ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№9
сентябрь 2015

КАРТЕЗИАНСКИЙ ВОДОЛАЗ

ЛОГИКА ЛОГИКИ

ПИЛОТИРУЕМАЯ ПОЛОСКА

Enter

№ 9 | сентябрь 2015
Издаётся при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО)

e-mail: kvantik@mccme.ru

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России. Подписаться на следующий месяц можно до 10 числа текущего месяца. Наш подписной индекс **84252** по каталогу «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать».

Почтовый адрес:
119002, Москва, Большой Власьевский пер., д.11, журнал «Квантик».

Кроме журнала, «Квантик» выпускает:

Альманахи – материалы журналов за очередное полугодие в едином издании; вышли в свет уже 6 выпусков!

Плакаты – в комплекте 10 плакатов с занимательными задачами для школьных кабинетов математики и физики.

Календарь загадок – календарь на текущий год с задачей-картинкой на каждый месяц.

Всё это можно купить в магазине «Математическая книга» по адресу: г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11, сайт **biblio.mccme.ru**, или заказать по электронной почте **biblio@mccme.ru**

Где ещё можно купить продукцию «Квантика», смотрите по ссылке: **kvantik.com/kupit.html**

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
kvantik12.livejournal.com
vk.com/kvantik12

6+

ISSN 2227-7986
9 772227 798152 09

Можно подписаться на электронную версию журнала!
Подробности по ссылке: **http://pressa.ru/magazines/kvantik#/**

Главный редактор: Сергей Дориченко
Редакция: Александр Бердников, Дарья Кожемякина, Елена Котко, Андрей Меньщиков, Максим Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Верстка: Рая Шагеева, Ира Гумерова
Обложка: художник Yustas-07
Формат 84х108/16.
Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 5000 экз.
Адрес редакции: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел.: (499) 241-08-04.
e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи Почты России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ООО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ

Математический кружок

Сергей Агаханов

ЛОГИКА ЛОГИКИ

Однажды Вова прочитал статью о логике в каком-то журнале и решил проверить на Лизе её действие.

– Лиза, ответишь мне на пару простых вопросов?

– Ну давай... – ответила сестрёнка, начиная подозревать какой-то подвох.

– Правда ли, что если ты бегемот, то я тоже бегемот? – спросил он, улыбаясь.

– Нет... – неуверенно ответила Лиза, немного подумав.

– А верно ли, что если у тебя отвалится хвост, то вместо него вырастет новый? – спросил Вова улыбаясь ещё больше.

– У меня нет никакого хвоста! – обиделась Лиза.

– То есть ты считаешь, что это неправда?

– Конечно, неправда!

– Хорошо, а если...

– Хватит на сегодня мне твоих вопросов, – заявила Лиза, выходя из комнаты. Ей было немножко обидно, но ещё больше хотелось разобраться, что в её ответах так веселило брата. Он явно знал что-то интересное, чего не знала она, и это было руководством к действию. Поэтому она решила обратиться к Квантику.

***

– Давай начнём с самого простого – того, как союзы «и» и «или» объединяют утверждения, – начал Квантик.

– Какие такие утверждения? – не поняла Лиза.

– Утверждение – это некоторое высказывание. Ну, например, «сейчас светит солнце», «часы показывают полночь», «на улице идёт дождь»...

– Или, например, что я – бегемот? Это тоже утверждение? – насупилась Лиза.

– Да, это тоже... Понимаешь, утверждения бывают как правдивые (истинные), так и ложные, то есть неверные. То, что ты бегемот – это ложное утверждение.

– Ну ладно, тогда продолжай. – Лиза успокоилась и приготовилась слушать дальше.

– Как я говорил, утверждения можно объединять союзами «и» и «или». Вот возьмём утверждение «сейчас светит солнце» и объединим его с «часы показывают полночь» союзом «и»: *«Сейчас светит солнце и часы показывают полночь»*.

– Как думаешь, это верное утверждение или нет? – спросил Квантик.

Лиза посмотрела в окно. Небо было затянуто тучами и вот-вот собирался пойти дождь. От этого дома было ещё теплее и уютнее, чем обычно. Часы показывали без пяти шесть.

– Я думаю, нет. И вообще, это утверждение не бывает верным, ведь ночью солнце не светит.

Квантик на секунду задумался. Он знал, что такое всё-таки бывает, но решил лишний раз не умничать.

– Ладно, сейчас оно действительно неверное. Давай будем обозначать верные утверждения единичкой, а ложные – нулём, и составим логическую таблицу (она нарисована на полях).

Первая строчка, где нули, означает, что сейчас не светит солнце, часы не показывают полночь, и поэтому утверждение «сейчас светит солнце и часы показывают полночь» получается неверным. Вторая строка означает, что сейчас не светит солнце, но часы показывают полночь. Однако утверждение «сейчас светит солнце и часы показывают полночь» опять оказывается неверным, так как солнце всё равно не светит. Что нужно поставить в последнюю ячейку этой строчки?

– Ну, нолик. Он ведь обозначает неверные утверждения, – ответила Лиза.

– Правильно! – Квантик мигнул зелёной лампочкой. – Знаешь, Лиза, писать полностью все эти утверждения каждый раз довольно долго. Давай их как-нибудь обозначим. Предлагаю «Сейчас светит солнце» обозначить буквой *А*, «Часы показывают полночь» обозначить буквой *Б*, тогда табличка будет выглядеть так:

А	Б	А и Б
0	0	0
0	1	0
1	0	
1	1	

А теперь закончим эту табличку. Если *А* – верное утверждение, а *Б* – ложь, то утверждение «*А* и *Б*» будет ложным (предпоследняя строка). И только в случае, если *А* – истина и *Б* – истина, утверждение «*А* и *Б*» будет верным (последняя строчка). Значит, табличка должна выглядеть так:

А	Б	А и Б
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

– Понятно, – подумав, ответила Лиза, – а что с союзом «или»?

– Сначала надо нарисовать логическую табличку:

А	Б	А или Б
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Давай теперь у нас утверждение *А* будет «Я люблю вафли», а *Б* – «Ты любишь вафли». Тогда «*А* или *Б*» будет звучать как «Я люблю вафли или ты любишь вафли». Посмотрим на первую строчку таблички – это случай когда мы с тобой на самом деле не любим вафли. Верно ли будет сказать «я люблю вафли или ты любишь вафли»? Нет. А вот если хоть кто-то из нас их любит, то это будет правда. Получается вот что:

А	Б	А или Б
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

– То есть, если мама говорит, что я или брат должны сходить в магазин за хлебом, её устраивает если за хлебом пойду я или мой брат, или мы вместе, но не устраивает если никто из нас не пойдёт?

Квантик мигнул зелёной лампочкой.

– Подожди, но если мама говорит, что купит мне или мороженое, или горячий шоколад, она почему-то имеет в виду что можно выбрать только что-то одно. Хотя по табличке видно, что если она купит мне и то и другое, то её слова останутся правдой!

Квантик задумался. Лиза торжествующе смотрела на своего друга.

– Знаешь, мне кажется, она имеет в виду не просто «или», а так называемое «исключающее или». Другими словами, она хочет сказать «выбирай либо мороженое, либо горячий шоколад». Давай, чтобы не путаться, мы с тобой договоримся для исключающего «или» использовать слово «либо».

– Ну тогда для этого «либо» нужно составить свою логическую табличку! – похоже, Лиза ничуть не расстроилась. Вот что у них получилось:

А	Б	А либо Б
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

– Да, она не сильно отличается от таблички с «или». Утверждение «*А* либо *Б*» будет верно, если ровно одно из утверждений *А* или *Б* верно. – Лиза была довольна своими результатами.

– Знаешь, Лиза, компьютеры ничего не забывают. А вот тебе, девочка, лучше бы выполнить пару упражнений, чтобы получше всё запомнить.

На мониторе Квантика появились упражнения:

Упражнение 1. Учитель математики Василий Николаевич вышел из класса на перемену. Вернувшись, он увидел, что вся доска изрисована мелом. Спросив у девочек, кто это сделал, он получил такие ответы:

Маша: Доску разрисовал либо Вася, либо Коля.

Вика: Доску разрисовал и Вася, и Коля.

Лиза: Вася доску не разрисовывал.

а) Могут ли все три ответа быть правдивыми? б) Оказалось, что ровно одна из девочек соврала. Определите, какая. Кто же разрисовал доску?

Упражнение 2. На следующей перемене Василий Николаевич опять вышел из класса. Вернувшись, он с удивлением обнаружил, что доска снова исписана мелом. Учитель решил сразу спросить стоявших рядом Васю и Колю, кто из них это сделал:

Вася: Это мы с Колей разрисовали доску.

Коля насупился и молчал. Учитель знал, что тот, кто рисовал на доске, будет только врать, а тот, кто не рисовал, будет говорить только правду. Кто из мальчиков рисовал на доске?

Упражнение 3. После третьей перемены, заходя в класс, Василий Николаевич даже не успел посмотреть на доску, как его встретили радостные возгласы детей:

Вася: Это я рисовал на доске, и Коля тоже!

Коля: Это я рисовал на доске, и Петя тоже!

Петя: Доску разрисовывал кто-то один.

Позднее выяснилось, что все три мальчика соврали. Рисовал ли на доске Коля?

На этом Квантик с Лизой решили пока закончить занятие. Не потому, что Квантику больше нечего было рассказать, а просто Лиза устала. Она ведь была ещё маленькой девочкой...

Художник Екатерина Ладатко

Алексей Панов

КАРТЕЗИАНСКИЙ ВОДОЛАЗ – ПОКОЛЕНИЕ «П»

Опубликовано в журнале «Квант», № 2 за 2012 год.

Он проводил её и – картезианским стеклянным человечком, вытянувшимся в струнку призрачным Временем – поднялся на пустынный пятый этаж.

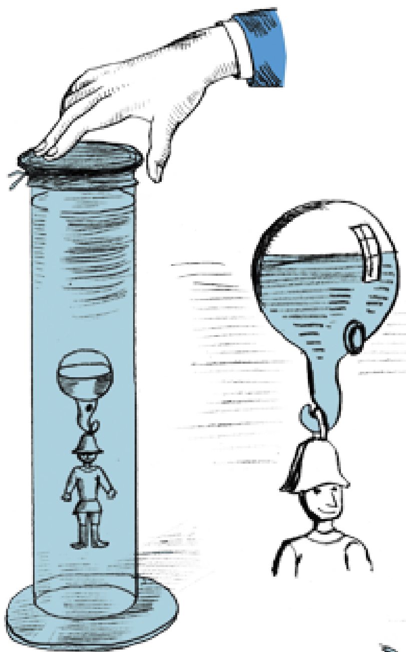
Владимир Набоков,
«Ада»

Владимир Набоков родился в 1899 году. Рене Декарт (латинизированный вариант его имени – Картезиус) родился в 1596 году. Большая П в заголовке – начальная буква слова Пепси. Но – обо всем по порядку.

Именно Декарт придумал игрушечного водолаза. Впервые я увидел картезианского водолаза шестьдесят лет назад в Москве, в подземном переходе под Охотным Рядом. Он выглядел в точности, как описал его Набоков, – в центре наполненного огненной жидкостью сосуда сверкающим эмбрионом висел стеклянный чёртик.

Много лет спустя я прочёл в журнале «Квант» (№ 2 за 1973 год) статью А. Виленкина об этой игрушке, где рассказывалось, как её сделать и как она действует.

