

# КАРТЕЗИАНСКИЙ ВОДОЛАЗ\*

Алексей Панов



---

\* Этот текст представляет собой компиляцию нескольких статей, опубликованных в журналах [Квант](#) и [Квантик](#). Значок  $\Rightarrow$  всюду дальше обозначает переход к соответствующему видео.

## 1 Шприц и пробирка

Начнем с пары простых предварительных экспериментов. Доверху заполним пробирку водой и горлышком вниз опустим ее в наполненный сосуд. Пробирка так и останется целиком заполненной.

То же самое можно проделать и с обычным шприцем. Уберем из шприца весь воздух, опустим его кончик в воду и начнем вытягивать поршень. Вода будет следовать за поршнем до самого верха.

Теперь представьте себе, что длина и шприца, и пробирки выросла до метра или до десяти метров или еще больше. Останется ли в этом эксперименте пробирка целиком заполненной, и будет ли следовать вода за поршнем до самого верха?



Пробирка ⇒



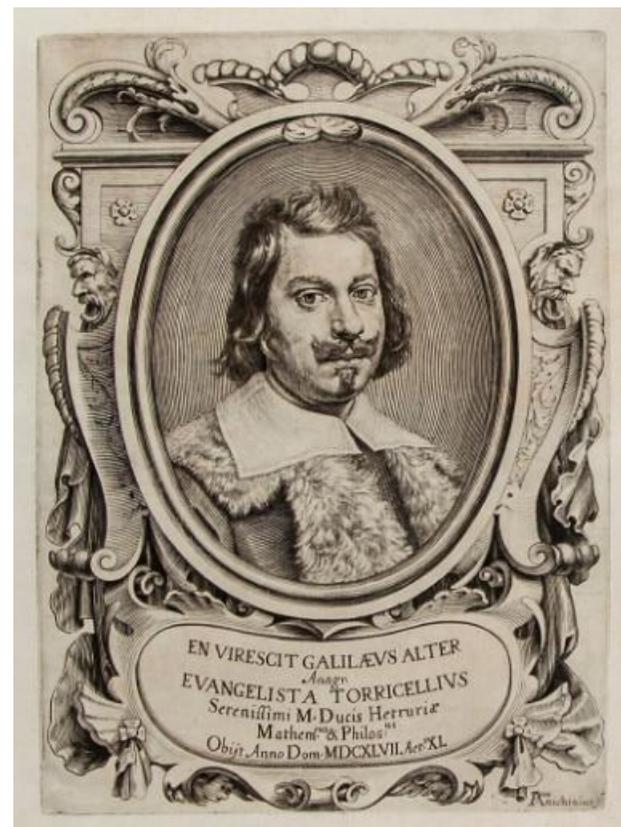
Шприц ⇒

## 2 Водопроводная задача

В 1638 г. в Голландии была опубликована последняя, великая книга Галилея “Беседы и математические доказательства двух новых наук”, в которой дается ответ на поставленный нами вопрос о шприце и пробирке. В этой книге флорентийский водопроводчик объясняет одному из собеседников, что никакой всасывающий поршневой насос не может поднять воду выше, чем на восемнадцать локтей, – это немногим более десяти метров. Поршень поднимается на эту высоту, и дальше вода отказывается следовать за ним.

Всасывающий поршневой насос работает практически так же, как тот же самый шприц. Значит, согласно Галилею, внутри шприца длиной в 11 метров при максимальном выдвижении поршня должно возникнуть незаполненное пространство, и то же самое внутри достаточно длинной пробирки. Галилей считает, что незаполненное пространство представляет собой пустоту – вакуум.

Вообще-то Галилей не смог дать правильного объяснения описанному явлению. Это было сделано Эванджелиста Торричелли в 1644 г., когда он вместе с Винченцо Вивiani, осуществил свой знаменитый атмосферный эксперимент.



Эванджелиста Торричелли  
15 октября 1608 — 25 октября 1647

### 3 Гений Торричелли

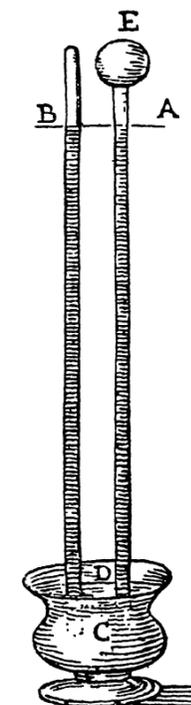
Для своих экспериментов Торричелли решил вместо воды использовать другую жидкость, а именно ртуть. Это было очень правильным решением. Для экспериментов теперь можно было взять метровую трубку-пробирку, а не циклопическую одиннадцатиметровую трубу. Оказалось, что максимальный возможный подъем ртути составляет 76 см.

Это был знаковый результат. Дело в том, что ртуть в 13,6 раз тяжелее воды, поэтому давление десятиметрового столба воды (точнее столба высотой  $10\frac{1}{3}$  м) как раз равно давлению столба ртути высотой в 76 см

$$\frac{10,33}{0,76} = 13,6.$$

Торричелли понимает, что в обоих случаях давлению и столба воды, и столба ртути должно противостоять некоторое внешнее давление, и это есть атмосферное давление. Вот что он пишет по этому поводу.

На поверхность жидкости в чашке давит тяжесть 50 миль воздуха. Поэтому что же удивительного, если внутри стекла, где ртуть не испытывает ни влечения, ни сопротивления, поскольку там ничего нет, она подымается до такого уровня, что уравнивает тяжесть внешнего воздуха, оказывающего на нее давление! В такой же трубке, но значительно более длинной, вода подымается на высоту 18 локтей, т. е. во столько раз выше ртути, во сколько раз ртуть тяжелее воды, для того чтобы уравновесить ту же самую причину, оказывающую давление и в том и в другом случае.



Один из экспериментов Торричелли – для сравнения две трубки разной формы были целиком заполнены ртутью, после того, как их концы, прикрытые пальцами, поместили внутрь сосуда со ртутью и снизу открыли отверстия, часть ртути вылилась в сосуд, высота столба ртути в обеих трубках установилась около 76 см, в верхней части трубок возник вакуум – торричеллиева пустота (рисунок Торричелли из его письма Микеланджело Риччи, 1644 г.)

Таким образом, Торричелли установил наличие атмосферного давления, измерил его с помощью изобретенного им ртутного барометра и экспериментально доказал существование вакуума.

Сообщения об экспериментах Торричелли и его предшественников распространились по всей Европе. Одним из заинтересованных получателей этих сообщений был Паскаль, который повторил описанные эксперименты и дополнил их.

Торричелли был универсальным гением. Кроме барометрических исследований, он занимался механикой, гидравликой, прикладной оптикой, фортификацией и, конечно же, математикой. Ближе к концу мы расскажем об одном его математическом достижении.

