, сколько всего таких комбинаций существует. Иначе говоря, из скольких квадратиков состоит роспись стены этого проекта?

Очень многие проекты Сола Ле Витта основаны на точно такой же идее: представлены все возможные комбинации объектов, обладающих какими-то свойствами. В большинстве случаев математическое описание этих проектов не представляет большого труда: так же как и для «Настенной росписи № 260», для них легко посчитать число всех возможных вариантов. Однако есть несколько проектов Ле Витта с отнюдь не очевидным комбинаторным описанием. Один из самых сложных и самых известных проектов Ле Витта называется так: «Вариации неполных открытых кубов». Он состоит из 122 скульптур, таких, как вы видите на рисунках на страницах 4 и 5 (схематически все 122 скульптуры изображены внизу страницы 5).

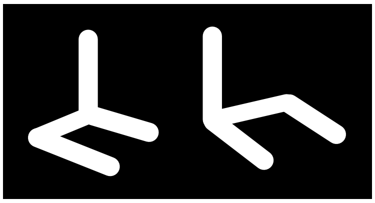
Правило опять очень простое. Каждая скульптура – это куб, у которого убрали несколько рёбер. При этом обязательно соблюдаются следующие условия:

1. Структура должна оставаться трёхмерной. Например, плоский квадрат или просто одно ребро уже не включаются в список.

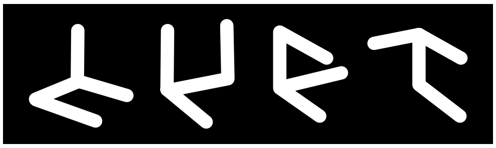
2. Структура должна оставаться цельной – состоять из одного куска.

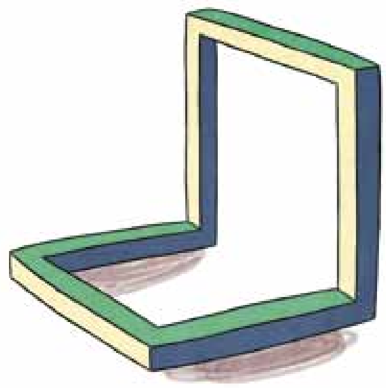
3. Две структуры считаются одинаковыми, если одну можно повернуть в пространстве и получить другую.

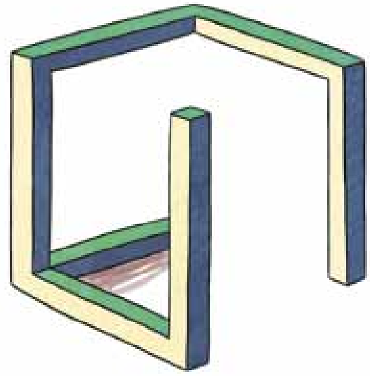
Например, эти две структуры разные, они – симметричные образы друг друга:



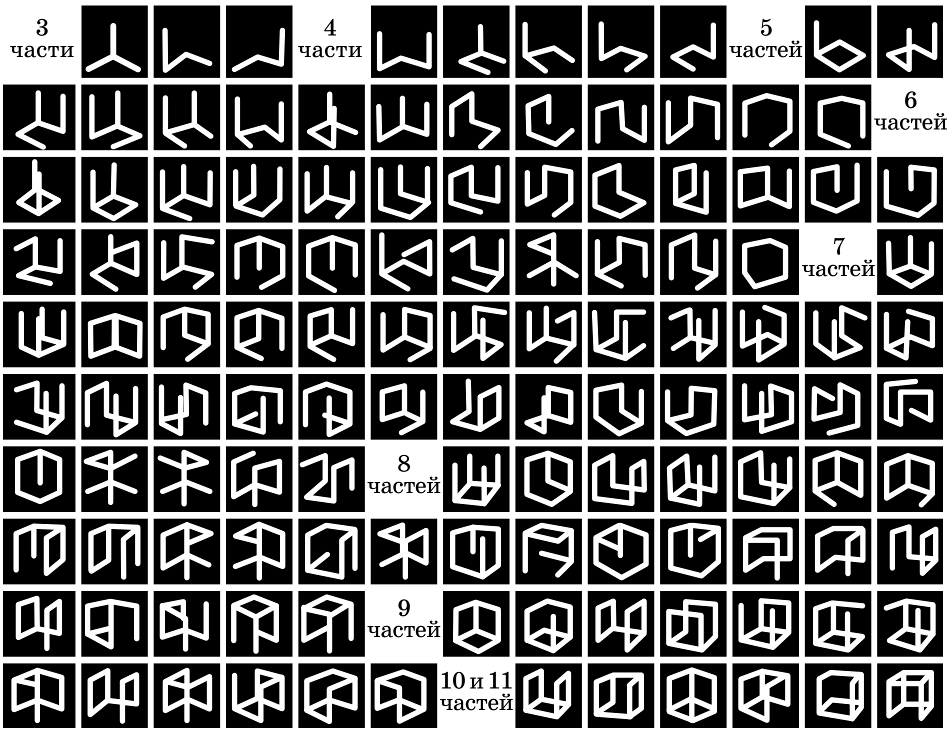
А эти структуры считаются одинаковыми, потому что любую из них можно поворотом перевести в другую:

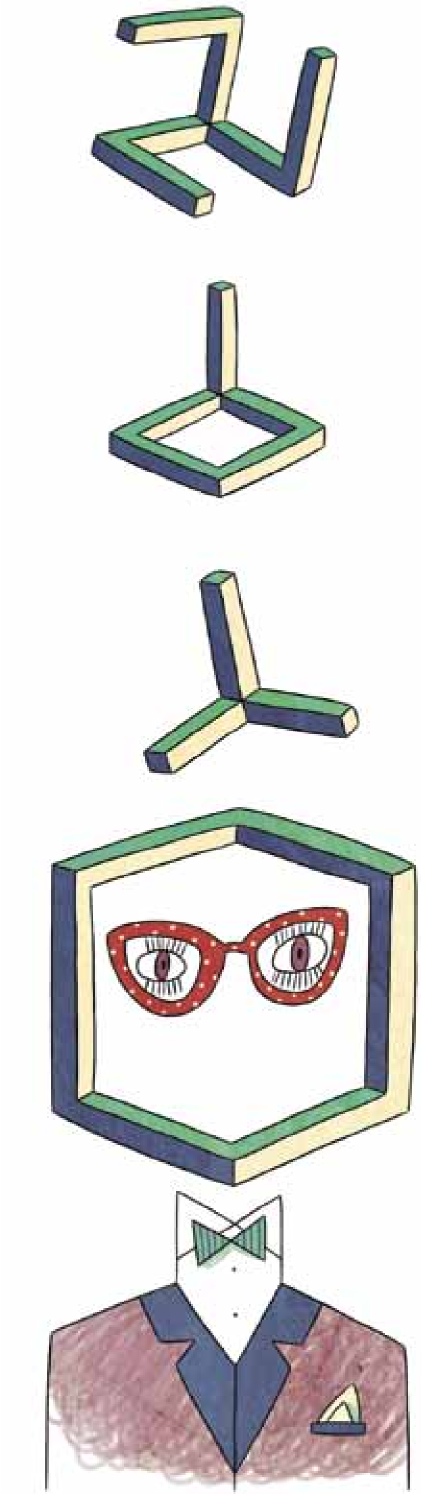






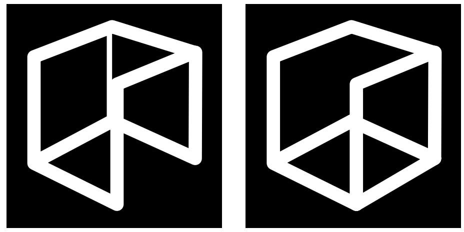
Мы не будем предлагать читателям «Квантика» проверить, что получается именно 122 открытых неполных куба, потому что этот вопрос значительно сложнее, чем, например, число комбинаций для «Настенной росписи № 260». Когда Ле Витт начинал работать над этим проектом, он не догадывался, насколько сложно будет убедиться, что все варианты учтены и ни один случай не пропущен. В конце концов, для проверки своих выкладок он перестал рисовать диаграммы на бумаге и сделал маленькие модели из проволоки. Когда художника спросили, почему он не стал искать в тот момент совета у какого-нибудь математика, Ле Витт ответил: «Во-первых, я думал, что всё будет просто и мне это не понадобится. Во-вторых, я не знал ни одного математика, которого я мог бы спросить. И в-третьих, это был некий вызов – сделать всё самому. Как в игре или головоломке, и я хотел решить её сам».





Ле Витт организовал неполные кубы в группы по числу рёбер, как показано на рисунке внизу предыдущей страницы. По диаграммам были сделаны сами скульптуры – большие белые алюминиевые каркасы. И с тех пор многие посетители выставок художника, видя в зале эти белые остовы неполных кубов, задаются вопросами: «Не ошибся ли художник? Не пропустил ли он каких-то случаев? И почему это, казалось бы, простое правило даёт такой сложный ответ?»

Оказывается, художник *почти* не ошибся. Все неполные открытые кубы в этом списке нарисованы правильно, кроме одного. И мы предлагаем вам найти эту небольшую ошибку художника, посмотрев внимательно на кубы 10/4 и 10/5. Утверждается, что один из этих двух кубов нужно заменить другой картинкой. Можете ли вы объяснить, какой именно и почему?



Кубы 10/4 и 10/5

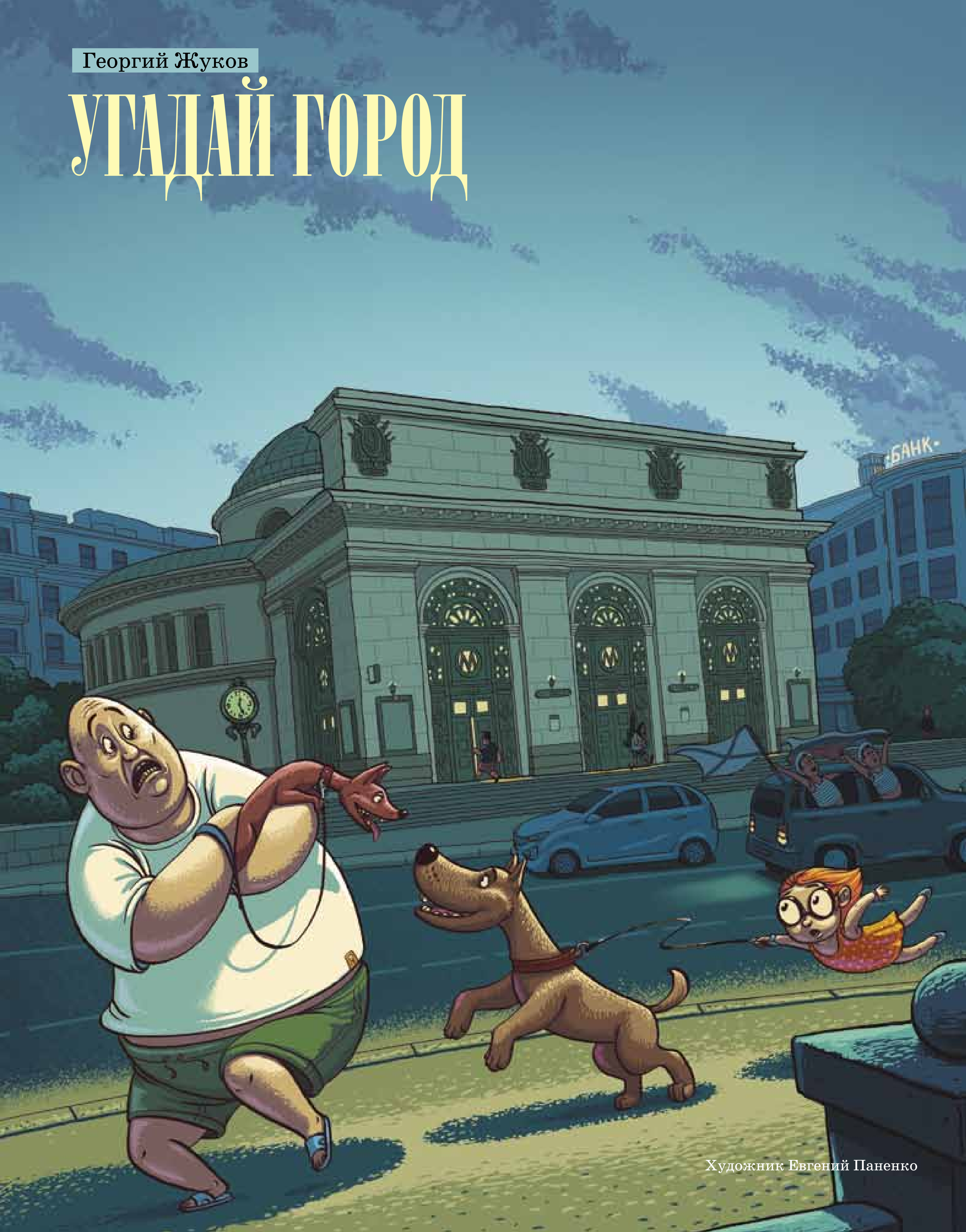
Заметим в заключение, что задача Сола Ле Витта относится к тому типу задач, которые требуют рассмотрения многих случаев и часто решаются перебором. Основная сложность здесь – как организовать алгоритм перебора, чтобы с ним быстро справился человек или хотя бы компьютер. Этим в какой-то степени и объясняется тот факт, что проект Ле Витта с неполными открытыми кубами оказался значительно сложнее других – комбинаторика этого проекта не описывается простыми формулами.