Нужна стеклянная бутылка с широким горлышком, стеклянный аптечный пузырёк и тонкая резиновая плёнка – кусочек надувного шарика. В бутылку доверху наливается вода. Пузырёк надо опустить отверстием вниз в воду и, наклонив его, впустить в него немного воды. При этом количество воды в пузырьке надо отрегулировать так, чтобы он обладал минимальной плавучестью – при самом слабом толчке он должен уходить глубоко под воду. Эта регулировка – самое хлопотное дело при создании водолаза, с ней трудней всего справиться. После этого на горлышко бутылки следует туго натянуть, обеспечивая герметичность, резиновую плёнку и зафиксировать её ниткой. Водолаз готов.



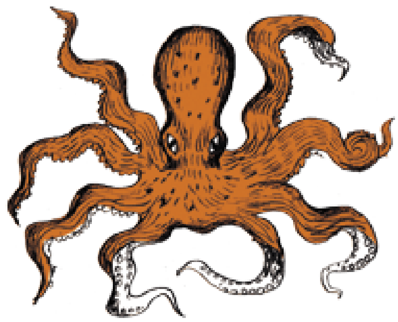
При нажатии на плёнку стеклянный пузырёк уходит на дно. Когда плёнку отпускаешь, водолаз поднимается. Понаблюдав за поведением водолаза, нетрудно сообразить, в чём здесь дело. При надавливании на плёнку воздух внутри бутылки сжимается, в том числе – и в самом пузырьке. Видно, как в пузырёк заходит вода, он становится тяжелее и начинает опускаться. Итак, предложенная конструкция состоит из трёх компонентов:

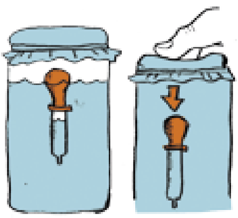
стеклянная бутылка – аптечный пузырёк – резиновая плёнка.

В этой цепочке самым слабым звеном является среднее – очень уж неудобно регулировать количество жидкости в пузырьке. Много позднее я прочёл в книге Х. Рачлиса «Физика в ванне», что одну аптечную принадлежность можно заменить на другую: пузырёк – на пипетку. В самом деле, в пипетку легко набирается жидкость. Количество жидкости в пипетке можно регулировать очень точно, буквально по капле. Наконец, пипетку можно перемещать с места на место, не теряя при этом ни капли жидкости. Эти качества пипетки позволяют легко отрегулировать её плавучесть в любом удобном сосуде, например в тазу, а потом переместить её в любую бутылку с любым горлышком. Эта замена приводит к гораздо более удобной конструкции:

Рене Декарт
1596–1650

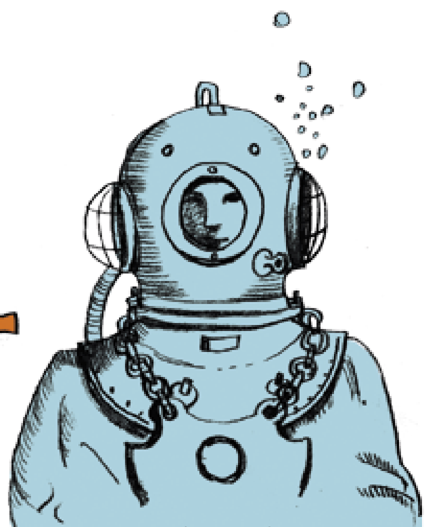
стеклянная бутылка – пипетка – резиновая плёнка.





Если присмотреться к этой цепочке, то здесь можно увидеть ещё одно слабое звено – резиновую плёнку. Во-первых, не так уж просто её зафиксировать и обеспечить герметичность, во-вторых, слишком уж часто она рвётся. Нынешние времена позволяют сделать радикальный шаг и вообще избавиться от плёнки.

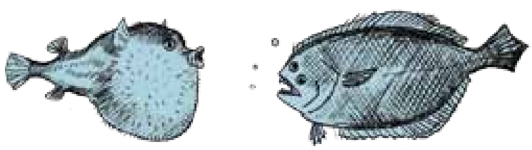
Сходите за пластиковой бутылочкой из-под пепси. Заполните её водой по самое горлышко. Опустите туда подготовленную пипетку и поплотнее завинтите крышку – водолаз готов к действию. При нажатии на пластиковую бутылку объём воздуха внутри пипетки уменьшается, и она опускается вниз. Отпускаем бутылку – пипетка плывёт вверх.



Художник Артём Костюкевич

В результате мы получили очень простой в изготовлении и очень современный вариант картезианского водолаза поколения «П»:

пластиковая бутылка – пипетка.



Игорь Акулич

Индюки против рябчиков

Надеюсь, читатель простит за следующую мемуарную вставку.

...Июль 1983 года, Ленинград, Первомайская ТЭЦ. Мы – группа студентов-практикантов. Нас оформили слесарями первого разряда, то есть по сути – чернорабочими: принести, подать, подержать, помыть, почистить... Лето выдалось знойным, а с учётом работы мощных паровых котлов жарища стояла вообще невыносимая. Все ползали как недоваренные раки и тщетно искали местечко попрохладней.

В один из таких дней бригадир, пребывая в сонно-благодушном настроении, предложил мне:

– Слышь, студент! Реши задачку! Справишься – сразу отпущу с работы.

Предложение весьма соблазняло. Я навострил уши и выслушал условие:

– На рынке купили 100 птиц за 100 рублей: индюков – по 30 рублей за штуку, цыплят – по рублю за штуку, и рябчиков – по рублю за 3 штуки. Сколько каких птиц купили?

Понятное дело, сразу в голову пришло «вырожденное» решение: купили 100 цыплят (и больше ничего), но излагать его я не стал, понимая, что такой ответ не пройдёт – наверняка имелось в виду, что среди купленных были и индюки, и цыплята, и рябчики.

Бумаги и пишущих принадлежностей поблизости не было. Пришлось выйти на улицу, найти нетронутый клочок земли и нацарапать на нём куском арматуры очевидную систему уравнений. Итак, если обозначить количество индюков, цыплят и рябчиков через x, y и z соответственно, то получим:

$$x+y+z=100$$
$$30x+y+\frac{1}{3}z=100$$

А дальше? Дальше не было ничего, потому что земля кончилась. Ничего не поделаешь, придётся считать в уме, но как? Сразу бросалось в глаза, что проблема уж точно не в цыплятах – они по рублю за штуку, и сколько цыплят добавить (или убавить) – на столько же рублей и сумма возрастёт (или снизится). Всё дело в индюках и рябчиках – их стоимости «тянут» среднюю цену купленных птиц в разные стороны от рубля[1]. Надо только понять, каким именно образом. Если добавим трёх рябчиков (их ведь по три продают), количество птиц увеличится на три, а стоимость (в рублях) возрастёт на единицу, то есть число купленных птиц опередит их стоимость на 2. А если добавим индюка, то птиц станет на одну больше, а стоимость возрастёт на 30, то есть число птиц на 29 отстанет от стоимости. Чтобы опережение от рябчиков в точности сократилось с отставанием из-за индюков, придётся на каждых двух индюков «набросить» 29 троек рябчиков, то есть 87 рябчиков. Всего получится $2+87=89$ голов, и стоят они $30\cdot 2+87\cdot\frac{1}{3}=$ $=89$ рублей. Прямо в точку! Добавим недостающих 11 цыплят, и получаем искомый ответ. Другого решения, понятное дело, быть не может, потому что уже для четырёх (или более) индюков потребное число рябчиков заведомо превысит сотню, а если взять нечётное число индюков, то число рябчиков и вовсе выйдет нецелым. Итак, купили 2 индюков, 87 рябчиков и 11 цыплят.

К счастью, ответ оказался верным, и заслуженный отдых состоялся. Как видите, вопреки распространенному мнению, от математики всё-таки бывает реальная польза. Но здесь могут вызвать интерес и приведённые выше рассуждения «на пальцах». Конечно, они выглядят очень уж простыми и «ненаучными». Но на деле – ничем не хуже других. А уж когда нечем и не на чем писать – вообще лучше не найти! Так что рекомендую читателю принять способ на вооружение – вдруг пригодится.

А для пробы постарайтесь-ка решить с его помощью другую задачу, которую великий просветитель Леонтий Филиппович Магницкий поместил в свою знаменитую «Арифметику», изданную ещё в начале XVIII века:

«Некогда в Константине граде 20 человек мыяхуся в бане, в них же бяху християне, турки же и евреи, а установлено имати за баню с турченина по полденге, а с християнина по денге, с евреина же по три денги. Но всех бывших в бане есть 20 человек, дали бяху обще от всех 20 денег. И ведателно есть, колико бяху християн, турок же и евреев.»

Как видим, суммарное количество людей совпадает с количеством денег, так что изложенный подход применим как нельзя лучше. Вперёд! А потом сверьтесь с решением на стр. 29.

[1] И тем самым становятся аналогами быка и медведя на фондовой бирже.

Математический КРУЖОК

Александр Блинков

ГЕОМЕТРИЯ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ

ЧАСТЬ 1

Такая геометрия – с одной стороны, необычная, а с другой – вполне обыкновенная. Необычная – потому, что все фигуры будут изображаться на «клеточках», а обычная – потому, что для рассуждений потребуется воображение и знание основных фактов школьного курса геометрии (как правило, на уровне 7 класса).

Предлагаемые задачи по большей части выбраны из различных олимпиад и придуманы серьёзными авторами. Несколько задач взяты из книжки «Задачи на вырост» замечательного математика Вячеслава Викторовича Произволова. Всё это говорит о том, что геометрические задачи на клетчатой бумаге достойны отдельного разговора!

Начнём с задач на построение. На клетчатой бумаге для их решения обычно хватает одного инструмента – линейки, причем без делений, так как при построениях мы можем использовать «узлы» квадратной сетки.

ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ФАКТЫ

Факт 1. Угол на рисунке 1 равен 90°.

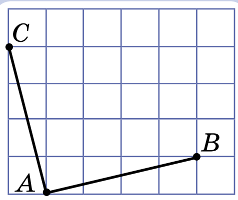


Рис. 1

Доказательство. Заметим, что AB и AC – диагонали равных прямоугольников размера 1×4 клетки. Повернём прямоугольник с диагональю AB вокруг точки A на 90° против часовой стрелки. Он, очевидно, перейдёт в прямоугольник с диагональю AC, которая совместится с диагональю AB. Значит, до поворота угол между этими диагоналями был 90°.

Подобный факт останется верным, если вместо прямоугольников 1×4 взять равные прямоугольники любых размеров.

Факт 2. AD – биссектриса угла BAC на рисунке 2.

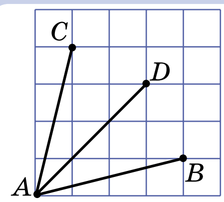


Рис. 2

Доказательство. Заметим, что отрезки AD и CB перпендикулярны (они проходят через диагонали клетки с вершиной в точке D), причём их точка пересечения делит отрезок CB пополам (на два отрезка длиной в полторы диагонали клетки). Значит, если перегнуть лист бумаги по отрезку AD, то точки B и C совместятся (говорят, что точки B и C *симметричны* относительно прямой AD). Ясно, что и углы BAD и CAD при этом совместятся, то есть они равны, и AD – биссектриса угла BAC.

Задача 1 (*В. Смирнов*). Используя только линейку без делений, постройте центр окружности, вписанной в треугольник ABC (рис. 3а).

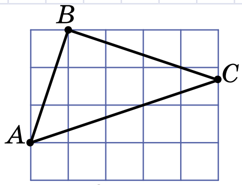


Рис. 3а

Напомним, что центр окружности, вписанной в треугольник, лежит на пересечении его биссектрис.

Решение. Для построения центра вписанной окружности достаточно построить биссектрисы двух углов треугольника. Совсем несложно построить биссектрису угла A: отметим узел K и соединим его отрезком с вершиной A. Аналогично доказательству факта 2, точки B и D симметричны относительно AK, и поэтому луч AK является биссектрисой угла BAD (рис. 3б).