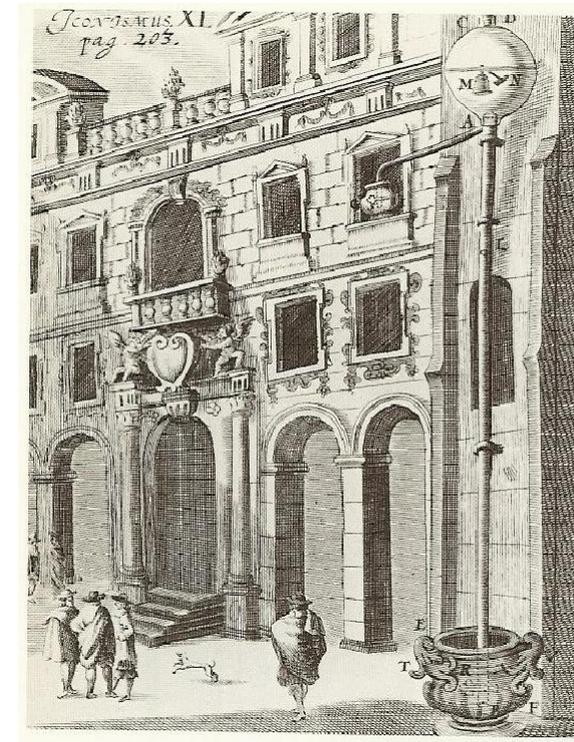


Паскаль в Париже на вершине 52-метровой башни Сен-Жак воспроизводит эксперимент Торричелли, он объясняет, что, из-за уменьшения давления воздуха при подъеме, высота ртути в трубке, наблюдаемая на вершине башни, на 4 мм ниже, чем у ее основания, 1648 г.

#### 4 Предшественники

“Беседы” Галилея в начале 1639 г. были доставлены из Голландии в Рим и прочитаны коллегами Торричелли. Один из них, Гаспаро Берти, в 1639–1643 гг. провел несколько экспериментов с трубкой, заполненной водой. Он подтвердил, что вода в такой трубке устанавливается на высоте не больше, чем 18 локтей, но вопрос о вакууме в верхней части трубки, по-видимому, остался открытым.

Свидетелем этих экспериментов был Рафаэлло Маджотти, который позже писал, что познакомил с ними Торричелли, и еще Маджотти высказал предположение, что более тяжелая морская вода установилась бы в таком эксперименте на меньшей высоте. Возможно, именно это сообщение Маджотти навело Торричелли на мысль об использовании ртути вместо воды.

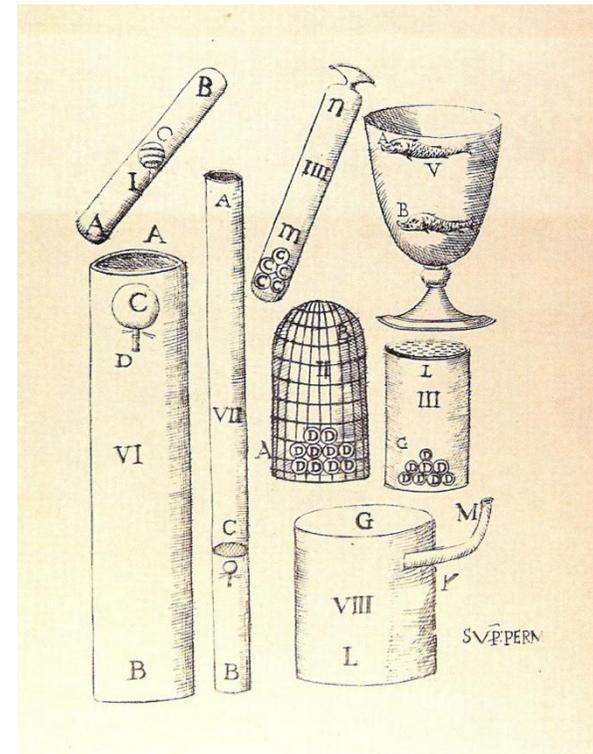


Берти в своих экспериментах использовал трубу, прикрепленную к фасаду здания, и подтвердил, что вода в ней не может держаться выше 18 локтей, он также исследовал незаполненное пространство вверху трубы

## 5 Водолаз Маджотти

Картезианский водолаз хоть и носит имя Декарта (Cartesius – латинизированный вариант имени Декарта), но на самом деле первое описание водолаза как раз принадлежит Рафаэлло Маджотти.

В 1648 г. Маджотти публикует трактат о несжимаемости воды, где впервые появляются картезианские водолазы. Маджотти именует своего водолаза *scherzo* – *шуточка* или *штучка*, а также *carraffina* – *флакончик*. Водолазы служат ему приборами для исследования и демонстрации несжимаемости воды. Эта штучка оказалась на редкость удачной, эволюционируя, она дожила до наших дней и до сих пор интригует и увлекает нас.



Лист с рисунками из трактата Маджотти, два вертикальных цилиндрических сосуда слева с плавающим в них флакончиками наверняка являются первыми изображениями водолазов

## 6 Современная версия

Для создания водолаза сейчас нам понадобится пластиковая бутылка с плотно завинчивающейся крышкой и стеклянный флакончик. Бутылку нужно доверху заполнить водой комнатной температуры, а флакончик заполнить частично, чтобы погруженный в бутылку горлышком вниз он еще не тонул, но был близок к этому. Потом поплотнее заворачиваете крышку, и водолаз готов к погружению. Сожмите бутылку, и водолаз начнет опускаться. Отпустите ее, водолаз поднимется вверх.

Можно присмотреться и увидеть, в чем тут дело. Когда вы сжимаете бутылку, давление внутри нее возрастает. Под действием этого давления объем воздуха внутри флакончика уменьшается (вот это как раз отчетливо видно в эксперименте) и внутрь затекает дополнительная порция воды. Флакончик становится тяжелее, и он тонет. Когда вы отпускаете бутылку, объем воздуха восстанавливается, и флакончик всплывает.



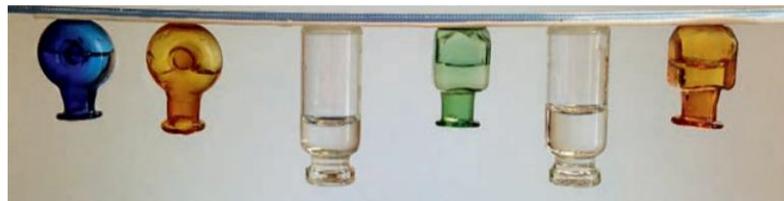
Водолаз в круглой пластиковой бутылке →

## 7 Технические подробности

Для создания водолазов я использовал пластиковые бутылки объемом от 50 миллилитров до двух литров и разные флакончики от 2 до 100 миллилитров.

Флакончики с узким горлышком удобны тем, что при аккуратном обращении вода их них не выливается. Плавучесть флакончика можно отрегулировать в отдельном сосуде, например в стакане, а потом осторожно перенести его в пластиковую бутылку.

С помощью пластиковой пипетки Пастера количество воды в водолазе можно регулировать с точностью до капли. Если же водолаз оказался перетяжеленным и утонул, с помощью пипетки внутрь него можно запустить пузырек воздуха. Используя вместо пипетки шприц, можно улучшить точность регулировки.



Из флакончиков с узким горлышком вода не выливается



Водолазы заполняются с помощью пипетки Пастера, их плавучесть контролируется в отдельном сосуде

## 8 Иногда они тонут

Бывает, что водолаз сам собой с самого начала опустился на дно и не хочет подниматься самостоятельно. Это может случиться из-за того, что в самом начале в него были налиты слишком много воды. А может быть, сначала водолаз работал нормально, но увеличилось внешнее, атмосферное давление, оно сдавило бутылку, и водолаз пошел ко дну. Могут быть и другие причины.



Он утонул

## 9 Спасем водолаза

Итак, водолаз покоится на дне бутылки, и мы хотим, чтобы он поднялся. Может случиться так, что проще всего вылить воду из бутылки, достать водолаза и настроить его заново. Но если внутри водолаза всего одна или две лишние капли, можно действовать изощренней.