К слову, математики, конечно, тоже интересуются подобными задачами – они связаны с сохраняющими расстояние *вложениями графов в кубы*. Мы не будем сейчас объяснять, что это такое. Отметим только, что у таких вложений много хороших свойств, которые облегчают их изучение. Этот раздел комбинаторики имеет приложения в компьютерных технологиях и в химии.

Художник Наталья Гаврилова

Георгий Жуков

# УГАДАЙ ГОРОД




Художник Евгений Паненко


Роберт Гук

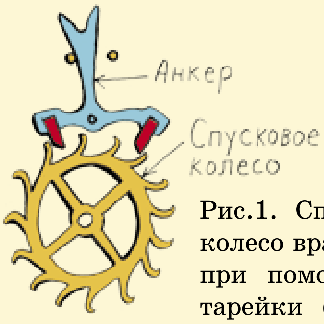



Рис.1. Спусковое колесо вращается при помощи батарейки (раньше её роль выполняла заводная пружина или гиря).
Анкер колеблется, заставляя спусковое колесо крутиться не непрерывно, а на одно деление за фиксированное время


Рис.2. Балансир со спиральной пружиной работает как маятник – балансир делает колебания анкера не слишком быстрыми и довольно равномерными, экономно расходуя энергию спускового колеса, а пружина ещё улучшает эти свойства

Английский учёный Роберт Гук (1635–1703) в 1660 году открыл закон, связывающий силу и деформацию, которую она вызывает в твёрдом теле. Закон, который сейчас называют законом Гука, утверждает, что упругая деформация тела прямо пропорциональна величине приложенной силы. На латыни Гук записал этот закон следующим образом: *«Ut tensio, sic uis»*, что дословно означает «Какова сила, таково и удлинение». В те времена учёные, объявляя о своих открытиях, иногда шифровали их, так как боялись, что эти открытия кто-нибудь присвоит. Поступил так и Гук. Из латинской формулировки своего закона он сделал анаграмму – переставил буквы в алфавитном порядке. В результате получилось следующее: *«ceiiinosssttuu»*. Эту анаграмму он и опубликовал в 1676 году, а в 1678 году расшифровал.

Среди многочисленных открытий и изобретений, принадлежащих Гуку, упомянем его самое главное техническое изобретение – карманные часы с небывало высокой для того времени точностью хода. Они отставали или спешили меньше чем на минуту в день. Чтобы обеспечить такую высокую точность, Гук включил в конструкцию часов анкерный механизм (рис. 1) и спиральную пружину (рис. 2). До изобретения Гука часы надо было подводить ежедневно, так как они могли убежать или отстать за это время больше чем на 15 минут. К концу XIX века пружинные часы Гука были усовершенствованы и их точность возросла ещё в 10 раз, что позволяло морякам точнее фиксировать момент наступления полдня и определять долготу своего положения в открытом море с точностью до 0,5 градуса.

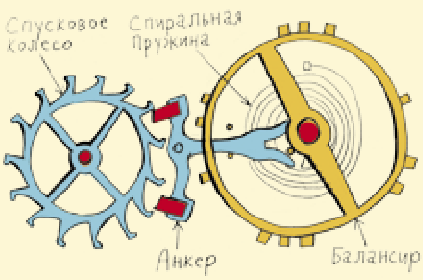
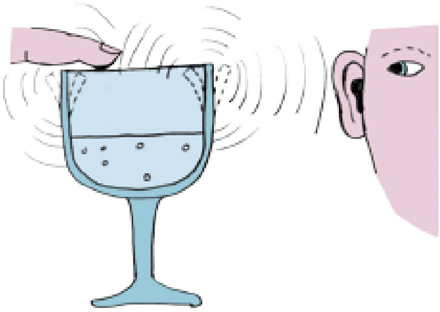



Рис.3. Спусковое колесо подталкивает балансир через анкер. В результате балансир работает как маятник всё время, пока крутится колесо

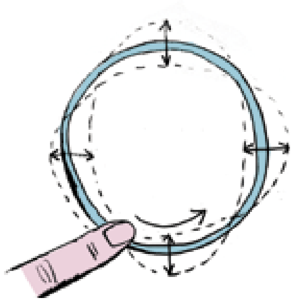
В опыте из «Квантика» № 6 за 2014 год стеклянный бокал начинал звучать, когда по его краю проводили влажным пальцем. Известно, что стекло производят из речного песка, который вместе с другими породами (гранит, мрамор, известняк и др.) является частью земной коры. Таким образом, почти все твёрдые тела можно считать «земной» стихией Эмпедокла, и все они могут стать источниками звука. А теперь ответим на вопрос, почему соприкосновение твёрдых тел приводит к возникновению звука.



## ОБЪЯСНЕНИЕ ОПЫТА 4

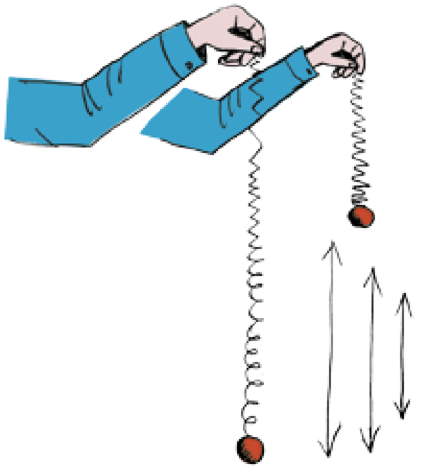
### ПОЧЕМУ ПОЮТ БОКАЛЫ?

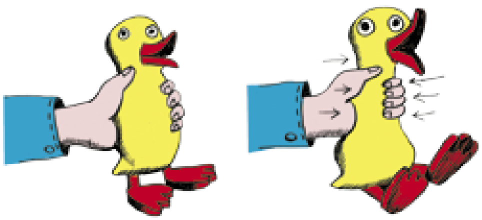
Чтобы понять, почему поют бокалы, для начала надо понять, что такое звук. Это тема для отдельной статьи, но нам сейчас достаточно того, что звук – это колебания воздуха.

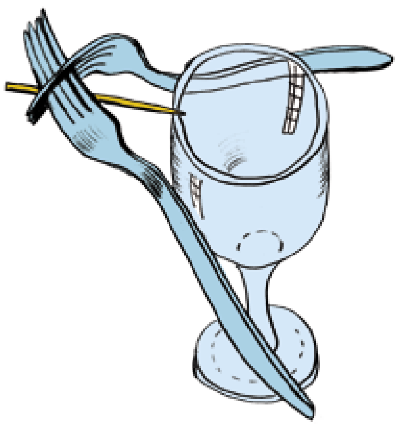


Часто воздух колеблется потому, что свои колебания ему передают твердые тела. Например, когда человек говорит, его голос раздается потому, что у него в горле колеблются голосовые связки. При игре на гитаре звук получается от того, что колеблются струны – для этого музыкант дёргает их или ударяет по ним пальцами. Немного иначе получается звук при игре на скрипке. Когда музыкант ведёт по струне смычком, струна за счёт трения оттягивается на некоторое расстояние. Сила упругости стремится вернуть её обратно; как только эта сила превысит силу трения, струна «срывается» со смычка, совершая колебание, а смычок снова «захватывает» её, и всё повторяется – в итоге струна колеблется, и мы слышим звук.


С поющим бокалом всё устроено почти так же, как со скрипкой: если вести пальцем по краю бокала, мелкие неровности кожи то цепляются за стекло, то срываются, заставляя стекло колебаться. Разница со скрипичной струной в том, что эти колебания – микроскопические, глазом их не увидеть (хотя можно почувствовать пальцем). Впрочем, если в бокал налита вода, то, «играя» на бокале, можно заметить возникающие на поверхности воды волны. Значит,







стекло бокала действительно колеблется: колебания бокала передаются воде и становятся видимыми.

Для того, чтобы опыт удался, важно, чтобы стекло и палец не были жирными (ведь тут работает сила трения); палец надо смочить водой для лучшего сцепления (смычок для аналогичной цели натирают канифолью).

Но почему же бокал с водой звучит ниже, чем бокал без воды? Точное объяснение непросто, но примерно это явление можно объяснить так. Более низкими нам кажутся те звуки, при которых воздух колеблется медленнее. А теперь давайте представим себе пружинный маятник – пружинку с прикреплённым к ней грузиком. На видео, размещенном на сайте «Квантика», показаны колебания пружинного маятника, который можно сделать из пластмассовой пружины-слинки и мандарина. Из опыта видно, что пружина с мандарином колеблется гораздо реже, чем без него. Действительно, чем больше груз, тем больше времени требуется пружине, чтобы вернуть его в исходное положение. Примерно то же происходит и с бокалом: заполнив бокал водой, мы увеличиваем массу, которая колеблется, и поэтому частота колебаний уменьшается, как у пружины, когда к ней прикрепили мандарин.

## ОПЫТ 5

### ПОЧЕМУ ВИЛКИ НЕ ПАДАЮТ?

Возьмите две вилки, соедините их, а в промежуток между ними воткните деревянную зубочистку. Затем разместите эту конструкцию на стеклянном бокале (или высоком стакане) так, чтобы она касалась края бокала только зубочисткой (см. рисунок слева). При этом постарайтесь, чтобы конструкция не падала, а висела на краю устойчиво. То, что это действительно можно сделать, показано на видео на сайте «Квантика».

А теперь ответьте на два вопроса:

*Почему конструкция из двух вилок и зубочистки такая устойчивая?*

*Где находится центр тяжести этой конструкции?*

Редакция журнала ждёт ваших объяснений этих опытов. Лучшие ответы и видео опытов будут опубликованы на сайте «Квантика». В следующих номерах журнала читайте описание новых опытов из рубрики «Четыре стихии Эмпедокла».

Художник Артём Костюкевич

# Прогулка с лингвистом


## Чудеса лингвистики

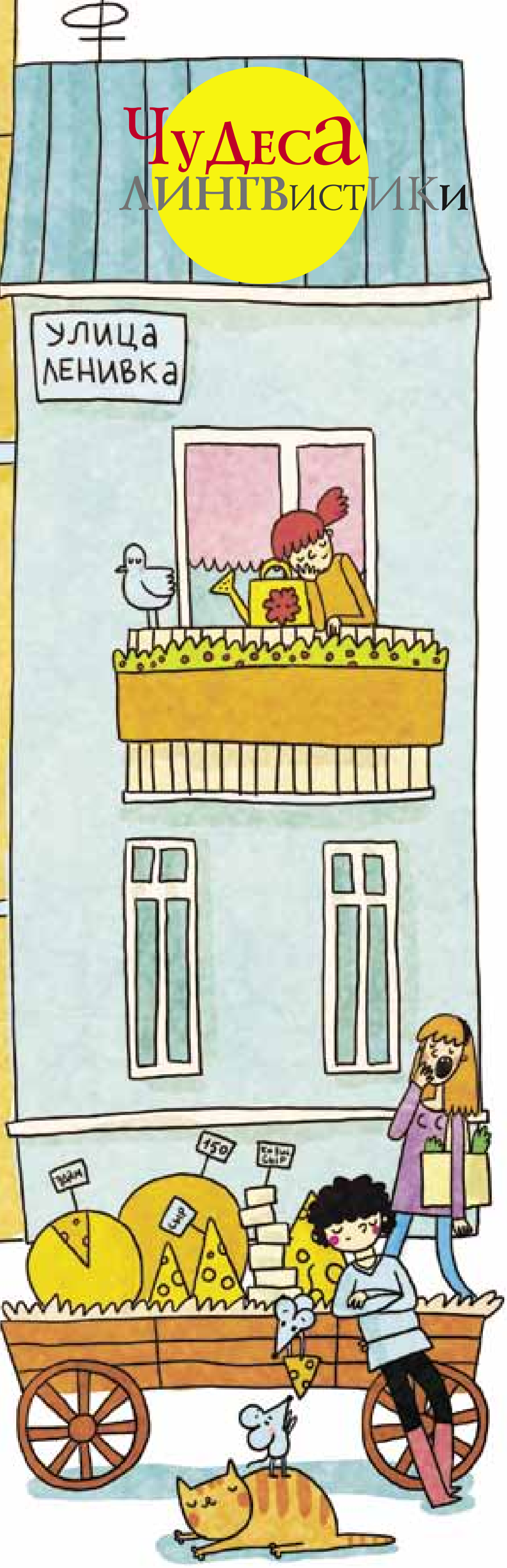
Вероника Юрченко

Сегодня мы с вами поговорим о городе. Конечно же, с точки зрения лингвиста. Вот, например, «улица»... Мы так часто используем это слово! А у него есть свои секреты... и очень интересные этимологические связи.