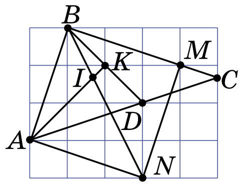


Рис. 3б

Чтобы использовать похожую идею ещё раз, заметим, что угол ABC – прямой. Тогда отметим на стороне BC точку M так, чтобы отрезки BM и BA были равны, после чего, используя также узел N, построим квадрат $ABMN$. Его диагональ BN будет биссектрисой угла B.

Точка I пересечения отрезков AK и BN – искомая.

Узлы на сетке позволяют в некоторых случаях обойтись вообще без инструментов.

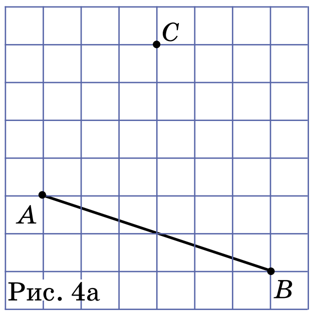


Рис. 4а

Задача 2 (*А. Блинков*). Отметьте на чертеже (рис. 4а) точку, симметричную точке C относительно прямой AB. Ответ обоснуйте.

Найти искомую точку, скорее всего, несложно, но ведь надо ещё обосновать...

Ответ: точка D (рис. 4б, в).

Решение. Напомним, что точка D будет симметрична точке C относительно AB, если прямая AB – серединный перпендикуляр к отрезку CD. Чтобы это доказать, соединим точки C и D

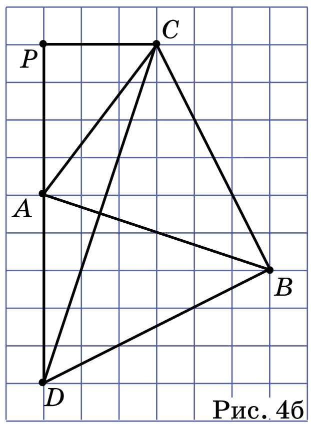
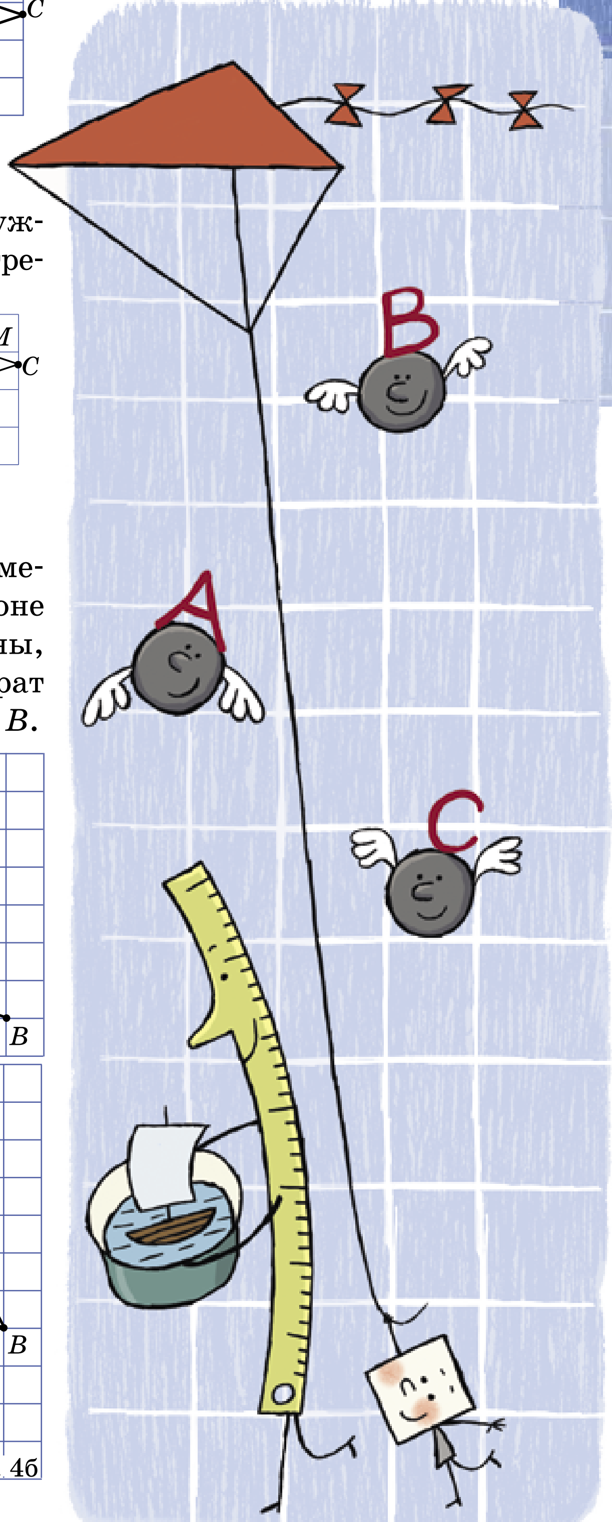


Рис. 4б



с концами отрезка AB (рис. 4б). Заметим, что $AC=5$ (по теореме Пифагора для треугольника ACP). Следовательно, треугольники ABC и ABD равны (по трём сторонам), поэтому равны углы CAB и DAB.

Таким образом, биссектриса треугольника CAD, проведённая из вершины A, является его высотой и медианой, значит, AB – серединный перпендикуляр к отрезку CD.

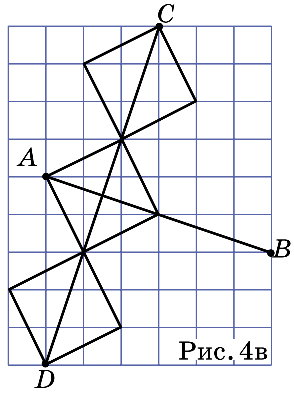


Рис. 4в

Те из вас, кто ещё не знаком с теоремой Пифагора, могут решить задачу по-другому, построив три вспомогательных квадрата на рис. 4в.

Обратите внимание, что задача 2 на самом деле не задача на построение, а задача «на доказательство». И таких задач «на клеточках» также немало.

Задача 3 (*В. Произволов*). Не выходя за пределы листа размера 3×3, докажите равенство красного и зелёного углов (рис. 5а).

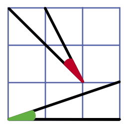


Рис. 5а

Понятно, что равные углы наверняка найдутся в равных треугольниках, но таких здесь не видно. Но если нет равных треугольников, то, может быть, найдутся хотя бы подобные?

Решение. Построим два прямоугольных треугольника (рис. 5б). В каждом из них отношение большего катета к меньшему равно 3, то есть эти треугольники подобны. Следовательно, равны их соответствующие углы – красный и зелёный.

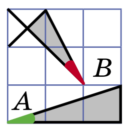


Рис. 5б

Как мы уже видели в задаче 2, в задачах «на клеточках» возможны и вычисления, причём проделать их не всегда просто. Как правило, такие задачи возникают при рассмотрении прямоугольных треугольников, прямоугольников или квадратов.

Задача 4 (*В. Произволов*). Найдите угол AKM (рис. 6а).

Сначала попробуем «угадать» ответ. В «клеточных» задачах, как правило, вариантов немного и ответ всегда «хороший». Похоже, что искомый *угол равен 45°. А такой угол возникает в прямоугольном равнобедренном треугольнике. Значит, требуются дополнительные построения, которые позволят заменить искомый угол на ему равный, но расположенный более удобно. Помимо равенства треугольников (применение которого мы уже разбирали), в таких случаях часто помогает параллельность.*

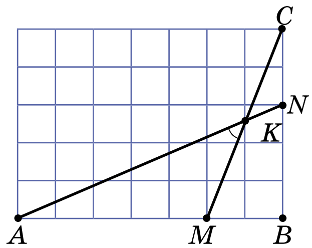


Рис. 6а

Ответ: 45°.

Решение. Проведём AE параллельно CM (рис. 6б). Тогда $\angle AKM = \angle EAN$. Так как треугольник AEN – прямоугольный и равнобедренный, то $\angle EAN =$ $=45°$, то есть $\angle AKM = 45°$.

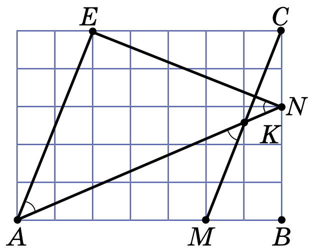


Рис. 6б

Очень красивы задачи, в которых вычислить отдельные углы невозможно, но можно вычислить сумму нескольких углов.

Задача 5 (*В.Произволов*, заочный конкурс «Математика 6–8» журнала «Квант»). Найдите сумму пяти углов: MAN, MBN, MCN, MDN и MEN (рис. 7а)

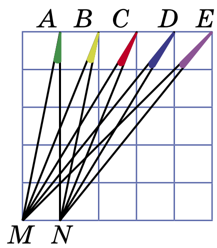


Рис. 7а

В таких случаях надо попытаться «состыковать» все углы, сумму которых надо найти, то есть расположить их так, чтобы они имели общую вершину, а соседние углы – общую сторону.

Ответ: 45°.

Решение. Перенесём углы вправо так, чтобы их вершина оказалась в точке E: угол MAN – на 4 клетки, угол MBN – на 3, угол MCN – на 2, а угол MDN – на одну клетку (рис. 7б). Тогда сумма пяти углов будет равна углу MEK, то есть равна 45°.

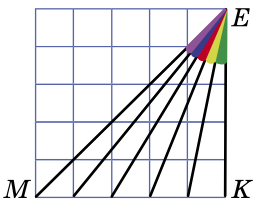
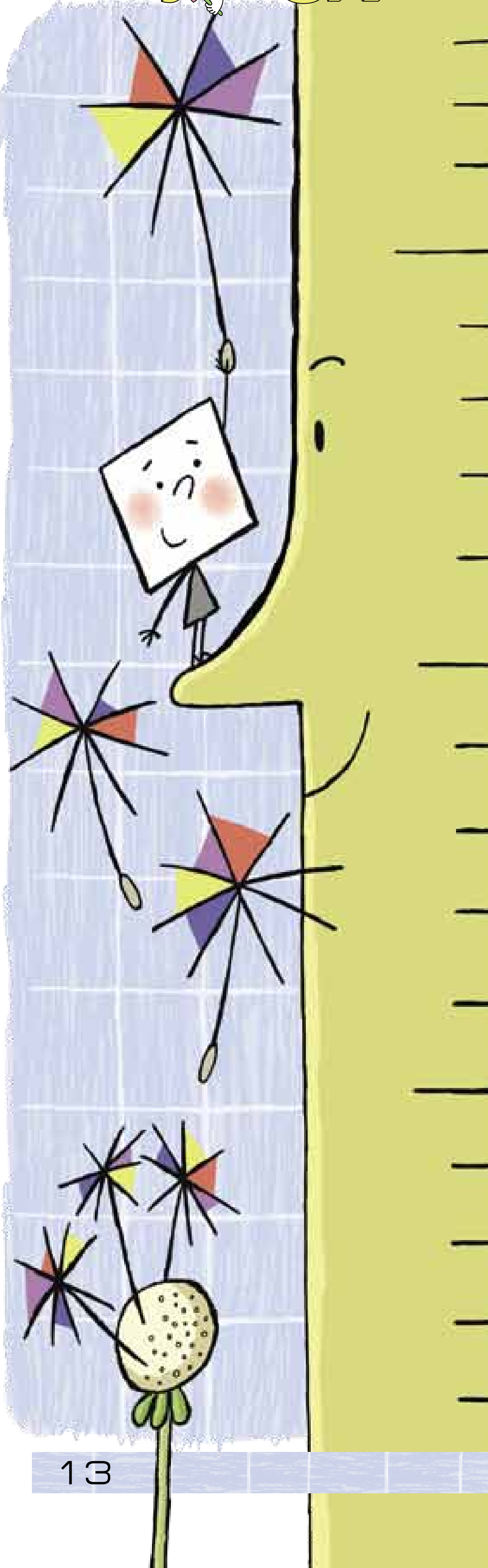


Рис. 7б



Математический кружок

Разговор о более сложных задачах «на клеточках» мы ещё продолжим, а пока – задачи для самостоятельного решения.