Посмотрите рисунок на стр. 5, где Паскаль на вершине Сен-Жака объясняет своим собеседникам, что с высотой атмосферное давление уменьшается. Может быть, нам стоит подняться с водолазом куда-нибудь повыше, где атмосферное давление будет поменьше? Тогда давление в бутылке тоже упадет, воздух внутри водолаза увеличит свой объем, и водолаз всплывет.

На самом деле вы можете проделать этот эксперимент, не выходя из дома, особенно, если он многоэтажный. Поднимитесь с утонувшим водолазом на лифте с первого этажа на последний. При достаточной высоте подъема водолаз всплывет.

Ту же самую идею реанимации водолаза можно реализовать и без всякого лифта. Просто отвинтите крышку у бутылки с потонувшим водолазом, сожмите бутылку, чтоб из нее вышел воздух и, не ослабляя нажима, заверните крышку обратно. После того, как бутылка будет отпущена, начнут работать упругие силы, стремящиеся вернуть ей прежнюю форму. Они противодействуют внешнему давлению воздуха и увеличивают объем бутылки, в том числе объем воздуха в флакончике. Водолаз приобретет положительную плавучесть, всплывет и станет готов к работе.

Вместо того, чтобы уменьшать давление воздуха, можно с помощью шприца уменьшить высоту столба жидкости в бутылке. Тогда на дне бутылки уменьшится гидростатическое давление, пузырек воздуха внутри водолаза увеличит свой объем и водолаз всплывет.



На первом этаже – перед подъемом на четырнадцатый, кто из них вознесется – кому удастся спастись? ⇒



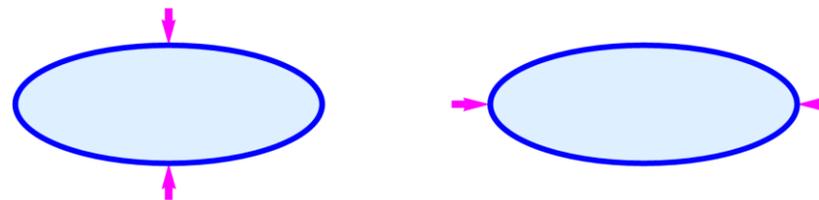
Реанимация водолаза ⇒

## 10 Квадратные и овальные

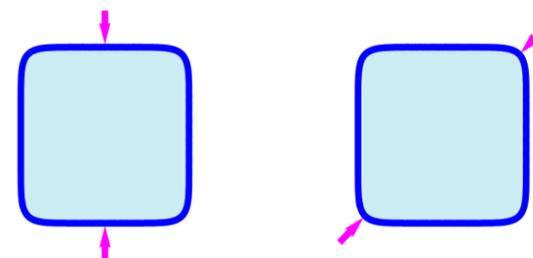
До сих пор мы работали с круглыми бутылками, но еще бывают бутылки с овальными и квадратными сечениями. У них есть важное свойство, позволяющее создавать водолазов с новыми качествами.

На следующем рисунке изображено горизонтальное сечение овальной бутылки и показано, как нужно давить, чтобы его площадь увеличилась, и как давить, чтобы она уменьшилась. Если переходить к объемам, то это означает, что при нажатии на плоские стороны бутылки, ее объем уменьшится, но при нажатии на закругленные стороны ее объем увеличивается.

То же самое и для бутылок с квадратным или прямоугольным сечением. При нажатии на противоположные плоские грани такой бутылки, ее объем уменьшится, но при нажатии на противоположные закругленные ребра ее объем увеличится.



При сдавливании плоских сторон площадь овального сечения уменьшается, при сдавливании закругленных – увеличивается



При сдавливании противоположных плоских сторон площадь квадратного сечения уменьшается, а при сдавливании закругленных – увеличивается

## 11 Водолаз обратного действия

Такой водолаз покоится на дне, но при сжатии бутылки начинает подниматься вверх, отпускаешь бутылку – тонет.

Чтобы сделать такого водолаза, закапаем в флакончик несколько лишних капель, чтобы он приобрел отрицательную плавучесть и утонул. Поместим такого водолаза в бутылку с овальным сечением и закроем ее. Водолаз расположится на дне бутылки. Если нажать на противоположные вертикальные ребра бутылки, объем бутылки увеличится, также увеличится объем воздуха внутри водолаза, и он всплывет. Если отпустить бутылку, водолаз вернется на дно. Это и есть водолаз обратного действия. Он скорее похож на морского жителя, живущего на дне океана. Большую часть жизни проводит самом дне, но иногда поднимается наверх.

Такого водолаза можно соорудить и из прямоугольной пластиковой бутылки



Водолаз обратного действия в овальной бутылке, в свободном состоянии он покоится на дне, если нажать на ребра бутылки, всплывает ⇒

## 12 В глубокой бутылке

А теперь, так же как мы в самом начале фантазировали о длинной пробирке и о длинном шприце, пофантазируем о глубокой бутылке.

Представьте, что бутылка имеет высоту не десятки сантиметров, а десятки метров. Сожмем ее и заставим водолаза спуститься на самое дно. Как вы думаете, поднимется водолаз или нет? Скорее всего, нет. Дело в том, что когда водолаз опускается вниз, гидростатическое давление жидкости на него возрастает → объем воздуха внутри флакончика уменьшается → плавучесть водолаза тоже уменьшается. И если бутылка достаточно высокая, то в некоторый момент плавучесть станет отрицательной и водолаз сам собой потонет.

Насколько глубокой должна быть бутылка, чтобы водолаз мог утонуть в ней таким образом? Теоретически глубина бутылки может быть сколь угодно маленькой, только бы флакончик помещался. Да и практически высоты в несколько сантиметров будет достаточно. Нужно только очень точно отрегулировать плавучесть водолаза – сделать ее минимально положительной, с точностью до одной капли.



В глубокой бутылке водолаз может опуститься вниз и не подняться – утонуть ⇒

### 13 Одно? Два? Три!

У обычного водолаза есть одно состояние равновесия, когда он находится вверху бутылки. И это состояние устойчивое – при небольшом сжатии бутылки водолаз опускается, но когда бутылку отпускаешь, водолаз возвращается наверх.

У точно отрегулированного водолаза с минимальной положительной плавучестью есть еще одно состояние равновесия, когда он лежит на дне, и оно тоже устойчиво.

Можно сказать и по-другому: в верхнем положении плавучесть водолаза будет положительна, в нижнем – отрицательна. Но тогда выходит, что на некоторой промежуточной высоте его плавучесть должна быть равна нулю. И это еще одно положение равновесия – водолаз парит внутри бутылки. Только в отличие от первых двух оно *неустойчиво*. Если водолаз из этого положения чуть сместится вверх, то у него появится положительная плавучесть, и он продолжит свое ускоряющееся восхождение. Если же отклонится чуть вниз, то у него появится отрицательная плавучесть, и он потонет.



У точно отрегулированного водолаза вместе с двумя устойчивыми положениями равновесия, одно вверху и одно внизу, существует еще одно – промежуточное, неустойчивое

## 14 Водолаз двойного действия

Пусть у нас, как в предыдущем пункте, в круглой бутылке плавает водолаз с тремя положениями равновесия. Сжатием бутылки опустим его вниз. Существует три легких способа его возвращения наверх.