Запомните: слово «улица» не имеет ничего общего с лицом! Хотя такая версия некоторое время существовала в лингвистике. Мол, улица проходит по фасадам домов, то есть по их наружной части. Представлялось, что фасад и был «лицом» дома. Якобы так и получилось слово «улица»! Однако это предположение неверное. Посмотрите на однокоренные слова: переулок, улочка, проулок... Сами понимаете: у улицы нет ничего общего с лицом.

Большинство лингвистов согласны, что слово «улица» происходит от древнего славянского корня -ul-. Предполагают, что в старину существовало слово, которое произносилось как «ула». Под ним понималось любое свободное, расчищенное от препятствий пространство. А вот в толковых словарях говорится, что современная улица – это «открытое для свободного прохода и проезда пространство между двумя рядами домов в населённом пункте». В древние времена земля, на которой жили славяне и родственные им племена, была покрыта густыми лесами. Сколько сил и времени было нужно, чтобы обустроить новое поселение! Поэтому главным признаком улицы была её пустота, свободное пространство, отсутствие зарослей. Поэтому и считают, что русское слово «улица» происходит от того самого древнего корня -ul-.

Да, и теперь вы уже не будете удивляться, что родственником улицы считается... улей! При чём здесь улей, спросите вы. Подумайте сами: он представляет собой сложную иерархию из перегородок и «коридорчиков», по которым передвигаются пчёлы. Некоторые ячейки заполнены мёдом, а некоторые... пустые. Вот и «ула» – то самое свободное пространство. Между прочим, в латинском языке есть слово alveus. Догадайтесь, как оно переводится?! Ну конечно же, это улей.




Вы удивитесь, но и слово «улитка» имеет ту же самую этимологию. Почему? Потому что раковина улитки полая внутри. Кстати, и это ещё не всё. У слова «улитка» интересный морфемный состав. Казалось бы, что может быть общего между улиткой и прилагательными «сердитый», «именитый»?.. Как вы понимаете, речь идёт о суффиксе -ит-.

**Гуляем по Москве…**

А теперь предлагаем вашему вниманию виртуальную прогулку по Москве. Но это не простая экскурсия, основная наша цель – познакомиться с этимологией известных и необычных городских названий. В центре Москвы есть небольшая улица с удивительно милым названием – Ленивка. Неужели там жили лентяи?! Так, да не так. На этом месте располагался Ленивый Торжок, там люди продавали свой товар, не снимая его с возов и телег. Получается, продавцы ленились, потому что по правилам надо было выставлять свои изделия на землю.

Нередко улица получала своё название потому, что на ней находилось то или иное важное здание – чаще всего религиозного назначения. Вот, например, улица Знаменка. В конце XVI века на этом месте была построена церковь Знамения Пресвятой Богородицы, сейчас увидеть её уже невозможно: снесена в прошлом столетии. Похожа ситуация и с улицей Воздвиженкой. Некогда на ней был построен Крестовоздвиженский монастырь. Третьей вспомним улицу Ильинку – ведь там был построен Ильинский монастырь.

А вот ещё одна центральная московская улица, известная и за пределами России – так много сохранилось на ней исторических зданий. Мы имеем в виду Остоженку. Эта улица идёт вдоль берега Москвы-реки, раньше в этих местах были заливные луга. А что остаётся от покоса травы? Верно – стога, сено…

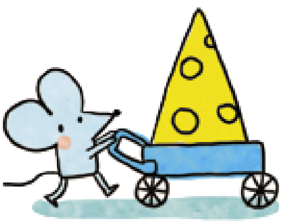

Постойте! Стога? Так и получилось название «Остоженка»: от слова «стог».

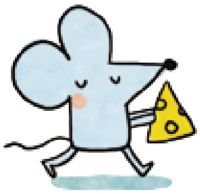
Некоторые улицы названы по тому, какие люди жили на них. Вам ничего не говорят названия «Малая Ордынка» и «Большая Ордынка»? Не все историки и лингвисты согласны в этом вопросе, но большинство считает, что на них селились выходцы из Золотой Орды. Вспомним и про Маросейку. Сначала она называлась Малороссийкой, потому что на ней находилось Малороссийское подворье. В старину Украину именовали Малороссией. Именно на этом подворье останавливались украинские купцы и священники.

Часть улиц называлась по другому принципу: если в одном из домов жили князья. На одной из улиц жили князья Волконские – так и получилась Волхонка. Кстати, в ряде исследований упоминается кабак «Волхонка», который открылся в доме, принадлежавшем Волконским. Мол, от него и появилось название… Точно сказать, правда это или нет, невозможно. Некоторые улицы названы по фамилии домовладельцев. Приведем два примера: Большая Молчановка (домовладелец стрелецкий полковник М.А. Молчанов) и Брюсов переулок (домовладелец – один из сподвижников Петра I Яков Брюс).

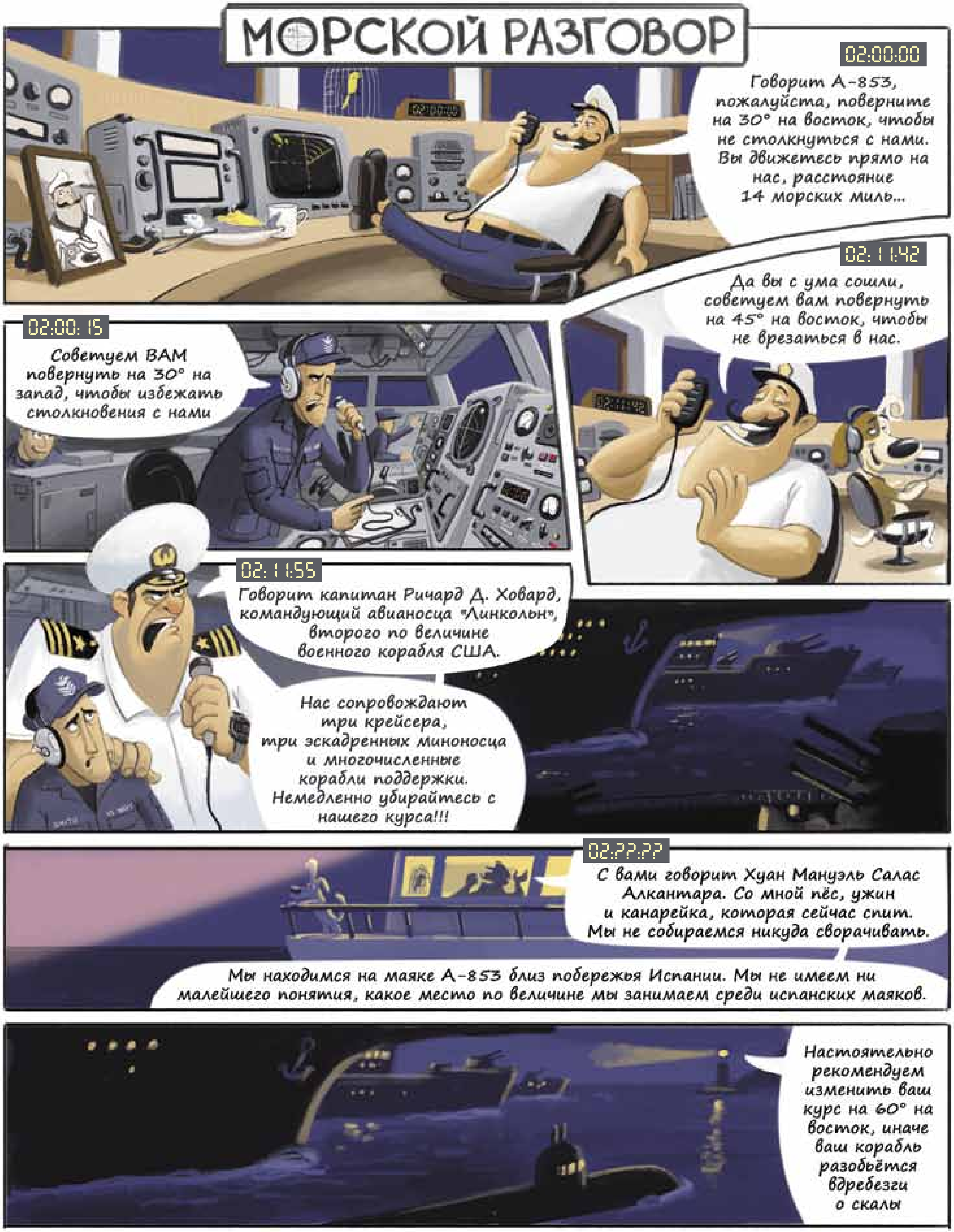
В старину в Москве люди селились неравномерно, появлялись слободы. А между такими селениями обычно были поля и луга. Теперь они исчезли, но прошлое отразилось в названиях этих мест. Лужнецкая набережная сейчас находится именно на том месте, где раньше были «государевы луга». С улицей под названием Большая Полянка примерно та же ситуация: в XVI веке в этом районе вспахивалось множество полей. Вот вам и поля, и луга! Невероятно: когда-то вместо оживленных улиц и шумных трасс в этих местах росли деревья и цветы, текли ручейки…

Именно такой предстаёт Москва глазами лингвиста…





Художник Евгения Голубева


МОРСКОЙ РАЗГОВОР
02:00:00
Говорит А-853, пожалуйста, поверните на 30° на восток, чтобы не столкнуться с нами. Вы движетесь прямо на нас, расстояние 14 морских миль...
02:00:15
Советуем ВАМ повернуть на 30° на запад, чтобы избежать столкновения с нами
02:11:42
Да вы с ума сошли, советуем вам повернуть на 45° на восток, чтобы не врезаться в нас.
02:11:55
Говорит капитан Ричард Д. Ховард, командующий авианосца "Линкольн", второго по величине военного корабля США.
Нас сопровождают три крейсера, три эскадренных миноносца и многочисленные корабли поддержки. Немедленно убирайтесь с нашего курса!!!
02:??:??
С вами говорит Хуан Мануэль Салас Алкантара. Со мной пёс, ужин и канарейка, которая сейчас спит. Мы не собираемся никуда сворачивать.
Мы находимся на маяке А-853 близ побережья Испании. Мы не имеем ни малейшего понятия, какое место по величине мы занимаем среди испанских маяков.
Настоятельно рекомендуем изменить ваш курс на 60° на восток, иначе ваш корабль разобьётся вдребезги о скалы

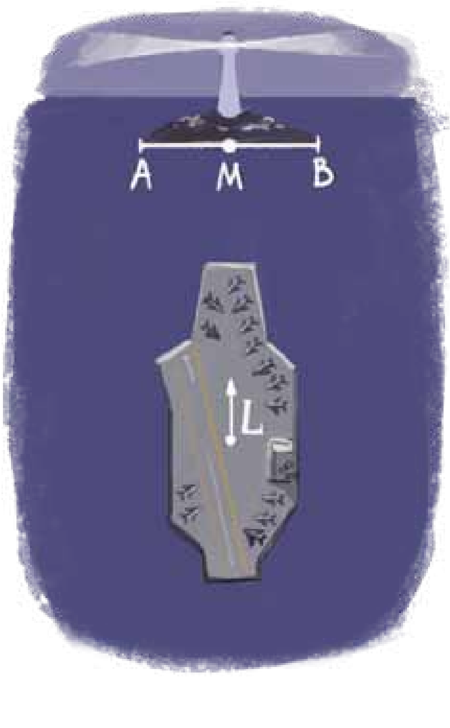
Константин Кохась,
Анна Могилева

Не будем обсуждать правдоподобность этой истории, тем более что мировая общественность никак не может договориться, произошло ли это или что-то подобное у берегов Испании, Канады или Шотландии и какой именно крупный корабль пытался наехать на маяк. Да и углы, упомянутые в этом разговоре, слишком велики, мы задали их, чтобы приблизить сюжет к школьной тематике. Манёвр «экстренный поворот на $60^\circ$» весьма опасен для крупного корабля. Расследование катастрофы с южнокорейским паромом «Севоль», произошедшей в апреле 2014 года, показало, что паром перевернулся из-за того, что сделал крутой поворот на... $15^\circ$.