Задача 6 Используя только линейку без делений, постройте центр окружности, проходящей через точки A, B и C (рис. 8).

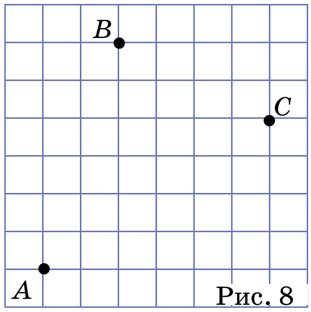


Рис. 8

Задача 7 (*Р.Гордин*, X Математический праздник). Постройте какой-нибудь треугольник, две медианы которого взаимно перпендикулярны.

Задача 8 (*Д.Прокопенко*, XVII турнир матбоёв имени А.П.Савина). Найдите угол между прямыми AE и DQ (рис. 9).

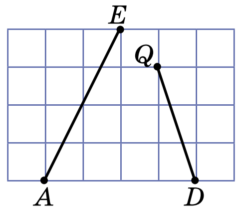


Рис. 9

Задача 9 (*В.Произволов*). Докажите, что углы MAN и BPM равны (рис. 10).

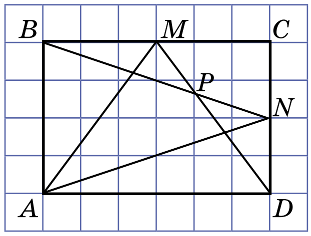


Рис. 10

Задача 10. Найдите сумму трёх углов, обозначенных на рисунке 11.

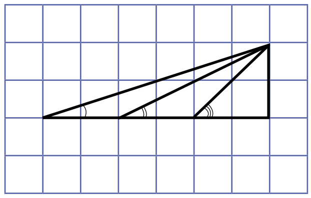


Рис. 11

Задача 11 (*В.Произволов*). От квадрата $ABCD$ отрезали прямоугольный треугольник MND (рис. 12). Найдите сумму трёх углов, под которыми из вершин A, B и C видна его гипотенуза.

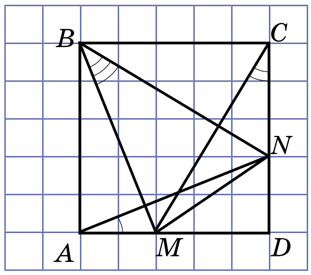


Рис. 12

Художник Инга Коржнева

Александр Бердников

Какая половина велосипеда быстрее?

На прогулке Квантик с Ноутиком заметили странную вещь: на большом участке пути переднее колесо электросамоката Ноутика делает немного больше оборотов, чем заднее, хотя колёса совершенно одинаковые. А у велосипеда Квантика вообще странно: обычно чуть быстрее крутится переднее колесо, но иногда заднему удаётся его перегонять. В чём тут дело?

Художник Максим Калякин

ХОДЖА НАСРЕДДИН, ПАГАНИНИ И ПЁТР I

Сергей Федин

Две из этих историй известны, а одна полностью придумана. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

ХОДЖА НАСРЕДДИН

Спросите любого в Турции, слышал ли он про ходжу Насреддина, и он улыбнётся в ответ:

– Конечно, слышал! Это же наш любимый герой. Он жил пятьсот лет назад и был знаменит своим остроумием и находчивостью.

И, действительно, весёлые истории про ходжу Насреддина знает каждый турок. Вот одна из них.

Однажды к ходже зашёл сосед и попросил у него ненадолго осла. Но ходжа пожадничал и сказал:

– Я бы с удовольствием, но моего осла сейчас как раз нет дома.

И вдруг в этот самый момент осёл громко закричал из хлева.

– Постой, постой, – удивился сосед. – Да это же твой осел кричит. А ты говоришь, что его нет.

– Как же тебе не стыдно, – не растерялся ходжа. – Ты не поверил мне, старому уважаемому человеку, зато поверил какому-то глупому ослу.

ПАГАНИНИ

Самый великий скрипач жил двести лет назад, и звали его Никколо Паганини. Он мог здорово сыграть даже на одной струне и на каждом концерте показывал, как это делается. Зрители были в восторге.

С этой самой струной связан один забавный случай. Дело было в Париже. Однажды Паганини торопился на концерт и нанял извозчика. Когда он попросил довезти его до театра, извозчик, узнавший скрипача, запросил десять франков.

– Да вы что? – возмутился Паганини. – Это всегда стоило один франк.

– Ну и что, – ответил извозчик. – Каждый ваш зритель платит вам те же десять франков только за то, чтобы услышать, как вы играете на одной струне.

– Хорошо, – согласился Паганини. – Я заплачу вам эти десять франков, но при условии, что вы довезёте меня на одном колесе.

ПЁТР I

Как известно Пётр Первый в молодости обучался в Европе, где научился очень многому. Но особенно ему полюбился баскетбол, и очень скоро царь, обладавший двухметровым ростом, стал играть лучше всех.

Вернувшись в Россию, Пётр стал заставлять бояр играть в диковинную заморскую игру. Бояре чертыхались, но, боясь царского гнева, старались вовсю. Однако они постоянно путались в своих длинных шубах и падали. Пётр страшно злился из-за этого и, в конце концов, повелел всем боярам ходить в коротких заграничных кафтанах.

Так в России появился баскетбол и европейская одежда.

Художник Капыч

Борис Дружинин

ПРИКЛЮЧЕНИЯ НА СТАНЦИИ ДРУЖИНИНО

Лиза и Вова отправились в поход по Южному Уралу и Квантика взяли с собой. Конечно, самый тяжёлый рюкзак нёс робот, но и Вова с Лизой тоже не налегке топали. Они выгрузились на маленьком полустанке ночью, прошли пару километров до первого ручейка, поставили палатку и, так и не поужинав, завалились спать. Утром ребята решили приготовить молочную кашу.

– Пока мы чистим зубы и умываемся, разведи сухое молоко, – попросила Лиза Квантика.

– А как это сделать? – поинтересовался тот. – Я раньше никогда сухое молоко не разводил.

Девочка насыпала в миску пару горстей сухого молока и отдала роботу.

– Подливай понемногу холодную воду и размешивай ложкой, пока порошок не растворится.

Квантик отлично справился с поставленной задачей и попросил новых указаний.

– Теперь возьми дрова, разведи из них костёр и ставь вариться рис, – не вынимая щётку изо рта, буркнул Вова.

Вернувшись к палатке, ребята увидели поразительную картину: Квантик засунул в котелок несколько веточек, залил их водой и тщетно пытался перемешать.

– Вы сами попросили *развести*, – оправдался робот.

Друзья вдоволь посмеялись, потом развели костёр, сварили кашу, с аппетитом позавтракали, сложили рюкзаки и отправились в путь. Шли и любовались прекрасной природой, на старой просеке обнаружили заросли малины, такой вкусной, что пришлось устроить привал на пару часов. Всё бы было хорошо, но на третий день у Квантика стали появляться признаки какой-то неизвестной «роботовой болезни». Он с трудом передвигал ноги, на все вопросы отвечал непонятным мычанием. Наконец он прислонился к столбу и замер.

– Что же я, болван, наделал! – хлопнул себя по лбу Вова. – Перед походом я не зарядил Квантику аккумуляторы, и вот они полностью разрядились! Что же делать?

– Так вот вдоль дороги провода идут, – заметила Лиза. – Есть провода – найдётся и розетка. Вот только как Квантика к этой розетке подтащить?

Минут через двадцать на дороге показалась лошадь с телегой, на которой сидел бородатый мужчина с ружьём за спиной. Оказалось, что это лесник возвращается к себе на кордон, и там есть розетка! С его помощью ребята водрузили на телегу бедного робота и через пару часов оказались в гостях у бородача. Квантика немедленно подключили к электричеству, а Лиза и Вова принялись за вкусности, которыми их угощал лесник. Наутро выяснилось, что аккумуляторы ещё не зарядились даже наполовину.

Изучив карту, Вова принял решение.

– Тут километров через пять речушка есть. Ещё пару километров вверх по течению пройдём, поставим лагерь, рыбку половим.

На том и порешили. Роботу объяснили, что когда он полностью зарядится, то пусть идёт вперёд до моста, там свернёт налево и идёт вдоль речки к палатке.

– Мы на левом берегу стоять будем, – уточнил Вова.

Так и поступили. А рано утром друзей разбудил голос Квантика. Выглянув из палатки, они обнаружили робота на другом берегу.

– Как ты там оказался? – поинтересовалась Лиза.

– Строго выполнял ваше предписание, – ответил Квантик.

Почему робот оказался на другом берегу?

Недоразумение прояснилось, и поход продолжился. До чего же хорошо путешествовать по Уралу! Ребята ловили рыбу, собирали грибы, наелись вкуснейшего башкирского мёда и даже совершили восхождение на знаменитую гору Ямантау. Завершая поход, они пришли к маленькой железнодорожной станции Дружи-

нино, откуда собирались уехать домой. На вокзале не было ни единой души, касса не работала и нигде не висело столь привычное расписание движения поездов.

– Может, станция закрыта? – засомневался Вова.

Но, как бы отвечая на его вопрос, мимо прогромыхал товарный поезд. Друзья вышли на привокзальную площадь. Мимо проходил мальчишка с удочками в руках. Лиза его остановила.

– А ты знаешь, когда поезд на Москву пойдёт? – поинтересовалась Лиза.

– Конечно, знаю. У меня папа – начальник станции, – гордо сказал мальчишка и посмотрел на свои часы. – Он говорил, что сегодня поезд будет ровно в 18 часов.

Вова спросил у Квантика время.

– Тринадцать часов двадцать минут, – отрапортовал тот.

– У нас ещё уйма времени, – заметил Вова и предложил Лизе. – Пойдём с мальчиком.

И они отправились на речку. Там они вдоволь накупались, посидели у костра с Костиком (так звали мальчишку) и полакомились жареной рыбкой. Так прошло три часа. Друзья вернулись на вокзал и принялись ждать прибытия поезда. Но в 18 часов поезд так и не пришёл. Тут на площади появился Костик.

– Ты нас обманул! – возмутился Вова. – Поезда не было.

– Сейчас у папы узнаю, – сказал Костик и скрылся в подъезде. Через минуту он вернулся. – Папа сказал, что поезд останавливался на нашей станции 2 часа назад.

– Эх, мы разини! – воскликнула Лиза.

Что случилось? Почему Вова, Лиза и Квантик не попали на поезд?

Наши путешественники провели ещё несколько часов на станции до следующего поезда, но никуда с вокзала уже не отлучались. Так, на всякий случай.

Художник Юлия Исмоилова

Пилотируемая полоска

Алексей Панов

Игрушка, о которой мы сегодня расскажем, появилась всего несколько лет назад, её английское название – *tumblewing*. Это прямоугольная бумажная полоска с четырьмя разрезами и с четырьмя отогнутыми крылышками – двумя боковыми и двумя продольными. Шаблон для изготовления пилотируемой полоски приведён на следующей странице. Размеры внешнего прямоугольника должны быть 5×24 см, размеры внутреннего, ограниченного пунктирными линиями, по которым будут проводиться сгибы, 3×19 см.