Способ 1-й: стукнем. Ударим дном бутылки об стол, водолаз подскочит, как на батуте, поднимется выше неустойчивого положения равновесия, после чего приобретет положительную плавучесть и сам поднимется наверх. Вместо того, чтобы стучать бутылкой об стол, можно ударить кулаком по столу – эффект тот же.

Способ 2-й: приподнимем. Это годится для высоких бутылок, например, литровых молочных. Возьмемся за крышку и приподнимем бутылку, водолаз всплывет. Оказывается, что сила тяжести, не скомпенсированная реакцией стола, увеличивает объем высокой круглой бутылки, и давление воздуха в ней падает.

Способ 3-й: наклоним. Сильно наклоним бутылку, чтобы высота столба воды над водолазом существенно уменьшилась. На уровне водолаза давление воды тоже уменьшится, воздух в нем расширится и водолаз начнет подниматься. В некоторый момент поставим бутылку вертикально, и водолаз окажется наверху.



Возвращаем водолаза наверх

- бьем по столу ⇒
- приподнимаем бутылку ⇒
- наклоняем ее ⇒

И вот еще один трюк – двойной переворот ⇒ или короче ⇒

## 15 Симметричный водолаз двойного действия

Водолаз двойного действия, который мы только что обсуждали, получился каким-то несимметричным. Он опускается вниз сжатием бутылки, а для его поднятия нужно действовать совсем по-другому: постучать об стол, или приподнять бутылку, или наклонить её. Можно устранить эту асимметрию, добившись того, что при одном сжатии водолаз опускался на дно, при другом – поднимался вверх.

Для этого используем бутылку с овальным сечением. Запустим в нее водолаза с минимальной положительной плавучестью и, значит, с двумя положения устойчивого равновесия. Одно, когда он плавает наверху, и другое, когда покоится на дне. Если нажать на плоские стороны бутылки, то площадь ее сечения уменьшится, значит, уменьшится объем, и плавающий наверху водолаз опустится на дно. Если же теперь нажать на закругленные стороны, то объем бутылки увеличится и водолаз всплывет.

Для этих же целей подойдет и пластиковая бутылка с прямоугольным сечением.

Есть еще одна возможность для создания симметричного водолаза. Дело в том, что в некоторых бутылках герметичность закрытия обеспечивается еще до полного завинчивания крышки. Дальнейшее закручивание крышки приводит к уменьшению внутреннего объема бутылки и возрастанию давления внутри нее и, следовательно, к возможному погружению водолаза. Наоборот, откручивание крышки может привести к всплытию водолаза.



Жмем так – водолаз опускается, жмем так – поднимается ⇒

А вот так это происходит в квадратной бутылке ⇒

А здесь завинчиваем-откручиваем ⇒

И еще один – карманный водолаз в ``глубокой'' бутылке высотой в спичечный коробок ⇒

## 16 Хомут для водолаза

Для создания водолаза двойного действия мы использовали флакончики с минимальной положительной плавучестью. Условие минимальности означает, что такой флакончик плавает на поверхности воды, но при добавлении в него еще одной капельки начинает тонуть. Для достижения минимальной положительной плавучести, нужно очень точно отрегулировать количество воды, залитой в флакончик, и это кропотливая работа.

Применение червячного хомута позволяет упростить изготовление водолаза двойного действия. На этот раз мы можем использовать флакончики с небольшой положительной плавучестью. Поместим такой флакончик в бутылку и завернем крышку. Мы получим обычного водолаза, который при сжатии бутылки отправляется на дно, а когда перестаешь ее сжимать, поднимается наверх. Теперь постепенно, шаг за шагом, начнем затягивать хомут, каждый раз проверяя, не будет ли водолаз после спуска на дно там и оставаться. Когда это произойдет в первый раз, работа закончена и водолаз двойного действия готов.

Мы знаем, как заставить его подняться наверх: стукнуть по столу, приподнять бутылку за крышку или просто наклонить ее.



Червячный хомут позволяет упростить создание водолаза двойного действия

## 17 Пипетка-водолаз

Для изготовления водолазов подходят не только стеклянные флакончики. Например, водолаза можно сделать из знакомой нам пластиковой пипетки Пастера.

Отрежем удлиненную часть пипетки, а оставшуюся утяжелим плоской гайкой или парой металлических шайб. Наберем в обрезанную пипетку достаточное количество воды, запустим в бутылку и получим отличного водолаза.



Пипетка – водолаз

## 18 Le caraffine di Magiotti

Самое лучшее видео о картезианском водолазе сделано Beniamino Danese, оно называется [Le caraffine di Magiotti](#). Обязательно изучите его, посмотрите, как ловко управляется Данесе с водолазами и флакончиками.

В комментариях к видео есть ссылки на три текста. Первый из них – [статья](#) Бениамино Данесе о Маджотти и его трактате *Renitenza certissima dell'acqua alla compressione*, в котором было дано первое описание водолаза.

[Второй текст](#) – соответствующий отрывок из трактата Маджотти. А в третьем, который называется [Feynman sprinkler](#), рассказано об одном физическом эксперименте Ричарда Фейнмана. Мы потом обсудим его.

Во второй половине видео Данесе рассказывает о танцующем водолазе, сделанном из пластиковой трубочки. Вот этим мы сейчас займемся.



Бениамино Данесе – среди флакончиков и водолазов

## 19 Tanzteufel и водолаз из трубочки

В 18-м веке немецкие стеклодувы освоили массовое производство игрушечных водолазов. Один такой водолаз немецкого происхождения изображен на следующем рисунке.

Посмотрите, у чертика закрученный хвост с отверстием на конце. За счет этого чертик не только скачет вверх-вниз, но еще крутится вокруг своей оси, словно настоящий танцор. При сжатии бутылки порция воды за счет избыточного давления затекает внутрь чертика, а когда бутылку отпускают, вода вытекает из него через отверстие в хвосте и закручивает его.

Декартова водолаза (diver) часто называют декартовым дьяволом (devil), а по-французски водолаз это ludion – танцор.

Как и Данесе в *Le caraffine di Magiotti*, сделаем водолаза-танцора из пластиковой трубочки. На трубочке должен быть короткий гофрированный участок – гармошка, чтобы она легко сгибалась. Сложим ее вдвое и обрежем, чтобы выровнять концы. На сгиб навесим грузики, и на небольшом огне герметично сплавим друг с другом концы трубочки. Вблизи сгиба сделаем одно отверстие (на рисунке оно обведено), потом повернем водолаза на 180° вокруг вертикальной оси и сделаем еще одно такое же отверстие.

Теперь частично заполним водолаза водой и поместим в бутылку. Будем периодически сжимать бутылку, водолаз начнет вращаться – танцевать.



Tanzteufel – пляшущий черт с хвостом ⇒ и  
Водолаз-танцор из пластиковой трубочки ⇒

## 20 Симметричный водолаз в стеклянной бутылке

Со времен Маджотти и до начала массового производства пластиковых бутылок водолазы плавали исключительно в стеклянных сосудах. Сам Маджотти рекомендовал изменять давление в широких сосудах, перекрывая их ладонью, узкие сосуды перекрывались большим пальцем, еще давление внутри узких сосудов изменялось плотно входящими пробками. Позже стеклянные сосуды стали герметично закрываться гибкими мембранами или пленками животного происхождения, а изменение давления осуществлялось нажатием на такую пленку. Сейчас мы, конечно, используем резиновую пленку.