**Попробуем решить геометрическую задачу.**

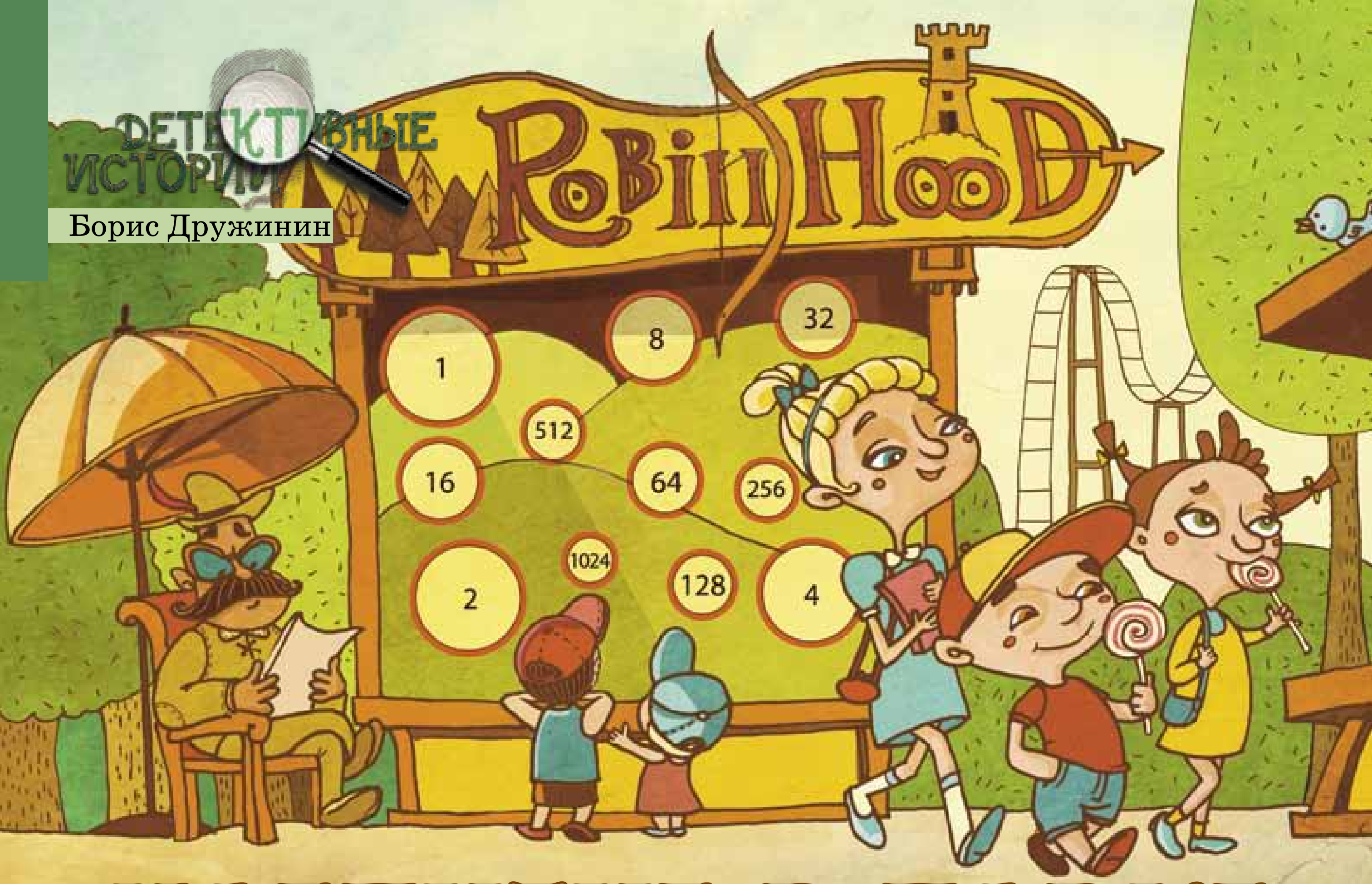
Будем считать, что маяк $M$ находится посередине узкого острова $AB$, протянувшегося с запада на восток. А авианосец $L$ с постоянной скоростью идёт в направлении строго с юга на север. Для удобства также будем считать, что число 14 из приведённого разговора – это округление числа $8\sqrt{3}$. В этих предположениях найдите

1) скорость авианосца;
2) время, когда была сказана фраза про канарейку.




Художник Максим Калякин

Борис Дружинин




# ЧАЕПИТИЕ В ПАРКЕ

Как-то в жаркий летний денёк в гости к Лизе приехала двоюродная сестра Настя. Прихватив с собой Вову, они пошли погулять в парк. У входа висело объявление:

КОНКУРС
ЛУЧШИЙ ROBIN HOOD
ТОЧНО В ЦЕЛЬ

– Тут, наверное, ошибка, – заметила Настя. – Надо писать «good». Ведь Робин Гуд хороший, он бедным помогал.

– «Помогал», – усмехнулся Вова. – Он богатых делал бедными.

– «Hood» переводится как колпак, шлем, – добавила Лиза. – Этот Робин всегда голову в капюшон прятал, от властей скрывался. Но стрелял он из лука действительно лучше всех.

– Так пойдём постреляем и мы, – предложил Вова. – Может, приз какой выиграем?

И друзья отправились в тир. Там каждому выдали по три стрелы и лук. Требовалось попасть в воздушные шарики. На каждом шарике было написано количество очков, начисляемых за попадание в этот шарик (см. рисунок). Естественно, чем крупнее шарик, тем меньше очков он приносил. Приз вручался тому, кто набирал в сумме 1792 очка.

Увы, до приза никто не дотянул. Больше всех очков набрала Настя – 256,


потом Лиза – 144, а Вова гораздо меньше подружек – 35.

**А кто из ребят поразил больше шариков?**

Потом друзья стреляли в мишень и выпустили по 3 стрелы каждый. Крестиками отмечены точки, куда попадали их стрелы. Настя набрала 6 очков, Лиза набрала 7 очков, а Вова набрал 8 очков.

**Чья стрела угодила в зону 3?**
**Кто промахнулся мимо мишени?**

Ребята снова остались без награды, потому что приз вручался за 15 очков. Но оставалась ещё одна возможность – попасть в движущуюся мишень. Лиза прицелилась – и мимо. Настя тоже промазала. Лук взял Вова и закрыл глаза.

– Ты что делаешь? – воскликнула Настя. – Разве можно попасть не глядя?

– Мне всё равно – отмахнулся Вова. – Помнишь, была такая компьютерная игра «Тетрис»? Я хуже всех в классе играл. Однажды попробовал с закрытыми глазами сыграть и побил свой рекорд.

И, можете не верить, Вова поразил движущуюся цель. Вот он, долгожданный приз – большая красивая коробка с леденцами.

– Уф, жарко, – вздохнул Вова, – пить хочется.

Друзья зашли в небольшое кафе и попросили мороженое и холодный сок.

– К сожалению, у нас испортился холодильник, – пожаловался официант, – можем предложить только горячий чай, да и тот несладкий. Сахар не завезли.

– Отлично! – воскликнула Настя. – В Средней Азии для утоления жажды пьют именно горячий чай. Принесите нам по чашечке. А мы бросим туда леденцы, и будет сладко.

Друзья сделали уже по паре глотков, когда Вова неожиданно обнаружил в своей чашке муху. Позвали официанта.

– Прекрасно! – обрадовался тот. – Мы за ней вторую неделю охотимся. Поселилась, понимаете ли, у нас и посетителей объедает. Сейчас принесу другой чай.

Вова отхлебнул чай из новой чашки, задумался и предложил Лизе его попробовать. Она сделала один глоток и снова позвала официанта,

– Зачем вы нас обманули? – воскликнула Лиза. – Подали старый чай, только муху из него выловили, и всё.

Официант от стыда чуть под землю не провалился. А друзья отправились искать другое кафе.

**Как Вова и Лиза догадались,**
**что официант принёс старый чай?**

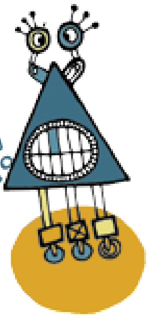
Художник Евгения Константинова

## СМОТРИ!

по материалам кружка
Дмитрия Калинина


# Знакомьтесь: двенадцатиугольник

Оказывается, правильный двенадцатиугольник можно составить из правильного шестиугольника, шести правильных треугольников и шести квадратов (рис. 1). Проверьте!



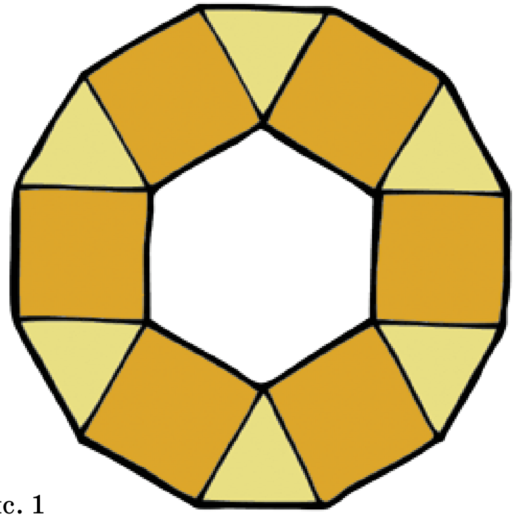


Рис. 1

В правильном двенадцатиугольнике есть точки, в которых пересекаются сразу четыре диагонали (рис. 2). Между прочим, вы можете это доказать, глядя на предыдущую картинку.

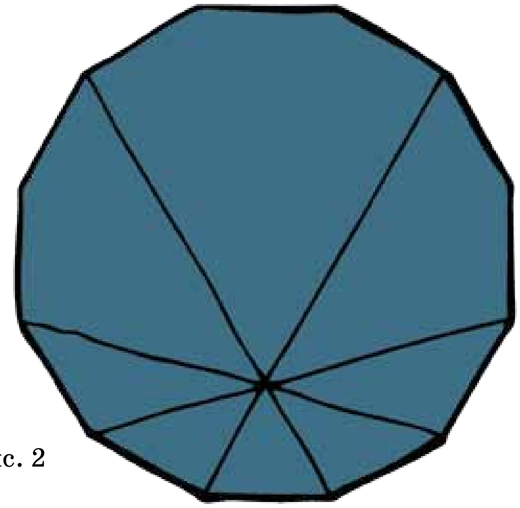
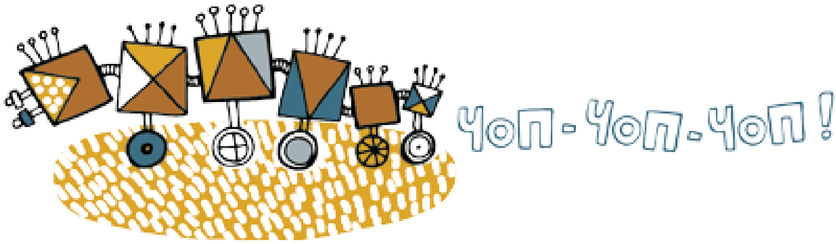


Рис. 2

Кстати, ни в каком правильном нечётноугольнике ни в какой точке не пересекается больше двух диагоналей. Доказывается этот факт очень сложно.




Существует *теорема Бойяи–Гервина*, гарантирующая, что любые два многоугольника равной площади можно склеить из одного и того же набора многоугольничков. В случае двенадцатиугольника и квадрата можно найти такой набор из 9 фигур, и разрезание на эти фигуры выглядит очень красиво (рис. 3).

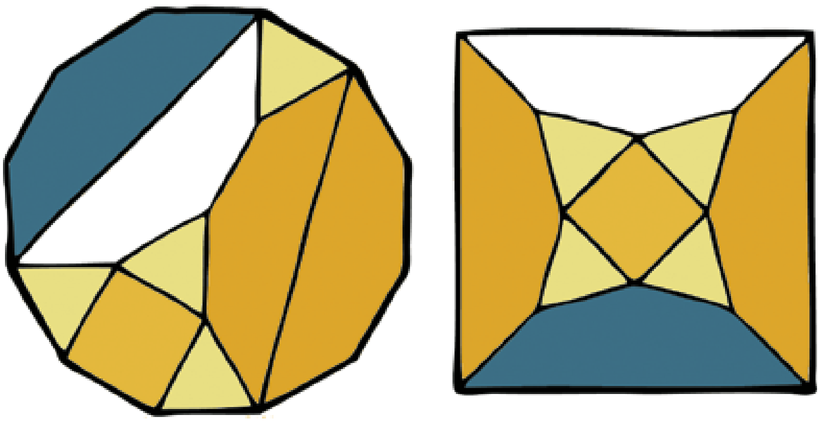


Рис. 3

Как же можно догадаться до столь необычного разрезания? Отчасти в этом помогает разбиение шестиугольника, с которого начиналась статья; на рисунке 4 оно показано пунктиром.