Лучший материал для изготовления пилотируемой полоски это тонкий лист бумаги из телефонной книги (подойдёт и тонкая газетная бумага или папиросная бумага тишью). Вырежьте из такого листа заготовку указанных размеров. Сделайте на ней четыре коротких разреза и отогните крылышки, как написано на шаблоне и показано на фото 1, и полоска готова. Для её пилотирования понадобится ещё картонка размером 50×50 см.

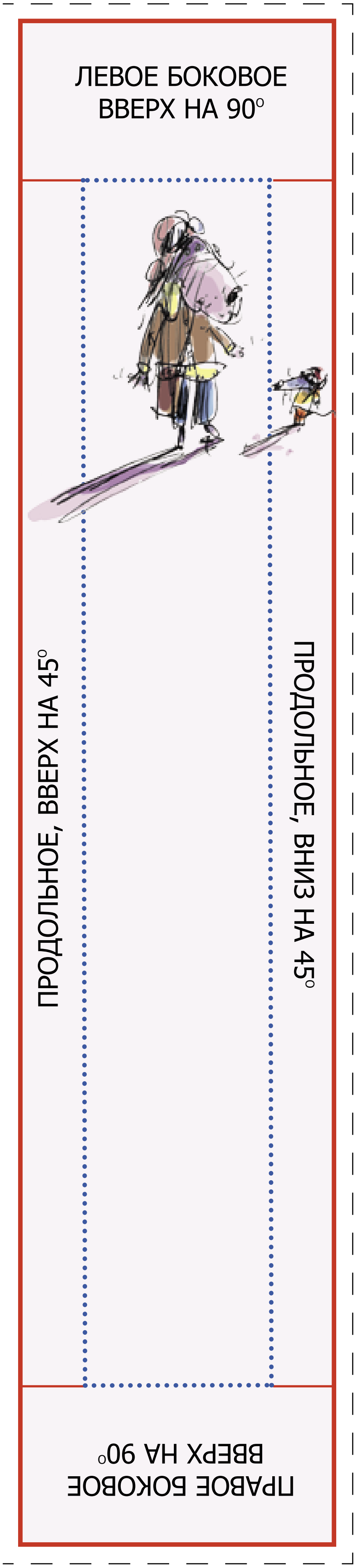
Фото 1. Пилотируемая полоска

Перед началом полётов полоску нужно настроить, чтобы в свободном падении она двигалась прямолинейно и не заворачивала. Возьмите полоску за продольное крылышко. Держите её перед собой так, чтобы её левое боковое крылышко находилось слева от вас. Движением вперёд-вниз закрутите и запустите полоску.

Если вращающаяся полоска в полёте отклоняется влево, то чуть влево отклоните и оба боковых крылышка. Если полоска поворачивает вправо, то соответственно отклоните их вправо. За несколько запусков удастся добиться прямолинейного полёта. И теперь можно приступать к пилотированию.

Если идти вперёд с чуть наклонённой к себе картонкой (фото 2), то над её верхней кромкой возникнет восходящий воздушный поток. Ваша задача, посадить вращающуюся полоску на гребень этой воздушной волны. Перед запуском держите картонку перед собой в одной руке, а полоску в другой, вытянутой над головой.

Опубликовано в журнале «Квант», №4 за 2013 год.



Художник Сергей Чуб

Запустите полоску и с картонкой в руках начните движение вперёд, стараясь подхватить вращающуюся полоску. Потренировавшись, вы научитесь пилотировать полоску не только вдоль прямой, но и поворачивать и передвигаться на большие расстояния. Добавлю ещё, что пилотирование полоски возможно только в замкнутых помещениях без сквозняков и других воздушных потоков.

Фото 2. Пилотирование

Подробные описания и демонстрацию полётов можно посмотреть по ссылкам

- http://www.youtube.com/watch?v=LefTqarcvCI
- http://sciencetoymaker.org/tumblewing/makeTumblewing.htm

Пилотирование – это сложная штука, наподобие жонглирования мячами или езды на велосипеде. Так что смотрите внимательней и усердно тренируйтесь.

ИНСТРУКЦИЯ ПО ИЗГОТОВЛЕНИЮ

Шаблон для изготовления полоски представляет собой прямоугольник, на рисунке он ограничен сплошной жирной линией. Внутри него находится ещё один прямоугольник, ограниченный пунктирными линиями, – это будущие линии сгиба. Все сплошные жирные линии – линии разреза.

1. Вырежьте по штриховой линии шаблон вместе с полями.
2. Четырьмя кусочками скотча прикрепите вырезанную полоску к чуть большей полоске, вырезанной из телефонной книги.
3. С хорошим нажимом обведите шариковой ручкой пунктирную границу внутреннего прямоугольника. Это в дальнейшем позволит сделать аккуратные сгибы.
4. Сделайте четыре коротких надреза вдоль сплошных линий, ведущих к вершинам внутреннего прямоугольника.
5. Сделайте четыре сгиба вдоль пунктирной границы внутреннего прямоугольника. На шаблоне указано, в каком направлении нужно осуществлять эти сгибы. Пока не обращайте внимания на указанные там градусы – это в самом конце, – и хорошо прогладьте сгибы.
6. Распрямите сгибы и сделайте оставшиеся разрезы вдоль границы шаблона, отделите полоску от шаблона.
7. Последнее: снова прогладьте сгибы на полоске и отрегулируйте углы отклонения элементов полоски в соответствии с указаниями, написанными на шаблоне.

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ

Наш новый конкурс продолжается! Благодарим участников первого тура, приславших свои решения, и приглашаем всех желающих присоединиться к конкурсу.

Для победы вовсе не обязательно решить всё – присылайте то, что получится.

Решения второго тура ждём по адресу **kvantik@mccme.ru** не позднее 1 декабря.

Победителей ждут призы. Желаем успеха!

Предлагайте задачи собственного сочинения – лучшие будут опубликованы!

II ТУР

Задача 6.

Название какого музыкального инструмента во множественном числе может иметь значение «отказ»?

Б.Л. Иомдин

Задача 7.

В русском языке винительным падежом обычно управляют глаголы (включая формы причастий и деепричастий) и предлоги, например: *вижу слона*, *решивший задачу*, *через минуту*. Приведите пример русского слова, не являющегося ни глаголом, ни предлогом, которое может управлять винительным падежом. Предложения типа *Можно мне булочку?*, конечно, не считаются: в них всегда подразумевается глагол (*Можно мне взять* (*съесть* и т.п.) *булочку*?).

И.Б. Иткин

Задача 8.

В начале XX века на клавиатуре русских печатных машинок из 10 цифр присутствовали только 7. Каких цифр не было на клавиатуре и почему?

М.С. Картышева

Задача 9.

Редупликацией называется удвоение слова или части слова. Назовите сказку, в которой имена почти всех героев образованы с помощью редупликации.

А.А. Лопухина

Задача 10.

Назовите русское слово, в котором все буквы выглядят одинаково, а читаются по-разному.

С.И. Переверзева

КОСТРОМСКИЕ ПРИКЛЮЧЕНИЯ ДЛЯ ПЯТИКЛАССНИКОВ

Материал подготовили Дмитрий Калинин, Эмма Акопян и Евгений Асташов

Может ли любитель математики получить диплом за постройку моста или высокой башни? Конечно, может. А можно ли сыграть много математических боёв за один день? Да! Для этого нужно приехать на турнир **«Kostroma Open 5»**.

Неподалёку от Костромы вот уже третий год подряд съезжаются пятиклассники из Москвы, Санкт-Петербурга и других городов. Всего за шесть дней они успевают поучаствовать в большом числе игр, как личных, так и командных.

Турнир начинается с устной командной олимпиады. После него проходит самое важное соревнование – турнир экспресс-боёв. Каждый такой бой проходит быстро и азартно – ребята за 1 час решают и разыгрывают 6 задач. Обычно, одна из этих задач – игра, в которой просто надо выиграть у соперника, другая задача требует найти ответ лучше, чем у других. В одной из игр (задача 5 ниже) выигрышную стратегию не знают ни школьники, ни жюри – советуем поиграть в неё!

Индивидуально ребята проявляют себя в двух личных олимпиадах: письменной тестовой и устной. В январе 2015 года, на последнем турнире, лучшими в обеих олимпиадах стали Артур Ахияров из Москвы, Сергей Аникин и Эмин Керимов из Санкт-Петербурга.

Помимо традиционных математических игр (карусель, аукцион) каждый год ребятам предлагается что-то новое. Например, в 2015 году они играли в смесь математической и экономической игры, где можно заработать условные «деньги», сначала купив задачу, а потом продав её верное решение.

Два соревнования на турнире не имеют прямого отношения к математике, но требуют не меньшей сообразительности. Нематематическая олимпиада – это набор заданий, среди которых есть головоломки, задачи по лингвистике и просто задания на общую эрудицию. В конкурсе инженеров нужно проявить свои навыки изобретателя и способность работать в команде (например, из данных материалов построить самый крепкий мост, самую высокую башню, лучший летательный аппарат).

По итогам всех соревнований определяется лучшая команда. В самом первом турнире ею стала команда из лицея № 3 города Сарова, в двух следующих – команды гимназии № 1514 города Москвы.

Подробнее о турнире можно прочитать на сайте kostroma-open.info. Для участия в турнире нужно заявить команду из 6 школьников и руководителя, написав письмо на адрес turnir@kostroma-open.info.

Предлагаем некоторые из заданий. Задачи № 1–6 – вариант одного экспресс-боя, задачи № 7–8 – из тестовой личной олимпиады, задачи про Витька – из устной личной олимпиады, задача № 14 – из нематематической олимпиады.

КОСТРОМСКИЕ ПРИКЛЮЧЕНИЯ ДЛЯ ПЯТИКЛАССНИКОВ

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ ТУРНИРА

1. Найдите все четырёхзначные числа, у которых сумма первых трёх цифр равна 17, а сумма последних трёх цифр равна 25.

2. Найдите хотя бы одно решение ребуса

$$Я + О \cdot Н + Д \cdot Р \cdot У \cdot З \cdot Ь \cdot Я = М \cdot Ы$$

(Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными – разные.)

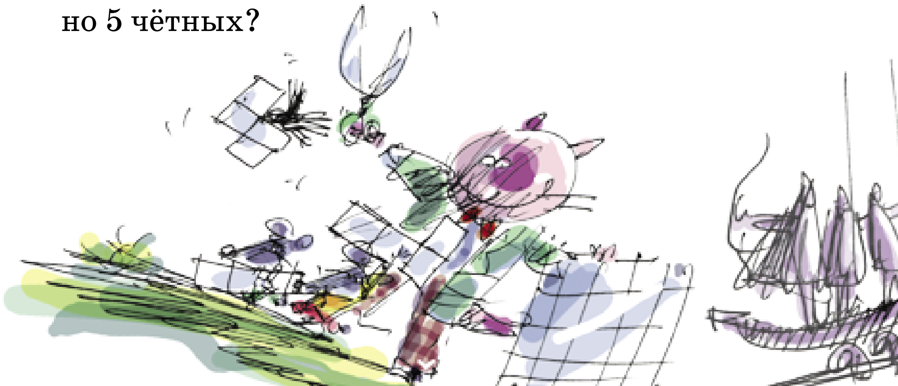
3. Найдите как можно большее натуральное число, в котором каждая цифра, кроме двух последних, равна сумме двух стоящих за ней, и цифры не повторяются.

4. Нарисуйте 6 прямых и отметьте на них 7 точек так, чтобы на каждой прямой было отмечено ровно по 3 точки.

5. Играют двое. За ход разрешается вырезать из квадрата 5×5 тетраминошку (то есть связную фигурку из четырёх клеток), отличную от уже вырезанных. Проигрывает тот, кто не может сделать хода.