В бутылку поместим флакончик с минимальной положительной плавучестью и плотно закрепим на горлышке резиновую пленку. При нажатии на пленку водолаз погрузится на дно и останется там, а если прищипнуть пленку и оттянуть ее вверх, то он поднимется на поверхность. Это еще один вариант симметричного водолаза двойного действия.



Симметричный водолаз двойного действия  
в стеклянной бутылке ⇒

А вот так пляшет в этой же бутылке Tanzteufel ⇒

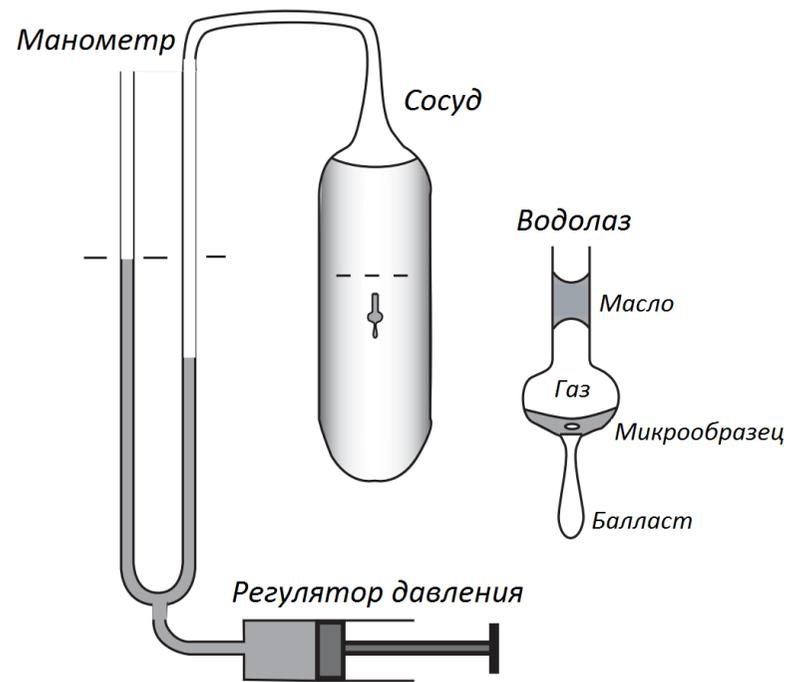
## 21 Водолаз – микрореспирометр

*Респирометр* – это прибор для измерения скорости дыхания живого организма. А *микрореспирометр* может измерять скорость дыхания микроорганизмов и даже отдельных клеток.

Напомним, что Маджиотти использовал водолазов для исследования сжимаемости воды. Но в скором времени водолаз превратился в популярную игрушку, таким он остается и в наше время. Еще он используется, разве что, в школьном обучении для демонстрации основных законов гидростатики. Но в середине прошлого века Картезианский водолаз вернулся в большую науку. В 1937 году в журнале *Nature* была опубликована статья Линдерстрёма-Ланга *Principle of the Cartesian Diver applied to Gasometric Technique* с описанием микрореспирометра на основе Картезианского водолаза.

Биологический микрообразец, например, одноклеточная амeba или отдельная клетка помещается в воздушную камеру внутри водолаза. Водолаз подвешивается внутри объемлющего сосуда в состоянии неустойчивого равновесия. Клетка начинает потреблять кислород и выделять углекислый газ, который тут же поглощается находящимся внутри водолаза реагентом. При этом объем газа внутри водолаза уменьшается, и водолаз начинает тонуть. С помощью регулятора, давление внутри большого сосуда уменьшают на определенную величину так, чтобы водолаз вернулся в состояние неустойчивого равновесия на ту же самую высоту, что и раньше. По необходимой величине изменения давления как раз и вычисляют объем кислорода, поглощенного клеткой.

Этот довольно точный метод исследования дыхания микрообъектов с успехом использовался Линдерстрёмом-Лангом и его сотрудникам из Карлсбергской лаборатории и в свое время стал достаточно популярным.



Упрощенная схема водолаза – микрореспирометра, описанного Линдстрёмом-Лангом (S. Vogel. *Living in a physical world VIII. Gravity and life in water*. *Journal of biosciences*, 31(3) 2006); штриховая линия справа обозначает высоту неустойчивого равновесия водолаза внутри сосуда.

## 22 О разном

Давайте под конец немного отвлечемся и в следующих приложениях поговорим о живописи и литературе, а также о некоторых других вещах.



Афанасий Кирхер, *Magnes Sive De Arte Magnetica* (Магнит или искусство магнетизма), 1654, р. 131

## 23 Наполеон Водолаз

Маджотти использовал водолаза для исследования сжимаемости воды, но мы знаем, что в скором времени водолаз из физического инструмента превратился в популярную игрушку. Он даже стал использоваться для политической сатиры. Вот потешная картинка 1813 г. Подпись к картинке примерно такая

Это Наполеон, прикинулся картезианским дьяволом. Австриец притопил его, а русский смеется: Эй, Эй, Приятель! Это ты правильно сделал, что в бутылку залез.

На рисунке – стеклянная бутылка герметично закрыта упругой пленкой.



Наполеон Водолаз

## 24 Илья Лапин о вербных игрушках

Обязательно посмотрите [поэтический текст](#) Ильи Лапина об игрушках с Вербной ярмарки, среди которых на первом месте – водолаз. В то время в России его называли *Американским Жителем*. Текст начинается с еще одной водолазной сатиры и содержит цитаты из Набокова, Тэффи, Саши Чёрного, Сергея Горного, Мстислава Добужинского, Маршака.

Вот журнальная подпись к этому рисунку

Специально для рабочих и интеллигентов,  
С уступкой ста двадцати процентов  
Американский посетитель,  
Нашей судьбы разрешитель.

Решал-решал,  
Мир заключал,  
По этому случаю и в банку попал!  
В другой раз не балуйся!



Карикатура на графа Витте по поводу подписания им Портсмутского мирного договора с Японией 1905 г.

## 25 Владимир Набоков и Саша Чёрный

В Петербурге местом проведения Вербной ярмарки был Конно-гвардейский бульвар. Набоков жил в двух шагах оттуда. Вот кусочек из его «Других берегов»

Вспоминаю ⟨...⟩ темно-синюю рябь свободной Невы; пеструю от конфетти слякоть Конно-Гвардейского Бульвара на Вербной неделе, писк, хлопанье, американских жителей, поднимающихся и опускающихся в сиреновом спирту в стеклянных трубках, вроде как лифты в прозрачных, насквозь освещенных небоскребах Нью-Йорка.

А вот еще «Верба» Набокова (Париж, 1919 г.)

Колоколов напев узорный,  
волненье мартовского дня,  
в спирту зеленом чертик черный,  
и пестрота, и толкотня,  
и ветер с влажными устами,  
и почек вербных жемчуга,  
и облака над куполами,  
как лучезарные снега,  
и красная звезда на палке,  
и писк бумажных языков,  
и гул, и лужи, как фиалки,  
в просветах острых меж лотков,  
и шепот дерзких дуновений:  
лети, признаний не таи!  
О юность, полная видений!  
О песни первые мои!

И еще – из «Ады», тоже с картезианским водолазом

Он проводил ее и – картезианским стеклянным человечком, вытянувшимся в струнку призрачным Временем – вознесся на пустынный пятый этаж.