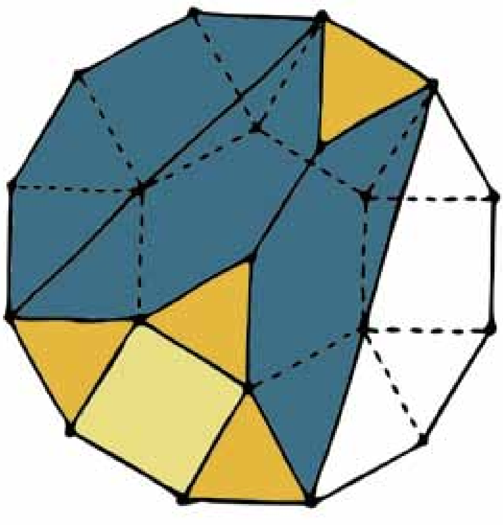
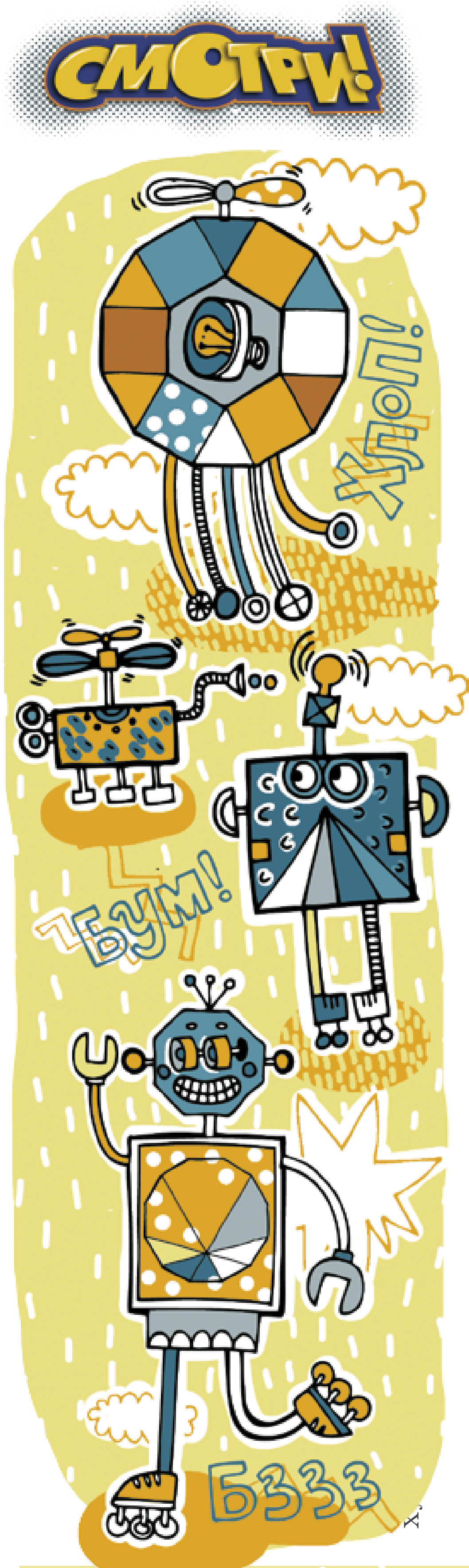


Рис. 4



# СКАНДАЛ ДАВНО МИНУВШИХ ДНЕЙ

Борис Дружинин


Джероламо Кардано
(1501 – 1576)

Как-то в редакции одного математического журнала за чашкой чая зашёл разговор о справедливости в науке. Вспомнили, что «кольца Ньютона» открыл Гук, «преобразования Лоренца» первым выполнил Фитцджеральд, в Америке за 500 лет до Колумба побывал Эйрик Рыжий, а ещё за 100 лет до него – Гунбьёрн. В математике Гаусс разработал «неевклидову геометрию» до Лобачевского, Бойяи и Римана, «формулами Виета» пользовались ещё до его рождения.

– И «формулу Кардано» для решения кубического уравнения сам Кардано попросту украл у Тартальи, – припомнил кто-то.

### «ВЕЛИКОЕ ИСКУССТВО»

В 1545 году из-под пера Джероламо Кардано вышла книга «Великое искусство» (Ars magna), собравшая все новейшие достижения в математике к середине XVI века. И сразу разразился скандал.

Но сначала немного истории.

Мрачное средневековье погрузило европейскую науку, в том числе и математику, в спячку на тысячу лет. Труды греческих учёных оказались никому не нужными, и про них попросту забыли. Конечно, купцы привозили отрывочные сведения о достижениях арабских математиков, но это купцы, их интересовала арифметика. Однако жизнь продолжалась, экономика развивалась, и ей потребовались научные и технические достижения.

Математика сдвинулась с «мёртвой точки». Даже стали проводиться математические состязания, некое подобие дуэлей. Два математика посылали друг другу определённое число задач, кто больше решит, тот и победитель. И этот победитель не только получал звание великого математика, но и вполне мог занять весьма привлекательное в материальном отношении место математика при дворе герцога, короля, а то и самого Папы Римского. Так что сражаться было за что.

Загубить науку можно быстро, буквально в течение жизни одного поколения. А для восстановления науки требуются столетия. И в XVI веке европейские математики только осваивали наследие древних греков, индусов и арабов. Рецепты решения квадратных уравнений определённого вида встречались ещё в древнем Вавилоне.

Евклид в некоторых задачах на построение фактически решал квадратные уравнения. Умели их решать и арабские математики. Правда, решали они их при помощи геометрических построений, но зато получали правильные ответы. Кубические уравнения решать никто не умел.

И вот в книге Кардано появились общие формулы корней кубического уравнения! Сенсация! Греки остались позади! Но откуда взялся скандал?

### ДЕЛЬ ФЕРРО, ФИОРЕ И ТАРТАЛЬЯ

Первым справился с решением кубического уравнения вида

$$x^3+ax=b$$

профессор математики из Болонского университета Сципион дель Ферро. Перед смертью в 1526 году он поделился своей находкой с учениками. Один из них, некий Антонио Фиоре, попытался при помощи этого подарка стать непобедимым в поединках математиков. И в конце 1534 года он послал Никколо Тарталье вызов на состязание по решению задач.

Никколо родился около 1500 года. Ещё в детстве он получил ранение горла, говорил с трудом, за что и получил прозвище Тарталья, что значит «заика». Бедная семья не могла оплатить учёбу сына в школе, но мальчик упорно постигал сам все науки, в том числе и математику. К моменту описываемых событий он уже получил известность и за пределами родной Брешии.

### ПОЕДИНОК

Фиоре предложил Тарталье тридцать задач, и каждая была связана с необходимостью решения уравнения третьей степени. В то время такие задачи считались неразрешимыми в общем случае. Поэтому почти до конца срока Тарталья даже не пытался их решать: он собирался обличить противника в том, что тот дал ему задачи, с которыми сам не может справиться. Но тут до Тартальи дошли слухи, что у Фиоре есть способ решать такие уравнения. Приложив огромные усилия, Тарталья и сам нашёл такой способ, быстро расправился со всеми тридцатью задачами и отправил свои записи нотариусу, исполнявшему роль судьи.

Что же касается Фиоре, то он не смог решить ни одной задачи, предложенной ему Тартальей. Более того, он не смог решить и ни одной своей задачи, хотя владел методом дель

Никколо Фонтана Тарталья (1499/1500 – 1557), итальянский математик. Перевёл на итальянский «Начала» Евклида и сделал комментарий к ним. Изучал баллистику.

В то время уравнения записывали не так, как мы привыкли. Например, уравнение $x^3+5x=12$ Кардано записал бы так:

I. cubus p. 5. positionibus æquantur I2

Здесь «I» – единица, «cubus» – куб неизвестной, «p.» – знак «+», «positionibus» – неизвестная, «æquantur» – равно.

Скобки и знак равенства ещё не использовались, знак корня записывался как ℞.

Например, формула

$$(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=1$$

записывалась так:

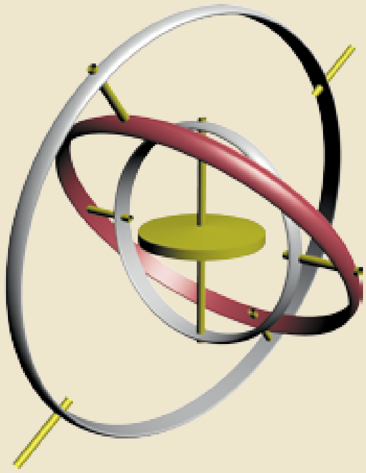
2. p. ℞ 3.
2. m. ℞ 3.
1

Ни одно научное открытие не носит имени своего истинного автора.
*Принцип Арнольда (открыт С. Стиглером)*

Ферро. И это ещё раз доказывает необходимость регулярных занятий и тренировок. Любой человек знает, что забить гвоздь можно, если приставить его острым концом к доске и ударить молотком. Знать-то он знает, но научится грамотно забивать только после того, как погнёт тысячу гвоздей и сотню раз попадёт по пальцам, естественно, по своим.

К математике подобное утверждение относится в гораздо большей степени. Фиоре, получив от дель Ферро готовый рецепт нахождения корней кубического уравнения, не сомневался, что теперь-то он справится с любой задачей, и поэтому не утруждал себя подготовкой к состязанию. А вот Тарталья сам решил кубическое уравнение в общем виде, получил прекрасную практику обращения с такими уравнениями, поэтому и одолел все задачи за несколько дней.

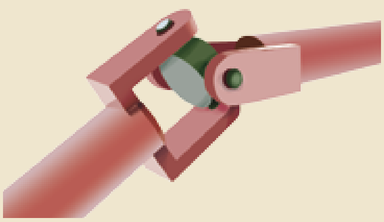
И вот ирония судьбы. Формула корня кубического уравнения, открытая дель Ферро и независимо от него Тартальей, носит имя Кардано. Так в чём же дело?



Вращающееся тело, закреплённое на кардановом подвесе. Даже если внешнее кольцо меняет своё положение в пространстве, ось вращения не меняется. Это наблюдение используется в гироскопах.

## КАРДАНО

Джероламо Кардано родился в 1501 году. Получив прекрасное образование, он проявил себя во многих областях деятельности. Знаменитый врач, успешно лечивший важных особ. Талантливый инженер, предложивший для кареты испанского короля Карла V подвеску, чтобы карета Его Величества не наклонялась на неровных дорогах, оставаясь горизонтальной (сегодня мы такой подвес называем кардановым). Физик, экспериментально измеривший отношение плотности воздуха к плотности воды. Правда, немного ошибся, но кто и сейчас сможет померить точнее теми же приборами? Азартный игрок, заложивший основы теории вероятностей.



Карданный вал позволяет передать вращение между непараллельными осями. Он используется в большинстве автомобилей.

А ещё Кардано занимался математикой. Он долго уговаривал Тарталью открыть ему секрет решения кубических уравнений, чтобы украсить им книгу «Великое искусство». Своё желание он аргументировал так: никто больше не станет состязаться с Тартальей в решении задач, потому что он умеет решать кубические уравнения, а другие не умеют. Под влиянием ли этого, вполне убедительного аргумента или по какой-то другой причине, но Тарталья в конце концов уступил. Только поставил при этом условие, что Кардано не будет публиковать его открытие без разрешения самого Тартальи.

Кардано согласился. Но когда один из учеников дель Ферро поделился с ним рецептом своего учителя, Кардано счёл себя свободным от обязательств, выданных им Тарталье, и опубликовал способ решения кубического уравнения. Так появилась «формула Кардано», хотя сам Кардано не скрывал приоритета дель Ферро и Тартальи.

И сейчас, пять веков спустя, вряд ли кто-нибудь сможет до конца разобраться в этой воистину детективной истории.

$$x=\sqrt[3]{\frac{b}{2}+\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{3}\right)^3}}+$$
$$+\sqrt[3]{\frac{b}{2}-\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{3}\right)^3}}$$

Это формула Кардано для одного из решений уравнения
$$x^3+ax=b,$$
где $a$, $b>0$. В случае
$$\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{3}\right)^3<0$$
уравнение имеет три решения, но формулу просто применить нельзя: нужно извлекать квадратный корень из отрицательного числа. Позже с помощью комплексных чисел удалось придать смысл квадратному корню из отрицательного числа, и применение формулы стало возможным даже в этом случае. При этом решения, вычисленные по формуле, получаются действительными.

### ЧЕТВЁРТАЯ СТЕПЕНЬ

Без упоминания Феррари, Абеля и Галуа рассказ об истории решения кубических уравнений был бы неполным.

Полторы тысячи лет математики не могли подступиться к кубическому уравнению, но стоило его решить, как буквально тут же было решено в общем виде и уравнение четвёртой степени. Сделал это ученик Кардано Луиджи Феррари. Любопытно, что для решения этого уравнения требуется «по пути» решить вспомогательное уравнение третьей степени.

Все попытки решить в общем виде уравнение пятой степени в следующие три века успехом не увенчались. И вот в 1826 году норвежский математик Нильс Абель доказал, что общей формулы для решения уравнений пятой степени не существует, и для уравнений более высоких степеней – тоже. Своё открытие Абель сделал в 24 года, но прожил огорчительно мало, всего 27 лет.