6. Три друга – Иван, Дмитрий и Степан, – преподают биологию, физику и химию в школах Москвы, Санкт-Петербурга и Киева. Иван – не в Москве, Дмитрий – не в Санкт-Петербурге. Москвич не преподаёт физику. Тот, кто живёт в Санкт-Петербурге, преподаёт химию. Дмитрий не преподаёт биологию. Кто в каком городе живёт и что преподаёт?

7. Пользователь выбирает три различные цифры, а компьютер выписывает все трёхзначные числа, которые можно из них составить. Может ли среди выписанных чисел оказаться: а) ровно 1 чётное; б) ровно 2 чётных; в) ровно 3 чётных; г) ровно 4 чётных; д) ровно 5 чётных?



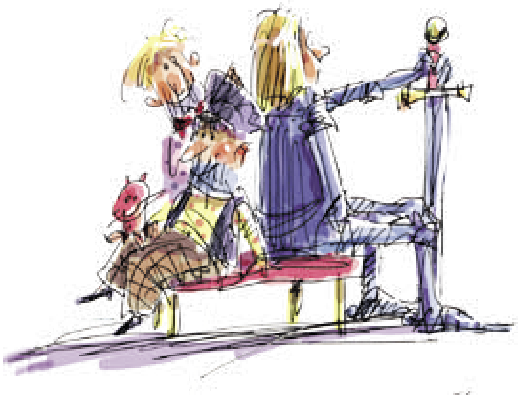
8. У Пети в кармане могут быть монеты в 1 рубль, в 2 рубля, в 5 рублей и в 10 рублей.

а) В кармане 10 монет, и если Петя наугад вытащит из кармана 3 монеты, то среди них обязательно найдётся монета в 1 рубль. Какая наибольшая сумма денег может быть в кармане?

б) В кармане 10 монет, и если Петя наугад вытащит из кармана 7 монет, то среди них обязательно найдутся три разные монеты. Какая наибольшая сумма денег может быть в кармане?

в) Если Петя наугад вытащит из кармана 3 монеты, среди них обязательно найдётся монета в 1 рубль. Если Петя наугад вытащит из кармана 4 монеты, среди них обязательно найдётся монета в 2 рубля. Петя вытащил из кармана 5 монет. Назовите эти монеты.

9. Маленький Витёк помогал папе и дедушке вешать полки. Чтобы повесить одну полку, нужно вбить шесть гвоздей. Витёк вбил меньше всех – 10 гвоздей, а его папа больше всех – 14 гвоздей. Сколько всего полок они повесили?



10. Однажды Витёк подслушал через стену разговор на соседской кухне, где собралась компания из рыцарей и лжецов. Трое из них произнесли по два высказывания:

1. «Нас тут не больше трёх человек. Все мы – лжецы»;
2. «Нас тут не больше четырёх человек. Не все мы лжецы»;
3. «Нас тут пятеро. Трое из нас лжецы».

Помогите Витьку понять, сколько человек было на кухне и сколько среди них лжецов.

11. Витёк задумал два четырёхзначных числа и сказал, что:

– все цифры одного из них различны;

– если записать цифры одного из них в обратном порядке, получится второе число;
– одно из них чётно, а другое нечётно;
– разность этих чисел меньше 1000.

Найдите наибольшее возможное значение суммы задуманных Витьком чисел.

12. Витёк взял ленточку, сложил её вдвое, совместив концы, потом сложил сдвоенную ленту так же ещё раз. Полученную четырёхслойную ленту он разрезал поперёк. Какова могла быть длина ленточки, если известно, что какие-то два из полученных кусков имели длины 10 см и 4 см?

13. Витёк достал из коробки подаренные ему электронные часы и увидел, что они показывают 10:00. Он заметил, что цифры каждую минуту меняются, причём за один раз могут измениться как одна, так и несколько цифр. (Например, от 13:00 до 13:01 происходит одно изменение, а от 02:59 до 03:00 – три изменения.) Что будут показывать часы после того, как произойдёт ровно 2015 изменений?

14. Многие русские имена по-китайски произносятся не совсем так, как по-русски. Ниже даётся русская транскрипция китайского произношения некоторых русских женских и мужских имён. А как эти имена звучат по-русски?

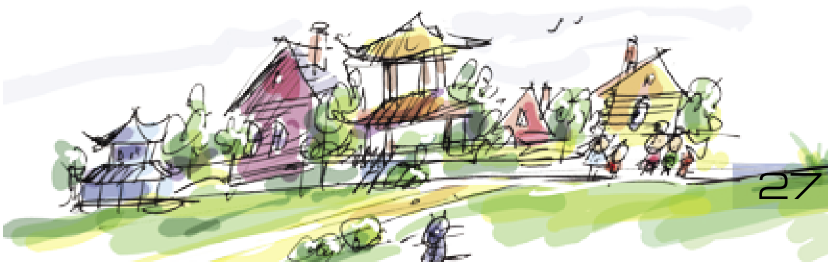
Женские имена:

Ва лунь ди на, А ли шань дэ ла, Ма ли на, На цзе жи да, Цзя ли на, Ма эр цзя ли та, Вэй кэ то ли я, Ао эр цзя, Кэ ли сы цзя на.

Мужские имена:

А ли шань де, Фу ла цзи ми эр, Сы вэй я туо сы ла фу, Ай дэ хуа, Е фу гэнь ни, Ань дун, Ань дэ ле, Ба вэй эр.

Художник Сергей Чуб



БЫСТРЕЕ, ВЫШЕ, СИЛЬНЕЕ! («Квантик» № 6)

● «ВОЛЕЙБОЛ»

Команд, которые не одержали ни одной победы, не может быть больше одной. Ведь если таких команд две или более, то они сыграли друг с другом и какая-то одна из них победила (ничьих в волейболе нет). Противоречие. Итак, одна команда – это 20% от их общего числа. Значит, всего было 5 команд.

● «БОРЬБА»

Да, могло! Упорядочим борцов по рейтингу от 1 до 9 (рейтинг 9 имеет самый сильный борец). Интуитивно понятно, что если требуемое разбиение на команды возможно, то команды примерно равны по силе. Попробуем разбить борцов на команды так, чтобы суммы рейтингов борцов из одной команды были равны. Сумма рейтингов всех борцов равна 45, то есть сумма рейтингов борцов одной команды равна 15. Задача похожа на составление магического квадрата 3×3. В нём сумма чисел по любой горизонтали, любой вертикали и любой диагонали равна 15. Итак, 1-я команда: (2, 7, 6),

2-я команда: (9, 5, 1),

3-я команда: (4, 3, 8).

Легко проверить, что условия задачи выполнены!

● «ФУТБОЛ»

Да, это возможно! Приведём пример. Пусть всего было 16 команд, команда A выиграла 6 матчей, проиграла 9 матчей, а все остальные матчи закончились вничью. Тогда по новой системе подсчёта команда A получит $6\cdot3=18$ очков, а все остальные команды наберут 14 или 17 очков. По старой системе команда A получила бы всего $6\cdot2=12$ очков, при этом остальные команды 14 или 16 очков. Итак, команда A оказалась бы на последнем месте!

Примечание: подумайте при каком наименьшем числе команд возможна описанная в задаче ситуация.

● «ФИГУРНОЕ КАТАНИЕ»

Прежде чем подсчитать средний балл, самую высокую и самую низкую оценку отбрасывают. Так у судей пропадает стимул намеренно завышать или занижать оценки выступающим!

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, I ТУР («Квантик» № 6)

1. Среди слов, включённых в «Грамматический словарь русского языка» А.А.Зализняка, условию задачи удовлетворяют следующие: **вакуумметр**, **военнообязанный (-ая)**, **геенна** («геенна огненная» – одно из наименований ада), **кристаллообразование**, **кристаллооптика**, **металлообработка**, **невоеннообязанный (-ая)**, **парооттайка**, **посторонняя**. Есть такие слова и среди специальных терминов, например, **тааффеит** (название редкого минерала, первооткрывателем которого был граф Ричард Тааффе).

Строго говоря, в условии задачи не сказано, что искомое слово должно стоять в именительном падеже. Если этим требованием пренебречь, подходящих примеров окажется гораздо больше: (*по*) *аллее*, (*к*) *идиллии*, (*о*) *хоккее*... Но и искать их будет не так интересно.

2. Это Париж и Рига. А названия жителей, соответственно, *парижанин* и *рижанин*.

3. Перешеек (от слова *шея*).

4. Этот продукт – **йогурт**. Тюркское по происхождению слово *йогурт* в русском языке раньше могло писаться как *яурт* (в таком виде оно встречается, например, в «Толковом словаре живого великорусского языка» В.И.Даля и «Этимологическом словаре русского языка» М.Фасмера), *ягурт* и *югурт* (оба варианта отмечены, например, в словаре Д. Н. Ушакова). В качестве иллюстрации можно привести цитату из романа советского писателя Константина Федина «Первые радости»: «В городе был большой бульвар с двумя цветниками и с английским сквером, с павильонами, где кушали мельхиоровыми ложечками мороженое, с домиком, в котором пили кумыс и югурт». Что касается современного варианта *йогурт*, то он заимствован в относительно недавнее время из английского языка.

5. От порядковых числительных *второй*, *четвёртый* и *пятый* в русском языке **образованы названия дней недели**: вторник, четверг, пятница. Названия остальных дней недели (*понедельник*, *среда*, *суббота*, *воскресенье*) с числительными не связаны.

НАШ КОНКУРС («Квантик» № 7)

31. а) *На большом клетчатом листе бумаги нарисовали «по клеточкам» квадрат* 100×100 *клеток. Сколько клеток к нему примыкает снаружи (соприкасается с ним хотя бы по вершине)?*

б) *Сказочный замок имеет форму большого куба, склеенного из одинаковых маленьких кубиков. Внутри замка часть кубиков убрали, и получилась пустая комната размерами* $10\times10\times10$ *кубиков. Сколько кубиков примыкает снаружи к этой комнате (соприкасается с ней хотя бы по вершине)?*

а) **Ответ:** 404.

К каждой из четырёх сторон квадрата 100×100 примыкают своими сторонами 100 клеток. К каждой из четырёх вершин квадрата примыкает одна клетка по вершине. Итого получаем $4\cdot100+4\cdot1=404$ клетки.

б) **Ответ:** 728.

В этом пункте можно по аналогии с предыдущим вычислить, сколько кубиков примыкает к стенам комнаты, к линиям, по которым соприкасаются стены, и к углам комнаты. Но можно решить задачу проще.

Все примыкающие к комнате кубики вместе с комнатой образуют заполненный куб $12\times12\times12$. Вырезав из него комнату, то есть куб $10\times10\times10$, мы как раз и оставим только кубики, примыкающие к комнате извне. Значит, таких кубиков будет

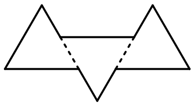
$$12\cdot12\cdot12-10\cdot10\cdot10=1728-1000=728.$$

32. *На входе в школу появилось объявление: «Директор школы категорически возражает против отмены решения о запрете контроля за причёсками». Может ли теперь Вася покрасить волосы в красный цвет без риска получить наказание от директора и почему?*

Ответ: да, может.

Если директор возражает против отмены запрета, то он поддерживает запрет контроля за причёсками. Другими словами, он против контроля за причёсками. То есть, с точки зрения директора, Вася может безнаказанно носить любую причёску.

33. *Нарисуйте фигуру с девятью сторонами, которую можно разрезать на три треугольника (и покажите, как сделать такое разрезание).*



На рисунке изображена фигура с девятью сторонами, которая разрезана пунктирными линиями на три треугольника.

34. *Барон Мюнхгаузен приехал к Квантику и Ноутику в гости и рассказал:*

– Однажды я встретил 15 детей и заметил, что у любых трёх из них вместе ровно 10 монет. Ответьте-ка, сколько монет у всех этих детей вместе?