Владимир Набоков  
1899-1977

Восьмилетний Володя Набоков с лепидоптерологическим атласом (рисунок Артёма Костюкевича по мотивам фотографии Карла Буллы 1907 г.)

«Верба» Набокова была опубликована в сборнике его ранних стихотворений «Горний Путь». В составлении сборника принимал участие Саша Чёрный. А вот что пишет сам Саша Чёрный («На вербе» 1913 г.)

Солнце брызжет, солнце греет.  
Небо – василёк.  
Сквозь березки тихо веет  
Тёплый ветерок.

А внизу всё будки, будки  
И людей – что мух.  
Каждый всунул в рот по дудке –  
Дуй во весь свой дух!

В будках куклы и баранки,  
Чижики, цветы...  
Золотые рыбки в банке  
Раскрывают рты.

Всё звончее над шатрами  
Вьётся писк и гам.  
Дети с пёстрыми шарами  
Тянутся к ларькам.

– Верба! Верба! В каждой лапке  
Бархатный пучок.  
Дед распродал все охалки –  
Ловкий старичок!

Шерстяные обезьянки  
Пляшут на щитках.  
«Ме-ри-кан-ский житель в склянке  
Ходит на руках!»

Пудель, страшно удивлённый,  
Тявкает на всех.  
В небо шар взлетел зелёный,  
А вдогонку – смех!

Вот она какая верба!  
А у входа в ряд –  
На прилавочке у серба  
Вафельки лежат.



Иллюстрация Вадима Фалилеева к стихотворению Саши Чёрного, на переднем плане рядом с рыбками Американский житель – водолаз

## 26 Писатель Хармс и художник Мансуров

Павел Мансуров – младший современник Филонова, Татлина, Малевича. Он был знаком с Хармсом. По разным свидетельствам у Хармса было несколько картин Мансурова, в том числе портрет самого Хармса. Сохранилась только одна – «Американский Житель». Именно так Мансуров представил своего картезианского водолаза.

Эта картина была экспонирована в Русском музее на выставке «Павел Мансуров и Петроградский авангард» в 1995 г. и в том же году приобретена музеем.



Павел Мансуров, Американский Житель

## 27 Фейнман экспериментатор

Этот эпизод заимствован мною у Бениамино Данесе (Feynman Sprinkler).

Книга Ричарда Фейнмана “Вы, конечно, шутите, мистер Фейнман” – это собрание рассказанных им историй. Она позволяет узнать, как маленький мальчик-экспериментатор превратился в великого физика-теоретика. Одна из этих историй о вращающемся разбрызгивателе. Когда осенью 1939 г. Фейнман перебрался из Массачусетса в Принстон, он первым делом отыскал принстонский циклотрон и был очарован им:

... Провода в этой комнате были натянуты повсюду. Переключатели свисали с проводов, охлаждающая вода капала из вентилях, комната была полна всякой всячины, все выставлено, все открыто. Везде громоздились столы со сваленными в кучу инструментами. Словом, это была наиболее чудовищная мешанина, которую я когда-либо видел. Весь циклотрон помещался в одной комнате, и там был полный, абсолютный хаос! Это напомнило мне мою детскую домашнюю лабораторию.

Фейнман рассказывает об эксперименте, поставленном им в циклотронной лаборатории. В то время Принстон поразила вирусная задача. Все физики знали, что вода, вытекающая из S-образной трубки, заставляет ее вращаться. Но вот насчет того, что произойдет с такой трубкой, полностью погруженной в воду, если через нее начать отсасывать воду, шли большие споры.



Самоходный поливальщик с S-образной трубкой, которая вращается под действием вытекающей из нее воды

Будет ли трубка вращаться в ту или другую сторону – тут были разные мнения, в том числе и у самого Фейнмана. Когда Фейнман, наконец, путем размышлений пришел к окончательному ответу, он взялся за экспериментальное подтверждение. В лаборатории стояла бутылка гигантских размеров. Через пробку Фейнман провел в нее два шланга. Один – для закачки сжатого воздуха, другой – для вывода наружу воды, поступающей в трубку. Для уточнения результатов Фейнман несколько раз увеличивал давление входящего воздуха – в результате все взорвалось. Осколки стекла и струи воды разлетелись во все стороны, множество снимков треков частиц, полученных на циклотроне, пострадало. А сам Фейнман был навсегда изгнан из циклотронной лаборатории.

Между тем, для проверки своих теоретических выводов Фейнман вполне мог бы обойтись и безобидным танцующим чертиком или водолазом-танцором, о которых мы говорили в разделе “Tanzteufel и водолаз из трубочки”. У водолаза-танцора есть две дырки, в которые вода втекает при сжатии бутылки и через них же вытекает при сбросе давления. Поэкспериментируйте – посмотрите, когда вращается этот водолаз, когда нет.



Водолаз-танцор из пластиковой трубки, при периодическом сжатии бутылки он начинает вращаться ➔

## 28 Брызгалка из пластиковой трубки

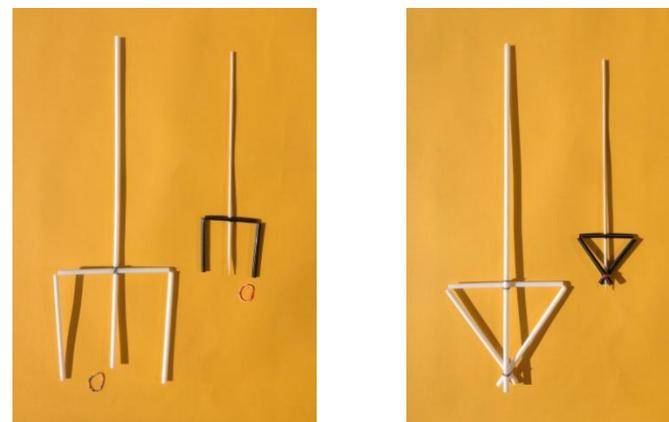
Коллекция “Игрушки из мусора” – “Toys from Trash”, собранная Арвиндом Гуптой, известна во всем мире. Одна из них, в некотором смысле двойник нашего водолаза-танцора, – это спринклер-разбрызгиватель, если попросту – брызгалка.

Сделаем сразу две таких брызгалки. Одну соберем из двух пластиковых трубочек и двух маленьких резиновых колечек, другую – из трубочки, заостренной палочки и одного колечка. В каждом из этих наборов одну трубочку разделите двумя метками на три равных отрезка, по каждой из меток сделайте неполный разрез и согните трубку буквой “П”. В первом наборе к середине верхнего отрезка “П” резиновым колечком прикрепите другую трубку, чтобы получился трезубец – левый трезубец на первом рисунке. А в другом наборе проколите перекладину “П” шпажкой – правый трезубец. Получатся два трезубца. Концы зубьев скрепите второй резинкой. Вот и получились две брызгалки.

А теперь погрузите брызгалку в сосуд с водой и покрутите туда-сюда. При вращении она будет брызгаться во все стороны.

Оригинальная конструкция спринклера представлена на <http://www.arvindguptatoys.com/toys/cpump.html>

Ну а все игрушки из коллекции Toys from Trash – на <http://www.arvindguptatoys.com/toys.html>



Два трезубца и две брызгалки



Как она работает

## 29 Рог архангела Гавриила

Мы обещали рассказать об одном математическом достижении Торричелли. Так вот, в математике есть два именных объекта, связанных с Торричелли. В 1640 г. Ферма сформулировал задачу о нахождении точки, для которой сумма расстояний до трех заданных точек минимальна, а Торричелли решил ее в 1645 г. Эта точка называется теперь точкой Ферма – Торричелли.