Ещё меньше, неполный 21 год, прожил гениальный французский математик Эварист Галуа. Он продолжил исследования Абеля, определив, как по виду алгебраического уравнения узнать, решается ли оно. Метод, предложенный Галуа, положил начало фундаментальному разделу математики – теории групп. Название «группа» предложил сам Галуа. Погиб он на дуэли. В ночь перед дуэлью Галуа изложил на бумаге свои мысли о математике. Разобраться в этих записках и понять идеи Галуа математики смогли только через много десятилетий.

И ещё важная деталь. Решение уравнения третьей степени привело математиков к необходимости заняться комплексными числами. Функции комплексного переменного играют немалую роль в современной теоретической физике и электротехнике, не говоря уже о самой математике.

Игорь Акулич

# ФОКУС-ПОКУС


Перед вами – типичный диалог любителя математики (*Л.М.*) с человеком, далеким от математики (*Д.М.*):

*Л.М.* Сейчас я покажу тебе математический фокус.

*Д.М.* (*робко*) Может, лучше не надо?

*Л.М.* Ещё чего! Зря я, что ли, готовился? Итак, задумай число.

*Д.М.* Задумал.

*Л.М.* Прибавь три.

*Д.М.* Прибавил.

*Л.М.* Сколько получилось?

*Д.М.* Восемь.

*Л.М.* Ты задумал… пять!

*Д.М.* Верно! А как ты догадался?

*Л.М.* Маги тайн не выдают. Лучше покажу другой фокус – ещё круче. Задумай число.

*Д.М.* Задумал.

*Л.М.* Прибавь три.

*Д.М.* Прибавил.

*Л.М.* Отними задуманное число.

*Д.М.* Отнял.

*Л.М.* У тебя получилось… три!

Д.М. И правда три. Просто фантастика!..

Ну и так далее. Несмотря на некую утрированность, в приведённом разговоре отображены два основных типа фокусов, связанных с загадыванием числа. В первом из них над этим неизвестным числом приходится проделывать указанные факиром действия, после чего сообщить результат – и фокусник моментально определяет, что было задумано. В другом над числом также проделываются некие операции, но в их процессе оно незаметно «выбрасывается», так что дальнейшие значения от него уже не зависят, и чародей может свести ответ к любому числу, которое захочет.

Тем более удивительна третья разновидность фокусов, которая встречается значительно реже. Там фокусник также требует выполнить необходимые операции и в конечном итоге определяет задуманное число, но при этом *ничего не спрашивает*. Но как же он в таком случае добивается своего? Для примера давайте-ка представим, что *Д.М.* – это мы сами, и эксперимент проводится над нами. Вот какой выходит диалог:

*Л.М.* Задумай целое число от 1 до 10 (*здесь уже приходится вводить ограничения*).

*Д.М.* Задумал (*оказавшись на месте подопытного кролика, мы, не мудрствуя лукаво, загадываем то же самое число* 5).

*Л.М.* Подели на 2.

*Д.М.* Не делится!

*Л.М.* Досадно. Тогда знаешь что, сначала отними 1, а потом дели.

*Д.М.* Готово (*при этом мы получили, очевидно,* 2).

*Л.М.* Подели ещё раз на 2.

*Л.М.* Теперь поделилось (*и получилось* 1).

*Л.М.* Отними 1.

*Д.М.* Отнял (*в результате дошли до* 0).

*Л.М.* Опять отними 1.

*Д.М.* Не отнимается!

*Л.М.* Ладно, хватит. Ты задумал 5.

Вот здесь впору и впрямь задать вопрос: «А как ты догадался?». В самом деле, проанализировав текст беседы, мы убеждаемся, что фокусник действительно ни разу не спросил у испытуемого, сколько у него получилось, – и тем не менее верно определил задуманное число.

Разгадка в данном случае заключается в том, что человек, которому показывают фокус, должен быть и в самом деле *далёк от математики*. А для таких людей (их, заметим, большинство!) нечётное число *нельзя делить* на 2, потому что оно не делится. И отнимать большее число от меньшего тоже нельзя – *не отнимается*! Об этом он не преминет сообщить фокуснику *сам*, без каких-либо наводящих вопросов. И как раз эта информация позволяет найти задуманное число.

Сразу отметим, что ограничения на задуманное число (от 1 до 10) не обязательны и введены лишь для того, чтобы чрезмерно не затягивать время. Вообще-то фокус пригоден для любого натурального числа, да и для нуля тоже.

Вот последовательность действий фокусника в общем случае. Задуманное число, несомненно, либо делится на 4, либо при делении даёт остаток от 1 до 3. Иными словами, оно имеет вид $4n+\Delta$, где $n$ – целое неотрицательное, а $\Delta$ может принимать значения 0, 1, 2 или 3. В свою очередь, само $\Delta$ либо делится на 2 (при делении получится 0 или 1), либо при делении дает остаток 1. Поэтому $\Delta$ можно представить в виде: $\Delta=2p+q$, где $p=0$ или 1, и также $q=0$ или 1. Итак, задуманное число является суммой аж *трёх* слагаемых: $4n+2p+q$, и два из них (последние) имеют весьма ограниченный набор значений.

Задача же фокусника сводится к тому, чтобы, используя непроизвольные «подсказки» испытуемого, определить эти самые $n$, $p$ и $q$.

Начинает он с $q$, предлагая поделить число на 2. Если поделилось (то есть испытуемый выполнил действие без


проблем), значит, $q=0$ и при делении получится $2n+p$. В противном случае, если поступил ответ «не делится!» и, следовательно, $q=1$, предлагается сначала отнять 1, а уж потом поделить на 2. Но тогда (убедитесь!) при выполнении указанных действий получится всё то же $2n+p$.

Таким образом, фокусник знает уже значение $q$, и ему надо найти $2n+p$. Он делает ту же операцию: предлагает поделить число на 2. Если поделилось, то $p=0$, и при делении получится просто $n$. Иначе (если не делится) $p=1$, и потому предлагается сначала отнять 1, а уж потом поделить на 2. В итоге приходим к тому же $n$.

Задача, как видим, упростилась донельзя: известны $p$ и $q$, и надо найти $n$. Для этого фокусник применяет «лобовой» приём: требует отнимать единицу, пока не услышит «не отнимается». Очевидно, сколько раз удалось вычесть, таково и значение $n$.

Таким образом, вся необходимая информация для определения задуманного числа имеется, и поступила она на добровольной основе, без всякого давления.

Разумеется, фокусник не держит в памяти формулу $4n+2p+q$. Он пользуется следующим нехитрым приёмом: мысленно «стартует» от *текущего значения* 0, и если при первом делении услышал «не делится», то добавляет к текущему значению 1, а если не делится при втором делении – то добавляет 2. Далее после каждого удачного вычитания единицы добавляет к текущему значению ещё по 4. Легко видеть, что это приведёт к тому же итогу. Скажем, для задуманной пятёрки (как это было в нашем примере) первое же деление «не получилось», и текущее значение увеличилось на 1. Второе деление прошло гладко, так что здесь прибавлять ничего не потребовалось. Наконец, один раз удалось вычесть единицу, так что добавим ещё 4. Итого $1+4=5$, что и было задумано.

Знаменитый популяризатор математики М. Гарднер (1914–2010) из эстетических соображений несколько усложнил формулировку описанного фокуса. А именно: перед каждым делением на 2 предлагает умножать на 3, а в самом конце вычитать не по 1, а по 9 (подсчёт *текущего значения* производится по тем же правилам, что и ранее). Понятно, что такой фокус аналогичен исходному, но чтобы получаемые в процессе числа выглядели более «случайными», Гарднер предлагает, когда число не делится на 2, не *вычитать* из него единицу, а *прибавлять*. Как ни странно, такое видоизменение ничуть не искажает результат. А вот почему – разберитесь самостоятельно.

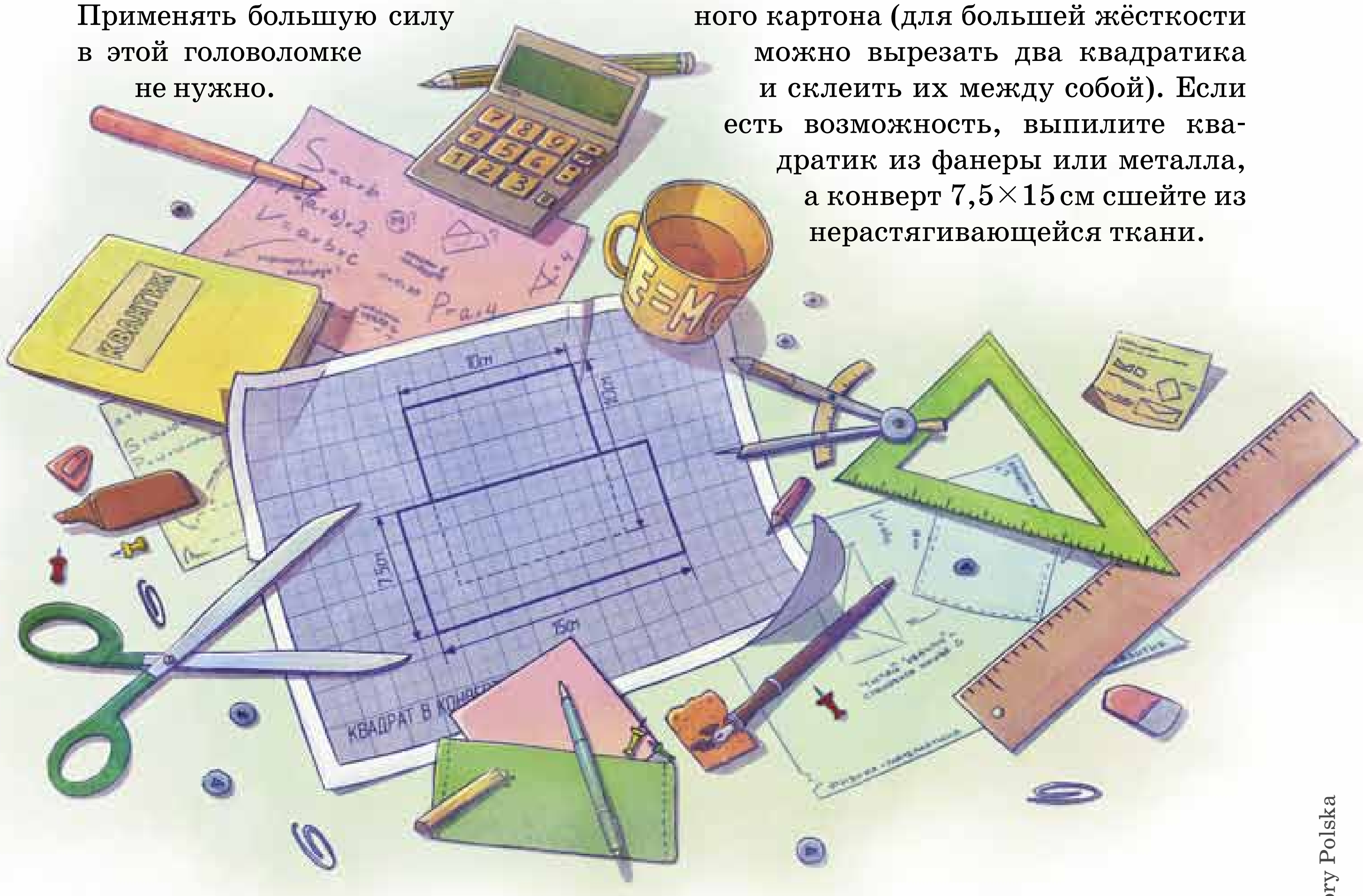
Художник Анастасия Мошина

# КВАДРАТ В КОНВЕРТЕ

Материал подготовил
Григорий Фельдман

В этой головоломке всего две детали: квадратик $10 \times 10$ и прямоугольный конверт $7{,}5 \times 15$. Задача – полностью упаковать квадратик в конверт. При этом нельзя гнуть квадратик или как-нибудь его деформировать. Конверт можно гнуть, но нельзя рвать. Применять большую силу в этой головоломке не нужно.

Сделать головоломку можно из подручных материалов. Возьмите файл для документов размера А5 и обрежьте его верх так, чтобы остался конверт глубиной 7,5 см (и шириной 15 см). Квадратик со стороной 10 см вырежьте из как можно более плотного картона (для большей жёсткости можно вырезать два квадратика и склеить их между собой). Если есть возможность, выпилите квадратик из фанеры или металла, а конверт $7{,}5 \times 15$ см сшейте из нерастягивающейся ткани.



Автор этой замечательной задачи Хирокадзу Ивасава получил за неё почётный приз зрительских симпатий на XXXII съезде любителей головоломок, проходившем в августе 2012 года в Вашингтоне.

Довольно просто понять, как должен выглядеть конечный результат – квадрат, упакованный в конверт. Основная сложность – понять, как засовывать квадратик в конверт, чтобы в итоге упаковать его.

Художник Tory Polska

# РУССКИЙ МЕДВЕЖОНОК

Материал подготовил
Илья Иткин

**Задача 1.** *«Третьего дня я его вылечил на свои деньги и, можно сказать, своими руками, а сегодня он готов на все гадости!» (А.А.Фет, «Осенние хлопоты»).*

Что здесь означает *«третьего дня»*?