– Это легко, – сказал Ноутик, – детей можно разделить на пять троек, а значит, всего монет 50.

– А я думаю, барон что-то путает, – сказал Квантик.

Кто прав – Квантик или Ноутик?

Ответ: прав Квантик.

Возьмём любых двух детей – скажем, Петю и Васю, – и докажем, что у них поровну монет. Рассмотрим ещё любых двух других детей – скажем, Толю и Колю. По условию, у Пети с Толей и Колей вместе 10 монет, и у Васи с Толей и Колей вместе 10 монет. Значит, у Пети и Васи монет поровну.

Раз у любых двух ребят монет поровну, то монет поровну у всех. Но тогда ни у каких трёх ребят не может быть вместе 10 монет – ведь 10 не делится на 3. Значит, утверждение барона Мюнхгаузена ложно.

35. *В наборе из 100 гирек любые две гирьки отличаются по массе не более чем на 20 г. Имеются чашечные весы, показывающие разность весов на чашах. Придумайте алгоритм, как разложить гирьки на две кучи, чтобы в каждой куче было по 50 гирек и чтобы масса первой кучи отличалась от массы второй кучи тоже не больше чем на 20 г (и докажите, что ваш алгоритм верный).*

Начнём раскладывать гирьки на две кучи. Сначала положим в каждую из куч по гирьке. В этот момент кучи не отличаются по массе более, чем на 20 г.

Взвешиваем кучи, перевесившую кучу называем тяжёлой, а другую – лёгкой (если на весах равенство, то называем кучи лёгкой и тяжёлой произвольно).

Берём следующие две гирьки, тоже взвешиваем их и называем перевесившую гирьку – тяжёлой, другую – лёгкой (в случае равенства называем гирьки тяжёлой и лёгкой произвольно).

Теперь кладём тяжёлую гирьку в лёгкую кучу, а лёгкую гирьку – в тяжёлую кучу. Превосходство тяжёлой кучи над лёгкой сократилось, или даже тяжёлая куча могла стать легче другой, но не более чем на 20 грамм, потому что массы добавленных гирь отличаются не больше, чем на 20 г. Поэтому кучи снова не будут отличаться по массе более, чем на 20 г.

Далее действуем по такому же алгоритму, добавляя гири парами, и в итоге получим нужные нам кучи.

ДОМИНОШКИ И НЕБОСКРЁБ («Квантик» №8)

На рисунке из условия мы видим, что одна доминошка роняет примерно в полтора раза большую доминошку. Если обе доминошки увеличить в одинаковое число раз, то их падение будет происходит точно так же, только медленнее; строго мы это доказывать не будем, а лишь взовём к вашему чувству механики. То есть, в простейших приближениях, доминошка любого размера с неизменным успехом будет ронять доминошку, в полтора раза большую. Поэтому оптимально в нашей цепочке каждую следующую доминошку брать примерно в полтора раза больше предыдущей, что даёт на удивление малое количество доминошек.

Занумеруем доминошки подряд числами 1, 2, 3, ... Заметим, что каждая доминошка с нечётным номером больше предыдущей с нечётным номером в $1{,}5^2=2{,}25$ раза – увеличение происходит более чем в 2 раза. Приличный небоскрёб имеет высоту в пару сотен метров, а высота обычной доминошки – около 5 см. Значит, нужно увеличить высоту в $200/0{,}05=$ $=4000$ раз. Но $2^{12}=4096$, а значит, достаточно 12-ти доминошек с нечётными номерами, и ещё будет на одну меньше доминошек с чётными номерами. Итого, нужны жалкие 23 доминошки!

Из-за сумасшедшей скорости роста доминошек в нашей цепи ответ слабо зависит от деталей. Например, если начать с доминошки в 3 см, каждую следующую делать всего в 1,3 раза больше и кончить километровой, большей любого небоскрёба, доминошек понадобится ненамного больше: всего 40.

ЛОГИКА ЛОГИКИ

Упражнение 1. Маша сказала, что ровно один из мальчиков рисовал на доске, а Вика сказала, что оба. Значит, их ответы не могут быть правдивыми одновременно, и кто-то из них соврал. Поэтому третья девочка, Лиза, точно сказала правду. Значит Вася не рисовал на доске, вторая девочка соврала, а доску на самом деле разрисовал Коля.

Упражнение 2. Предположим, что Вася не рисовал на доске, значит он должен говорить правду. Но он сказал, что они с Колей рисовали! Значит, он врёт, и на самом деле он рисовал на доске. А вот Коля на этот раз не рисовал. Наверное, поэтому он и насупился.

Упражнение 3. Петя сказал, что доску разрисовал кто-то один. Мы знаем, что он соврал. Поэтому доску разрисовали трое, двое или никто. Трое разрисовать доску не могли – ведь в этом случае Вася и Коля сказали бы правду. Если доску разрисовали двое, то это Вася и Петя, потому что два других варианта предложили Вася и Коля, но они соврали. Может быть вообще никто из этих мальчиков не рисовал на доске. В любом случае, Коля точно не рисовал.

ИНДЮКИ ПРОТИВ РЯБЧИКОВ

Ясно, что в банной задаче христиане являются аналогами цыплят (потому их следует поначалу отбросить), и нам придётся уравновешивать евреев турками. Каждый еврей заплатил за помывку 3 денги, что больше, чем 1 денга, на 2 денги. Каждый же турок дал 0,5 денги, что меньше, чем 1 денга, на 0,5 денги. Поэтому 1 еврей «эквивалентен» (с обратным знаком) $2:0{,}5=4$ туркам. Итак, на каждого еврея пришлось 4 турка. Всего это 5 человек, и заплатили они, как видим, $3+2=5$ денег. Поэтому можно дать ответ: в бане мылись 1 еврей, 4 турка, а остальные 15 – христиане.

Однако это ещё не всё! Здесь есть возможность поискать другие ответы. Синхронно увеличивая число евреев и турок вдвое или даже втрое, мы тоже добьёмся равенства людей и денег, что порождает ещё два ответа:

2-й ответ – 2 еврея, 8 турок и 10 христиан;

3-й ответ – 3 еврея, 12 турок и 5 христиан.

Дальнейшее увеличение недопустимо, потому что христиане пропадают (обращаются в 0 или даже «в минус»). Следовательно, задача Магницкого имеет ровно три решения, приведённых выше.

ГЕОМЕТРИЯ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ

6. Так как центр окружности должен быть равноудален от заданных точек, он является точкой пересечения серединных перпендикуляров к отрезкам AB и BC (рис. 1).

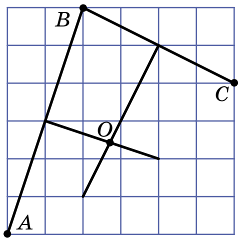


Рис. 1

7. Например, как на рисунке 2. В треугольнике ABC медианы AM и BN перпендикулярны.

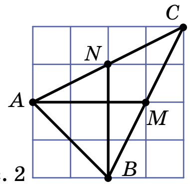


Рис. 2

8. Построим отрезок AP, равный и параллельный DQ (рис. 3). Тогда искомый угол равен углу PAE, то есть равен 45°, поскольку треугольник PAE – прямоугольный и равнобедренный.

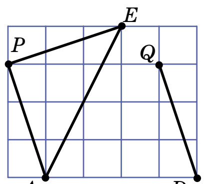


Рис. 3

9. Проведём отрезок DQ параллельно BN, тогда углы BPM, MDQ и MAN равны (рис. 4).

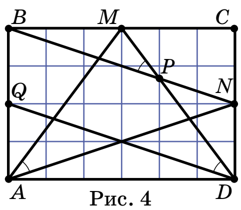


Рис. 4

10. Введём обозначения так, как показано на рис. 5, и построим угол KAE, равный углу BDC, и угол KAM, равный углу BEC. Тогда искомая сумма равна углу BAM, то есть равна 90°.

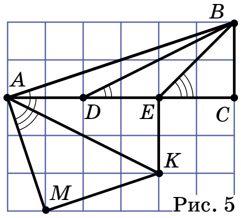


Рис. 5

11. Используем равенство двух пар треугольников: BAM и ADN, BCN и CDM, заменив углы с вершинами A и C на им равные (рис. 6). Тогда искомая сумма равна 90°.

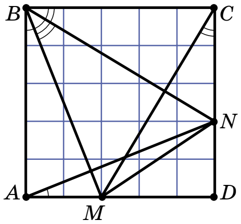


Рис. 6

КАКАЯ ПОЛОВИНА ВЕЛОСИПЕДА БЫСТРЕЕ?

Ни самокат, ни велосипед никогда не едут строго по прямой. Во-первых, есть повороты маршрута, а во-вторых, даже двигаясь прямо, вы всегда немного поворачиваете то вправо, то влево, чтобы держать равновесие. В результате переднее колесо едет по немного извилистому маршруту, а правое, тащась за ним, едет по сглаженному маршруту, проходя меньшее расстояние. Это объясняет случай самоката.

В случае велосипеда помимо описанного эффекта добавляется тот факт, что колёса под весом ездока сдавливаются неодинаково. Если велосипедист наклонится вперёд, большую нагрузку получит переднее колесо, оно больше сдавится, что уменьшает его эффективный радиус, и оно, пройдя тот же путь, сделает больше оборотов. Если ездок отклонится назад, сдавится заднее колесо. Если при этом ехать прямо, то заднее колесо сможет крутиться быстрее переднего, даже несмотря на то, что оно проходит чуть меньший путь.

ХОДЖА НАСРЕДДИН, ПАГАНИНИ И ПЁТР I

Ответ: История про Петра Первого – выдумка. На самом деле, баскетбол появился лет через двести после Петра (в 1891 году), в Америке.

ПРИКЛЮЧЕНИЯ НА СТАНЦИИ ДРУЖИНИНО

• Робот шёл от моста против течения реки, и поэтому то, что он считал левым берегом, было на самом деле правым. У речек левый и правый берега именуются по отношению к направлению течения.

• Костик назвал время прибытия поезда по местному времени, а расписание поездов составляется по московскому времени. Квантик подумал, что Костик назвал московское время, и сам тоже назвал московское. На Урале местное время опережает московское на 2 часа. Поезд прошёл через станцию Дружинино в 16 часов по московскому времени.

КОСТРОМСКИЕ ПРИКЛЮЧЕНИЯ ДЛЯ ПЯТИКЛАССНИКОВ

1. Ответ: 1799, 1889, 1979.

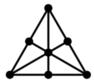
Если сумма первых трёх цифр равна 17, а последних трёх – 25, то последняя цифра больше первой на 8. Значит, первая цифра 1, а последняя 9. Средние две цифры мы вправе выбрать любыми, но с условием, что их сумма равна 16, то есть 7 и 9, 8 и 8, 9 и 7.

2. Ответ: $5+1\cdot7+0\cdot2\cdot6\cdot8\cdot9\cdot5=3\cdot4$

3. Ответ: 95413.

Перебирая две последние цифры, несложно найти все такие пятизначные числа: 85321, 74312 и 95413. Доказательство этого факта, а также того, что искомое число не может иметь больше пяти цифр, оставим в качестве упражнения.

4. Ответ: смотрите рисунок.



5. Жюри турнира стратегию не знает. Поиграйте!

6. Ответ: Иван живёт в Санкт-Петербурге и преподаёт химию, Дмитрий живёт в Киеве и преподаёт физику, Степан живёт в Москве и преподаёт биологию.

Дмитрий преподаёт не биологию, значит, физику или химию. Он живёт не в Санкт-Петербурге, где преподают химию. Значит, Дмитрий преподаёт физику. Москвич не преподаёт физику, поэтому Дмитрий живёт в Киеве.