Другой объект – это математический аналог рога архангела Гавриила, с помощью которого Гавриил возвестит приход Судного дня, его называют трубой Торричелли.

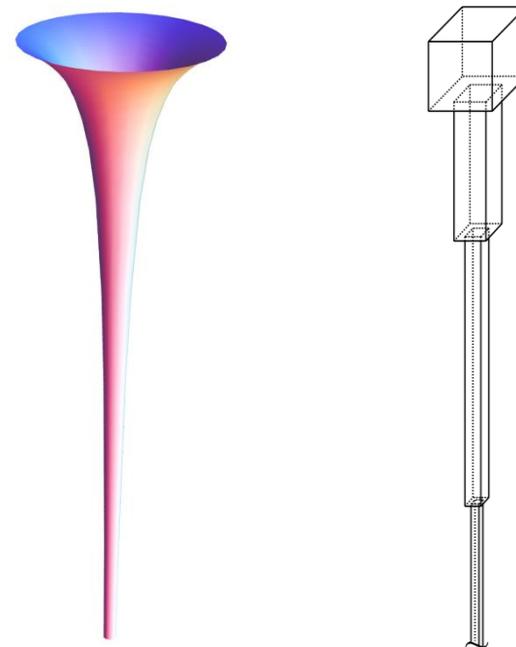
Упрощенный вариант этого рога мы и будем собирать из водонепроницаемых прямоугольных коробок. Самая верхняя из них имеет форму куба с единичными ребрами, но без верхней крышки. Та коробка, что под ней, вытянута по вертикали. Ее вертикальные ребра в два раза длиннее, они имеют длину 2, а горизонтальные в два раза короче – имеют длину 1/2. В дне первой коробки сделано сквозное отверстие размером 1/2 × 1/2, так что любая жидкость может свободно перетекать из верхней коробки в нижнюю и обратно. Третья коробка еще больше вытянута – ее вертикальные ребра равны 4, а горизонтальные по 1/4. У следующей – ребра 8 и 1/8, дальше идет коробка с ребрами 16 и 1/16 и так далее. Длина такого рога будет бесконечной.

Посчитаем площадь его боковой поверхности. У первой коробки четыре боковых грани размером 1 × 1, так что площадь всех четырех граней будет 4 × (1 × 1) = 4. У второй коробки боковая грань имеет размер 2 × 1/2 = 1, и опять сумма площадей четырех граней равна 4. В общем, у любой коробки площадь боковых граней равна 4. Рог состоит из бесконечного числа коробок и у каждой коробки площадь боковых граней равна 4. Так что площадь боковых граней всего рога тоже будет равна бесконечности

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + \dots = \infty.$$



Архангел Гавриил



Труба Торричелли, полученная вращением куска гиперболы  $y = 1/x$ , и ее коробчатый аналог

Кроме боковых граней, у поверхности рога есть и горизонтальные участки. Так что площадь всей поверхности рога тем более равна бесконечности.

Теперь посчитаем объем, заключенный внутри рога. Объем первой коробки, куба с ребром 1, равен  $1 \times 1 \times 1 = 1$ . Основание второй коробки равно  $1/2 \times 1/2$ , а ее высота 2, так что объем коробки равен  $(1/2 \times 1/2) \times 2 = 1/2$ . Объем следующей коробки равен  $(1/4 \times 1/4) \times 4 = 1/4$ , у следующей  $(1/8 \times 1/8) \times 8 = 1/8$ , дальше  $(1/16 \times 1/16) \times 16 = 1/16$  и так далее. Поэтому объем всего рога равен сумме геометрической прогрессии

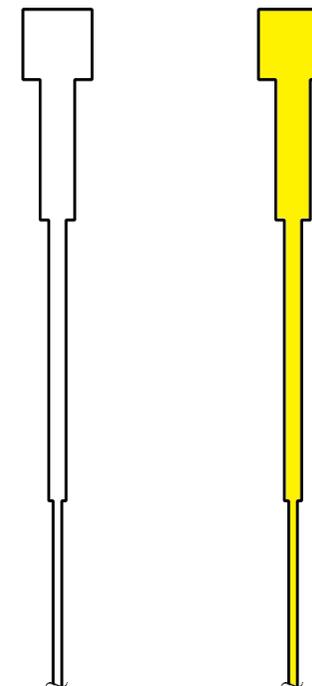
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2.$$

Итак, объем всего рога равен 2.

В этом и состоял основной парадоксальный результат Торричелли. Он нашел тело, *поверхность которого имеет бесконечную площадь, а объем конечен*. Этот результат шокировал современников. Чтобы лучше понять, в чем заключается парадоксальность этого объекта, оставим математику и перейдем на бытовой уровень. Будем считать, что единицей измерения длины у нас служит 1 дециметр, то есть 10 сантиметров. Тогда единицей измерения объема будет 1 литр. Сходите в хозяйственный магазин и купите 2 литра желтой жидкой краски. Залейте эту краску в сконструированный нами рог. Так как его объем тоже равен двум литрам, рог будет заполнен доверху.

Изготовим еще пластинку, состоящую из прямоугольников размером  $1 \times 1$ ,  $2 \times 1/2$ ,  $4 \times 1/4$ ,  $8 \times 1/8$ , ... и имеющую бесконечную площадь. Целиком погрузим ее в наш рог – она влезает туда, подождем немного и вытащим ее оттуда. Пластинка будет окрашена, и даже с двух сторон.

В этом и заключается парадокс: *нам понадобилось всего два литра краски, чтобы закрасить пластину бесконечной площади*.



Пластина с бесконечной площадью до и после погружения в заполненный желтой краской коробчатый рог

### 30 Паскаль взвешивает атмосферу

Мы уже говорили о том, что Паскаль был осведомлен об экспериментах Берти и Торричелли, и что он воспроизвел их и дополнил (см. рисунок на стр. 5). Поэтому он тоже знал, что давление десятиметрового столба воды на кусок поверхности земли примерно то же, что у всего столба атмосферного воздуха, простирающегося на высоту десятков километров.

Отсюда Паскаль делает вывод, что масса всего воздуха, расположенного над куском земной поверхности, равна массе десятиметрового столба воды расположенного над тем же куском поверхности. Поэтому, считает он, масса всего атмосферного воздуха должна быть равна массе воды, которая покрывала бы десятиметровым слоем поверхность всего земного шара. После этого рассуждения, говорит Паскаль, расчет массы атмосферы становится уже школьной задачей.

Примем, что радиус Земли –  $R = 6400 \text{ км} = 6400 \cdot 10^3 \text{ м}$ , плотность воды –  $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Площадь земной поверхности равна  $S = 4\pi R^2$ , а объем десятиметрового слоя воды –  $V = Sh$ , где  $h = 10 \text{ м}$ . И вот для массы атмосферы получаем

$$M = V\rho = Sh\rho = 4\pi R^2 h\rho = 5,15 \cdot 10^{18} \text{ кг}$$

Этот приближенный результат достаточно близок к современным оценкам.