(А) третьего числа текущего месяца;
(Б) позавчера;
(В) три дня спустя;
(Г) три дня назад;
(Д) в среду.

*А.С.Бердичевский*

**Задача 2.** *Незнайка сочинил фантастический рассказ «Букет шушимлей»*. Как точно **не** может называться один экземпляр этого инопланетного растения?

(А) *одна шушимлия*;
(Б) *одна шушимлея*;
(В) *одна шушимля*;
(Г) *одна шушимль*;
(Д) *один шушимль*.

*С.А.Бурлак*

**Задача 3.** Со словами какой части речи обычно не сочетается слово *очень*?

(А) с существительными;
(Б) с прилагательными;
(В) с наречиями;
(Г) с глаголами;
(Д) слово *очень* свободно сочетается со всеми перечисленными частями речи.

*А.И.Иткин*

**Задача 4.** Кто, согласно легенде, изобрёл способ наглухо закупоривать стеклянную трубку?

(А) Амон;
(Б) Бахус;
(В) Варфоломей;
(Г) Гермес;
(Д) Давид.

*С.И.Переверзева*


Художник Леонид Гамарц

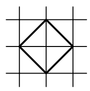
## НАШ КОНКУРС («Квантик» № 5)

**21.** *Петя и Вася живут в одном доме и выходят в школу одновременно. Каждый Петин шаг на 10% длиннее Васиного, но Петя делает в минуту на 10% меньше шагов, чем Вася. Кто из них раньше придёт в школу?*

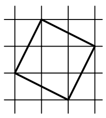
**Ответ:** Вася.

Пусть длина Васиного шага – $x$ см и он делает $y$ шагов в минуту. Тогда Петин шаг имеет длину $1{,}1x$ см, а в минуту он делает $0{,}9y$ шагов. Значит, за минуту Вася проходит $xy$ см, а Петя – $1{,}1x \cdot 0{,}9y = 0{,}99xy$ см. Видим, что Петя идёт медленнее.

**22.** *Дан лист клетчатой бумаги. С помощью карандаша и линейки без делений нарисуйте на листе квадрат, площадь которого больше площади одной клетки а) в 2 раза; б) в 5 раз.*



а) Квадрат на рисунке 1 состоит из четырёх половинок клетки.



б) Квадрат на рисунке 2 состоит из клетки и четырёх примыкающих к ней треугольников. Каждый из этих треугольников – половина двухклеточного прямоугольника, то есть по площади равен одной клетке.

**23.** *Петя хочет придумать аналог игры «камень – ножницы – бумага» для 10 предметов. В ней должны выполняться два условия: про любые два предмета можно сказать, какой из них кого бьёт; любые два предмета равноправны (то есть каждый предмет бъёт одно и то же число предметов). Сможет ли Петя придумать такую игру?*

**Ответ:** не сможет.

Соединим каждую пару предметов отрезком и поставим на нём стрелочку в сторону того предмета из пары, который бьётся вторым предметом из пары. Всего стрелочек будет столько, сколько пар, а их $\frac{10\times 9}{2} = 45$ – ведь к каждому из 10 предметов можно взять 9 в пару, и ещё мы делим на 2, чтобы пары вида «камень-ножницы» и «ножницы-камень» считать за одну пару, а не за две.

Теперь заметим: если бы каждый предмет бил одно и то же число предметов, то количество стрелочек делилось бы на 10. Но 45 на 10 не делится.

**24.** *Имеется два дома, в каждом по два подъезда. Жильцы держат кошек и собак. Известно, что доля кошек (отношение числа кошек к общему числу кошек и собак) в первом подъезде первого дома больше, чем доля кошек в первом подъезде второго дома. А доля кошек во втором подъезде первого дома больше, чем доля кошек во втором подъезде второго дома. Верно ли, что доля кошек в первом доме больше доли кошек во втором доме?*

**Ответ:** не обязательно.

Пусть в 1-м доме в 1-м подъезде 5 кошек и 1 собака, а во 2-м подъезде 1 кошка и 5 собак; во 2-м доме в 1-м подъезде 49 кошек и 10 собак, а во 2-м подъезде 1 кошка и 6 собак. Условия задачи выполнены, но в первом доме доля кошек $6:12=\frac{1}{2}$, а во втором – $50:66>\frac{1}{2}$.

**25.** *В таблицу $4\times 4$ записали числа от 1 до 16 (так, как показано на рисунке). Перед каждым из них поставили знак «+» или «–» так, что в каждой строке и в каждом столбце оказалось по два плюса и по два минуса. Докажите, что сумма полученных чисел всегда будет равна нулю.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 |

Во второй строке исходной таблицы стоят числа $4+1$, $4+2$, $4+3$, $4+4$ – это числа первой строки, к каждому из которых прибавлено 4. Если перед двумя из этих чисел поставить знак «+», а перед двумя другими – знак «–», то при сложении прибавленные четвёрки сократятся.

Поэтому можно считать, что изначально вторая строка была такая же, как и первая: (1, 2, 3, 4). Аналогично, можно считать, что третья и четвёртая строки были такие же: (1, 2, 3, 4). Получаем таблицу, в которой в первом столбце – 4 единицы, во втором – 4 двойки, и т.д. Так как после расстановки знаков в каждом столбце окажется два плюса и два минуса, сумма чисел в каждом столбце будет нулевой, а значит и сумма всех чисел в таблице тоже.

## КАК ПОВЕСИТЬ КАРТИНУ («Квантик» № 6)

В случае двух гвоздей верёвку можно привязать, как на рисунке 1.

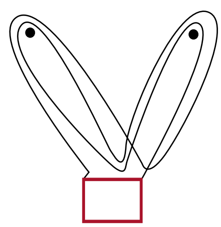


Рис. 1

Пусть мы умеем вешать картину на $n$ гвоздей, как требуется в задаче. Научимся вешать картину на $n+1$ гвоздь (для простоты можно считать, что $n=2$).

Сначала заметим такую вещь. Пусть у нас как-то висит картина. У одного угла отвяжем верёвку. Потом свяжем её с ещё одной верёвкой чуть большей длины, которую мы пустим вдоль старой верёвки и привяжем к свободному углу (пример – на рисунке 2).

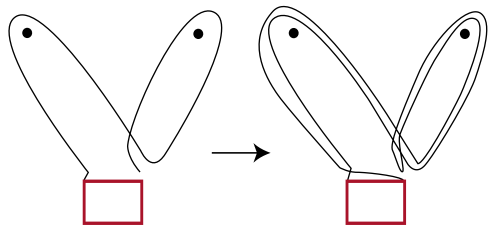


Рис. 2

Ясно, что полученная «двойная» верёвка соскочит с гвоздей, и картина упадёт. Теперь используем это наблюдение.

Повесим картину на $n$ первых гвоздей, как мы умеем. Потом удвоим верёвку, как мы делали выше, но привяжем к ней ещё две петли вокруг $(n+1)$-го гвоздя, как на рисунке 3.

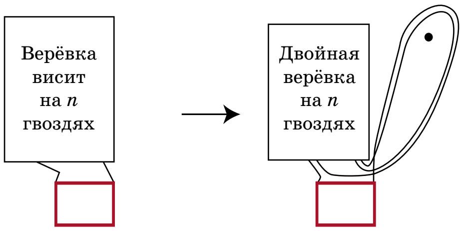



Рис. 3

Если вытащить один из первых $n$ гвоздей, с них по предположению спадёт (двойная) часть нашей верёвки. Останутся две петли вокруг $(n+1)$-го гвоздя, но охватывающие его в противоположных направлениях. Поэтому они тоже спадут, и картина упадёт. А если вытащить $(n+1)$-й гвоздь, то две добавленные петли спадут, и остаётся двойная верёвка вокруг первых $n$ гвоздей. И снова картина падает.

Нарисуйте верёвку для $n=3$, используя изложенный метод и пример для $n=2$.

К сожалению, строгое доказательство того, что предъявленные нами верёвки не разматываются и картина висит на них, очень сложно, и здесь мы его не приводим.

## СОЛ ЛЕ ВИТТ

**Настенная роспись № 260.** Всего $5\times4=20$ видов линий. Из них нужно выбрать неупорядоченную пару, значит $(20\times19)/2=190$ пар.

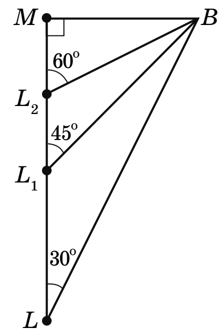
**Неполные открытые кубы.** Второй куб можно получить из первого поворотом. Значит, обе картинки представляют один и тот же неполный открытый куб, и это ошибка. Правильно заменить одну из этих картинок отражением.

## УГАДАЙ ГОРОД

Небо довольно светлое, но на часах первый час ночи. Такое явление называют «белыми ночами», оно бывает только в городах, расположенных за полярным кругом или недалеко от него. Поскольку слово «Банк» на крыше здания написано кириллицей, то город может быть только российским. Также у здания в центре картинки мы видим признаки станции метро: буква «М» на дверях, очень большой вход с двойными дверями, хотя само здание довольно маленькое.

Итак, это северный российский город, в котором есть метро. Подходит только Санкт-Петербург.

## МОРСКОЙ РАЗГОВОР




Считаем, что авианосец, чтобы не врезаться в остров, должен двигаться по линии $LB$. В момент первой реплики у нас имеется прямоугольный треугольник с углом $30^\circ$, это значит, что протяженность острова влево и вправо от маяка – 8 миль.

В момент второй реплики имеем равнобедренный прямоугольный треугольник. Значит, в этот момент $ML_1=8$, то есть за время между первой и второй репликами маяка (11,7 мин.) авианосец прошёл $\frac{8}{\sqrt{3}}-8\approx5{,}86$ мили. Значит, его скорость примерно одна миля в две минуты, то есть 30 узлов (1 узел – 1 морская миля в час).

В третий момент имеем прямоугольный треугольник с углом $60^\circ$. В этот момент $ML_2=\frac{8}{\sqrt{3}}$, а за время с начала беседы авианосец прошёл $8\sqrt{3}-\frac{8}{\sqrt{3}}\approx9{,}24$ мили, значит, реплика послана в 02:18:27.

## ЧАЕПИТИЕ В ПАРКЕ

• Больше всех шариков поразил Вова. Настя попала только в 1 шарик с числом 256. Лиза попала в 2 шарика с числами 128 и 16. Вова попал в 3 шарика с числами 32, 2 и 1.

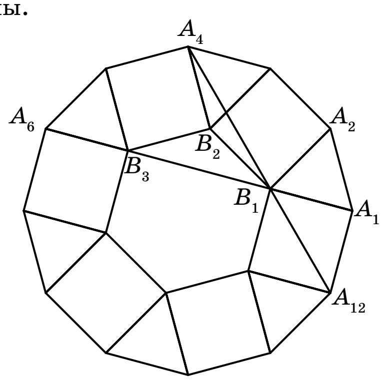
• 7 баллов из выбитых очков можно составить единственным образом: $7=5+1+1$, значит, это и есть очки, выбитые Лизой. Оставшиеся очки опять единственным образом можно раздать как Вове, так и Насте: $6=5+1$, $8=5+3$, они по разу промахнулись, а Лиза попала в мишень всеми выстрелами.

• Ребята подсластили чай леденцами, и в новой чашке тоже оказался сладкий чай. Если бы официант принёс свежий чай, этот чай был бы несладким.

## ЗНАКОМЬТЕСЬ: ДВЕНАДЦАТИУГОЛЬНИК

Как известно, сумма углов $n$-угольника равна $n(n-3)/2$. Значит, в правильном двенадцатиугольнике каждый угол равен $150^\circ$. Так как $150 = 90 + 60$, то можно построить внутрь на чётных сторонах квадраты, а на нечётных – правильные треугольники, причём квадраты с треугольниками будут пересекаться только по сторонам и оставшаяся часть фигуры будет шестиугольником, у которого все стороны равны (проверьте!) и все углы равны (их легко посчитать). Значит, шестиугольник в центре – правильный.

Чтобы доказать, что четыре диагонали пересекаются в одной точке, достаточно показать, что точки $A_1$, $B_1$, $A_6$ лежат на одной прямой и что точки $A_{12}$, $B_1$, $A_4$ лежат на одной прямой. Это легко показать, посчитав углы.