Иван преподаёт не в Москве, а значит, в Санкт-Петербурге, причём химию.

Для Степана остался единственный вариант.

7. Ответы: а) нет; б) да, например: **130**, **310**, 103, 301; в) да, например: **230**, **320**, 203, **302**; г) да, например: **240**, **420**, **204**, **402**; д) нет.

Если среди цифр нет нуля, то чисел всего 6. Если чётных цифр нет, то все 6 чисел нечётные. Если одна цифра чётная, то 2 числа чётные. Если две цифры чётные, то 4 числа чётные. Если три цифры чётные, то все 6 чисел чётные.

Если среди цифр есть ноль, то чисел всего 4. Если две другие цифры чётные, то все 4 числа чётные. Если из остальных только одна цифра чётная, то чётных чисел будет 3. Если две другие цифры нечётные, то получаем 2 чётных числа.

8. а) **Ответ:** 28 рублей.

Условие в точности означает, что среди 10 монет есть хотя бы 8 достоинством 1 рубль. Чтобы сумма была побольше, две другие монеты должны быть достоинством 10 рублей.

б) **Ответ:** $4\cdot10+2\cdot5+2\cdot2+2\cdot1=56$ рублей.

Условие в точности означает, что монет двух любых достоинств в сумме не может быть больше 6. Поэтому шести монет одного достоинства быть не может. Пяти монет тоже, потому что тогда монет любого другого достоинства будет не более одной, а $5+1+1+1<10$.

Если найдутся 4 монеты одного достоинства, то монет каждого из остальных достоинств не более 2. Но $4+2+2+2=10$, значит, монет остальных достоинств ровно по 2.

Если монет каждого достоинства не больше 3, то есть два варианта: 3, 3, 3, 1 и 3, 3, 2, 2.

Чтобы посчитать максимально возможную сумму в каждом из трёх вариантов, нужно брать больше монет большего достоинства.

в) Из первого условия следует, что у Пети все монеты, кроме, быть может, двух, рублёвые. А из второго – что все его монеты, кроме, быть может, трёх, двухрублёвые. Поэтому из вытащенных пяти монет хотя бы три рублёвые и две двухрублёвые. Значит, это три рублёвые монеты и две двухрублёвые.

9. Ответ: 6. Папа с Витьком вместе вбили гвоздей на 4 полки. Дедушка вбил гвоздей не менее 10 и не более 14 – это больше чем на одну полку, но меньше, чем на три. Значит, добавляется ещё две полки.

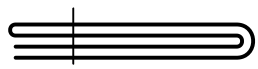
10. Ответ: 2 рыцаря и 2 лжеца.

Лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду. «Все мы – лжецы» не может быть правдой. Значит, первый – лжец, и людей больше трёх, а кроме того, среди них есть рыцарь. Тогда второй сказал правду – «Не все мы лжецы». Значит, второй – рыцарь, и всего людей 4. Третий соврал: «Нас тут пятеро». Значит, он – лжец, и лжецов не три. Двух лжецов мы уже нашли – это первый и третий.

11. Ответ: $9678+8769=18447$.

Пусть первое число записывается цифрами a, b, c и d в таком порядке. Тогда его сумма со вторым числом равна $1000a+100b+10c+d+1000d+100c+10b+a=1001(a+d)+110(b+c)=891(a+d)+110(a+b+c+d)$. Максимальное возможное значение $a+b+c+d$ – это $9+8+7+6=30$, потому что все цифры разные. Максимальное значение $(a+d)$ – это $9+8=17$. Максимум достигается, например, на числе 9678, которое подходит под все условия задачи.

12. Ответ: 28, 36 или 48 см.



У Витька получилось 5 кусков, как на рисунке. Среди этих кусков не больше трёх разной длины: однослойный кусок слева, двухслойный слева и двухслойный справа. Числа 4 и 10 можно присвоить указанным трём длинам четырьмя способами. Получаются три возможных длины ленты: $4\cdot4+2\cdot10=36$, $4\cdot10+2\cdot4=48$, $2\cdot4+2\cdot10=28$ и $2\cdot10+2\cdot4=28$.

13. Ответ: 16:02.

Подсчитаем количество изменений за сутки. Каждую минуту меняется самая правая цифра, каждые 10 секунд меняется вторая справа, каждый час меняется третья справа цифра, ну а первая цифра изменится 3 раза. Итого получаем $24\cdot(60+6+1)+3=1611$ изменений. Оставшиеся $2015-1611=404$ изменения произойдут за 6 часов 2 минуты: $404=2+6\cdot(60+6+1)$.

14. Ответ. Женские имена: Валентина, Александра, Марина, Надежда, Галина, Маргарита, Виктория, Ольга, Кристина.

Мужские имена: Александр, Владимир, Святослав, Эдуард, Евгений, Антон, Андрей, Павел.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **конкурсе**.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 октября по электронной почте **kvantik@mccme.ru** или обычной почтой по адресу:

119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги и диски.

Желаем успеха!

IX ТУР

41. Даны 5 карточек, на них написаны дроби $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$.

Можно использовать некоторые (или все) карточки, знаки арифметических действий и скобки. Получите таким способом все целые числа от 0 до 10.

42. Загаданы четыре целых числа a, b, c, d. Разрешается выбрать любые три из них и спросить: их сумма чётная или нечётная? Как за три таких вопроса узнать, чётно или нечётно число a?

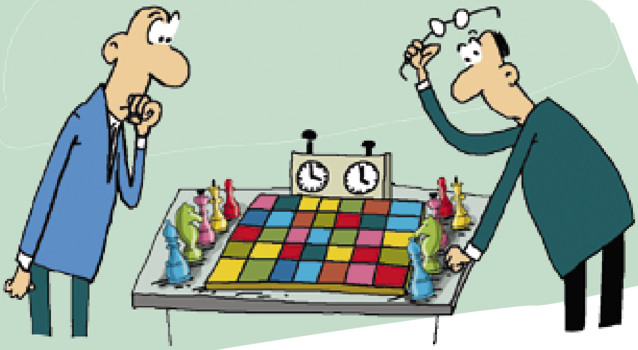
наш КОНКУРС ОЛИМПИАДЫ

Авторы задач: Дмитрий Шноль (41), Игорь Акулич (44), Лейб Штейнгарц (45).

43. На Поле Чудес растут два дерева. Если закопать несколько золотых под одним из них, то к утру сумма удвоится, а если под другим – утроится. У Буратино есть 100 золотых, но он не знает, какое из деревьев удваивает сумму, а какое – утраивает. К утру у него должно быть ровно 175 золотых. Как ему этого добиться? (Он не обязан закапывать все свои золотые.)

44. Имеется шахматная доска, у которой первоначально все клетки белые. Закрасим некоторые из них в чёрный цвет. Назовём раскраску изящной, если в каждой горизонтали и каждой вертикали закрашено ровно по 4 клетки (то есть обычная шахматная раскраска тоже изящная).

Возьмём две произвольные изящные раскраски. Петя уверен, что если разрешить менять местами любые две горизонтали или любые две вертикали, то, совершив несколько таких операций, можно из первой раскраски получить вторую. Коля считает, что это не так. Кто прав?



45. На плоскости отметили несколько точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько точек могли отметить, если известно, что любой треугольник с вершинами в отмеченных точках будет непременно

а) остроугольным;

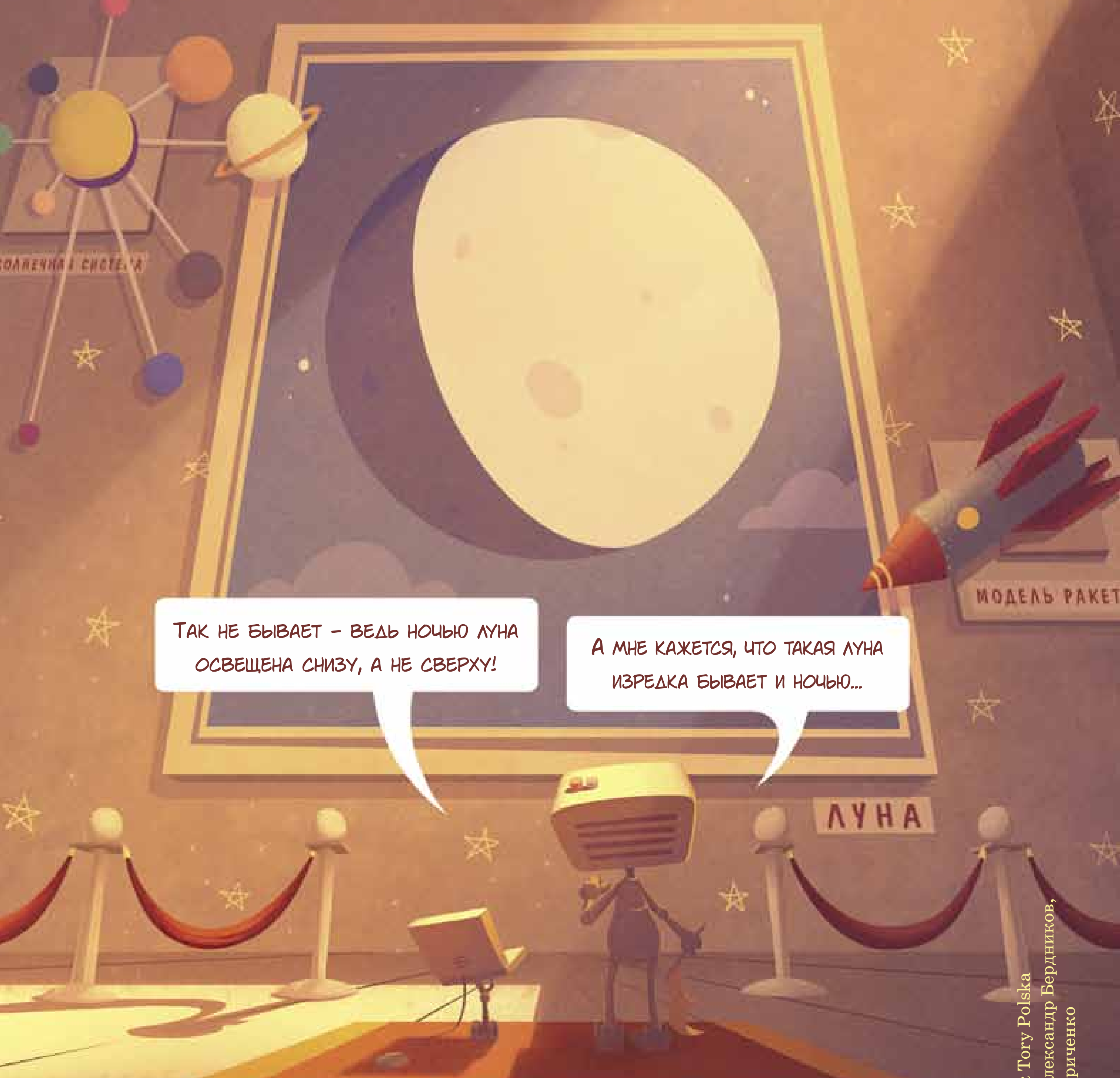
б) прямоугольным;

в) тупоугольным?

Найдите все ответы и докажите, что других нет.

Художник Николай Крутиков

НЕБЫВАЛАЯ ЛУНА



Что имел в виду Ноутик? Какие рассуждения могли убедить его в том, что освещённая часть луны на рисунке должна смотреть вниз, а не вверх?

КТО ПРАВ, КВАНТИК ИЛИ НОУТИК: БЫВАЕТ ЛИ ВИДНА ТАКАЯ ЛУНА?

Авторы Александр Бердников, Сергей Дориченко
Художник Tory Polska