Атмосфера Земли имеет высоту всего несколько десятков километров

### 31 Повторяем опыт Гаспаро Берти

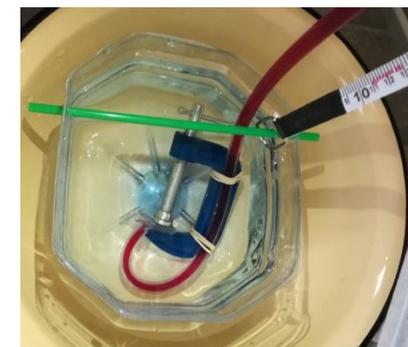
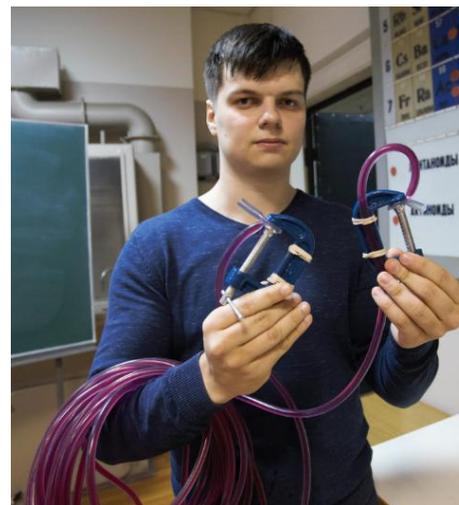
Опыт Берти – это, по сути дела, тот же самый опыт с пробиркой, продемонстрированный на странице 2. Только вместо короткой пробирки Берти использовал свинцовую трубу длиной больше 11 м. Сначала труба заполнялась водой, а после оба ее конца закупоривались. Далее труба ставилась вертикально, ее нижний конец помещался в сосуд с водой и открывался. Часть воды из трубы выливалась, высота столба оставшейся в трубе жидкости была порядка 10 м, и это соответствовало тому, что писал Галилей в своих “Беседах”. Позже Берти использовал более продвинутый дизайн (смотрите стр. 6).

Сейчас у нас есть возможность ограничиться более скромными средствами. Вместо тяжелой свинцовой трубы мы используем ПВХ трубку длиной 11 м с внутренним диаметром 6 мм и толщиной стенок 2 мм. Еще нам понадобятся две небольшие трубочины.

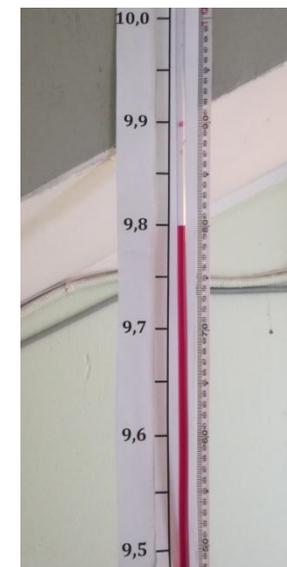
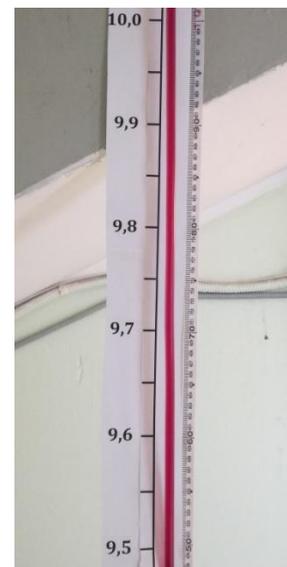
Трубка заполняется водой, на это уйдет меньше 0,5 л. После этого каждый кончик трубки складывается вдвое и сгиб зажимается трубочиной, что обеспечивает герметичность внутреннего объема. Один конец трубки вместе со трубочиной помещается в сосуд с водой, другой поднимается на всю высоту трубки. Верхняя трубочина открывается, чтобы выпустить из трубки оставшийся там воздух. Затем трубка чуть ниже верхнего уровня воды в ней снова складывается вдвое и сгиб зажимается.

Последнее – нижний конец трубы, находящийся в сосуде, разгерметизируется. Часть воды из трубки выливается в сосуд, оставшаяся устанавливается на высоте порядка 10 м. В нашем эксперименте это было 9,8 м.

По поводу некоторых подробностей этого эксперимента смотрите журнал [«Квантик» 2018 № 2](#), стр. 6–9.



Трубка, заполненная подкрашенной водой и с двух концов герметизированная трубочинами; один конец трубки помещается в сосуд с водой



После разгерметизации нижнего конца трубки часть воды вылилась из нее в сосуд, и уровень жидкости в ней установился на высоте 9,8 м

## 32 Дополнительные ссылки

Мы познакомились только с небольшой частью фольклора, накопленного за долгую историю водолаза. Здесь я собрал несколько источников, на которые стоит обратить внимание.

- Первым опять назову замечательное видео Бениамино Данесе под названием [Le caraffine di Magiotti](#). Именно с него и стоит начать. К видео также прилагаются два увлекательных текста.
  - В первом из них с тем же самым названием [Le caraffine di Magiotti](#) рассказано о самом изобретателе водолаза – Рафаэлле Маджотти, а также об одном эпизоде, связанном с разбрызгивателем Фейнмана. Это как раз, о чем мы говорили в разделе “Фейнман Экспериментатор”.
  - Второй текст – это отрывок из трактата Маджотти [Renitenza certissima dell'acqua alla compressione](#), с исторически первым описанием декартова водолаза.
- Имеются два подробных исторических исследования испанских ученых.
  - Первое из них [Historia de los nombres del diablo cartesiano](#) – о происхождении водолаза и об истории его различных наименований
  - Второе [Evolución de la iconografía del diablo cartesiano y su uso educativo](#) – это исследование различных печатных изображений водолаза за многие годы его существования. Тут еще хорошим дополнением служит экспозиция [Danzad, danzad, diablillos](#).
- И снова рекомендую посмотреть [Вербные игрушки](#) Ильи Лаптева с множеством картинок и цитат из Набокова, Тэффи, Саши Черного, Сергея Горного, Мстислава Добужинского, Маршака.
- Посмотрите еще новый текст «Эйнштейн, чашка чая и Картезианская медуза» в журнале «Квантик» 2020 № 5, С. 8–10



## Содержание

1 Шприц и пробирка .....	1	19 Tanzteufel и водолаз из трубочки .....	20
2 Водопроводная задача .....	2	20 Симметричный водолаз в стеклянной бутылке .....	21
3 Гений Торричелли .....	3	21 Водолаз – микрореспирометр .....	22
4 Предшественники .....	5	22 О разном .....	23
5 Водолаз Маджотти.....	6	23 Наполеон Водолаз .....	24
6 Современная версия .....	7	24 Илья Лапин о вербных игрушках.....	25
7 Технические подробности .....	8	25 Владимир Набоков и Саша Чёрный.....	26
8 Иногда они тонут.....	9	26 Писатель Хармс и художник Мансуров .....	28
9 Спасем водолаза .....	10	27 Фейнман экспериментатор.....	29
10 Квадратные и овальные.....	11	28 Брызгалка из пластиковой трубки .....	31
11 Водолаз обратного действия .....	12	29 Рог архангела Гавриила .....	32
12 В глубокой бутылке .....	13	30 Паскаль взвешивает атмосферу .....	34
13 Одно? Два? Три! .....	14	31 Повторяем опыт Гаспаро Берти .....	35
14 Водолаз двойного действия.....	15	32 Дополнительные ссылки .....	36
15 Симметричный водолаз двойного действия.....	16		
16 Хомут для водолаза .....	17		
17 Пипетка-водолаз .....	18		
18 Le caraffine di Magiotti .....	19		