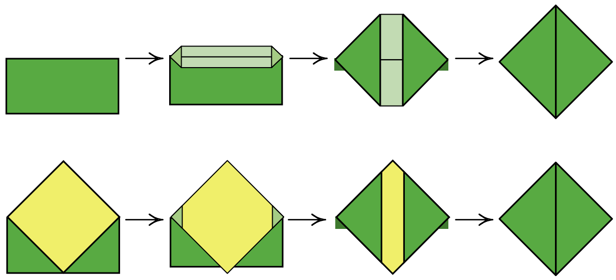

Действительно, заметим, что $\angle B_1B_2B_3 + 90^\circ + 60^\circ + 90^\circ = 360^\circ$, то есть $\angle B_1B_2B_3 = 120^\circ$. Так как треугольник $B_1B_2B_3$ – равнобедренный, то $\angle B_2B_1B_3 = 30^\circ$. Получаем, что $\angle A_1B_1A_2 + \angle A_2B_1B_2 + \angle B_1B_1B_3 = 180^\circ$. Значит, точки $A_1$, $B_1$, $B_3$ лежат на одной прямой. Аналогично $A_6$, $B_1$, $B_3$ лежат на одной прямой, и следовательно $A_1$, $A_6$, $B_1$, $B_3$ лежат на одной прямой.

То, что $A_1$, $A_6$, $B_1$, $B_3$ лежат на одной прямой, также следует из того, что две противоположные стороны любого правильного чётноугольника – это две противоположные стороны прямоугольника.

Теперь заметим, что $\angle B_1B_2A_4 = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$. Так как $B_1B_2A_4$ – равнобедренный, то $\angle B_2B_1A_4 = 15^\circ$. Из последнего, $\angle A_2B_1A_4 = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$. Получаем, что $\angle A_{12}B_1A_1 + \angle A_1B_1A_2 + \angle A_2B_1A_4 = 45^\circ + 60^\circ + 75^\circ = 180^\circ$. Значит, точки $A_{12}$, $B_1$, $A_4$ лежат на одной прямой.

## КВАДРАТ В КОНВЕРТЕ

Мы покажем, как поместить квадрат в конверт даже чуть меньшего размера $5\sqrt{2} \times 10\sqrt{2}$. Заметим, что диагональ квадрата равна $10\sqrt{2}$. Поэтому два угла конверта можно натянуть на два противоположных угла квадрата. Дальше действуем по схеме: вверху показано, как изгибается (зелёный) конверт, внизу конверт показан вместе с (жёлтым) квадратом.



## РУССКИЙ МЕДВЕЖОНОК

**1.** Очевидно, что речь идёт о прошлом. Отсчёт начинается с текущего дня, поэтому *третьего дня* – это позавчера. **Ответ:** (Б).

**2.** Фантастика фантастикой, а нарушать грамматические нормы непозволительно даже Незнайке. Проверим, какие из предложенных моделей соотношения форм именительного падежа единственного числа и родительного падежа множественного числа действительно встречаются в современном русском языке:

*одна шушимлия – букет шушимлей*: невозможно – в русском языке нет слов с чередованием гласных *е ~ и* при склонении;

*одна шушимлея – букет шушимлей*: возможно (*одна ассамблея – много ассамблей*);

*одна шушимля – букет шушимлей*: в принципе возможно (*одна кегля – много кеглей*), хотя более вероятным в этом случае был бы вариант *шушимель* (как *сабля – сабель*);

*одна шушимль – букет шушимлей*: возможно (*одна мысль – много мыслей*);

*один шушимль – букет шушимлей*: как ни странно, возможно (*один вопль – много воплей*).

**Ответ: (А).**

**3.** Слово *очень* может сочетаться с прилагательными: *очень большой, очень красивый*, – с наречиями: *очень холодно, очень хорошо*, – с глаголами: *очень обрадоваться, очень испугаться*. А с существительными слово *очень* не сочетается: нельзя сказать *очень холод* или *очень радость* (говорят: *сильный холод, большая радость* и т.п.). **Ответ: (А).**

**4.** О наглухо закупоренной стеклянной трубке говорят, что она *герметично* закрыта. Слово *герметично* производно от имени собственного *Гермес* – это и есть, согласно греческой легенде, имя того, кто изобрёл такой способ (с ним – Гермесом Трисмегистом, то есть Трижды величайшим – греки отождествляли также египетского бога Тота). **Ответ: (Г).**

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **конкурсе**.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 августа по электронной почте **kvantik@mccme.ru** или обычной почтой по адресу:

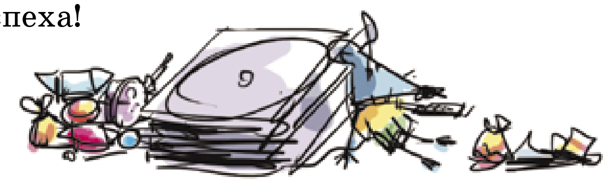
**119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

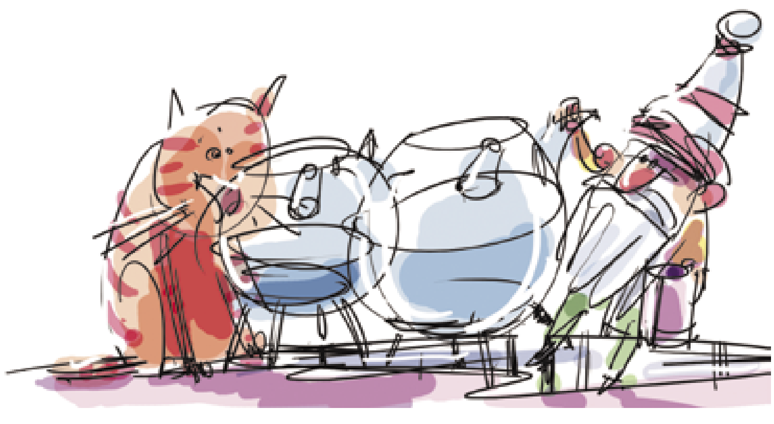
Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги, диски с увлекательными математическими мультфильмами.

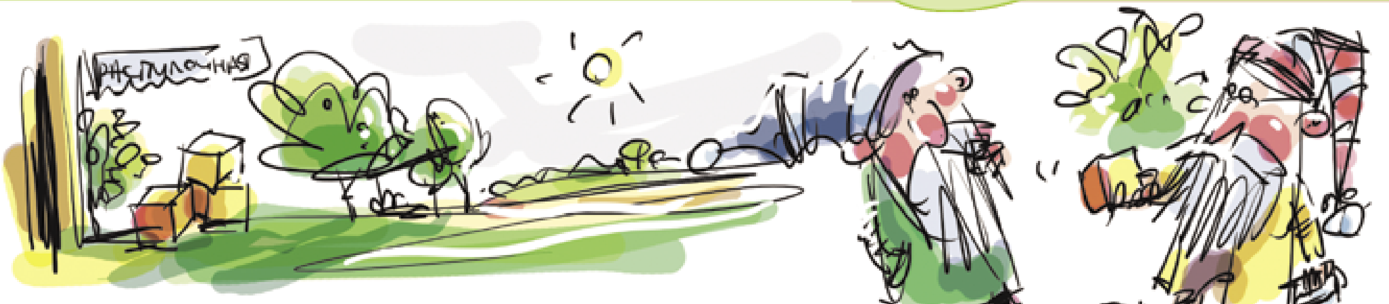
Желаем успеха!

## VII ТУР

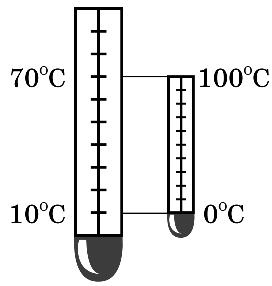


**31.** В двух сосудах находится по 1 л воды. Из первого сосуда переливают половину имеющейся в нём воды во второй сосуд, затем из второго переливают треть имеющейся в нём воды в первый, затем из первого переливают четверть имеющейся в нём воды во второй и так далее. Сколько воды окажется в каждом сосуде после 100 переливаний?

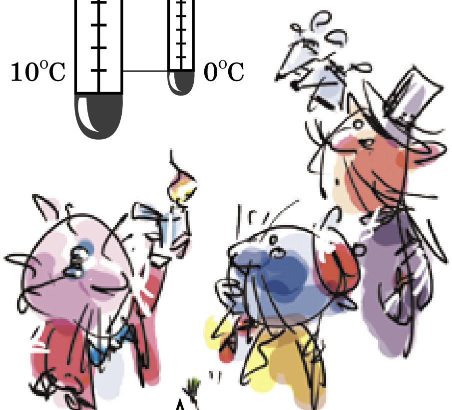





**32.** Поверхность деревянного куба целиком окрасили. Затем куб распилили на несколько одинаковых кубиков. Оказалось, что среди них есть кубики с одной окрашенной гранью, причём их столько же, сколько кубиков, у которых все грани не окрашены. На сколько кубиков распилили куб?



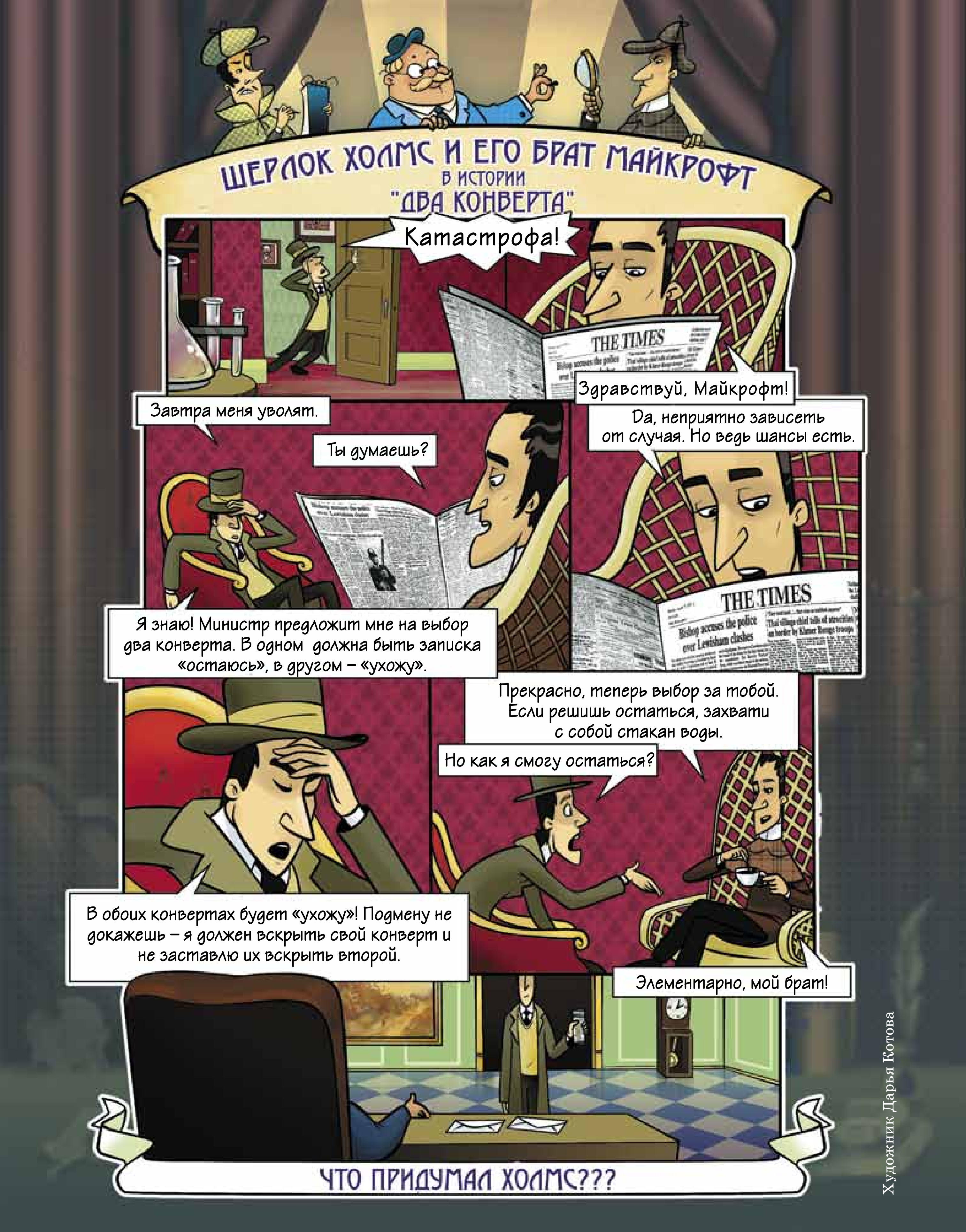

**33.** Два ртутных термометра висят так, как показано на рисунке. При какой температуре столбики ртути в них будут оканчиваться на одной высоте?



**34.** Двое по очереди переводят часовую стрелку на 2 или 3 часа вперёд. Вначале часовая стрелка указывает на 6, победителем считается тот, после чьего хода она укажет на 12. (Стрелка может сделать несколько оборотов, прежде чем остановится на числе 12.) Кто из игроков – начинающий или его соперник – может обеспечить себе победу, и как ему играть?

**35.** Докажите, что у правильной пятиконечной звезды, изображённой на рисунке, закрашена ровно половина площади.

Художник Сергей Чуб




Художник Дарья Котова