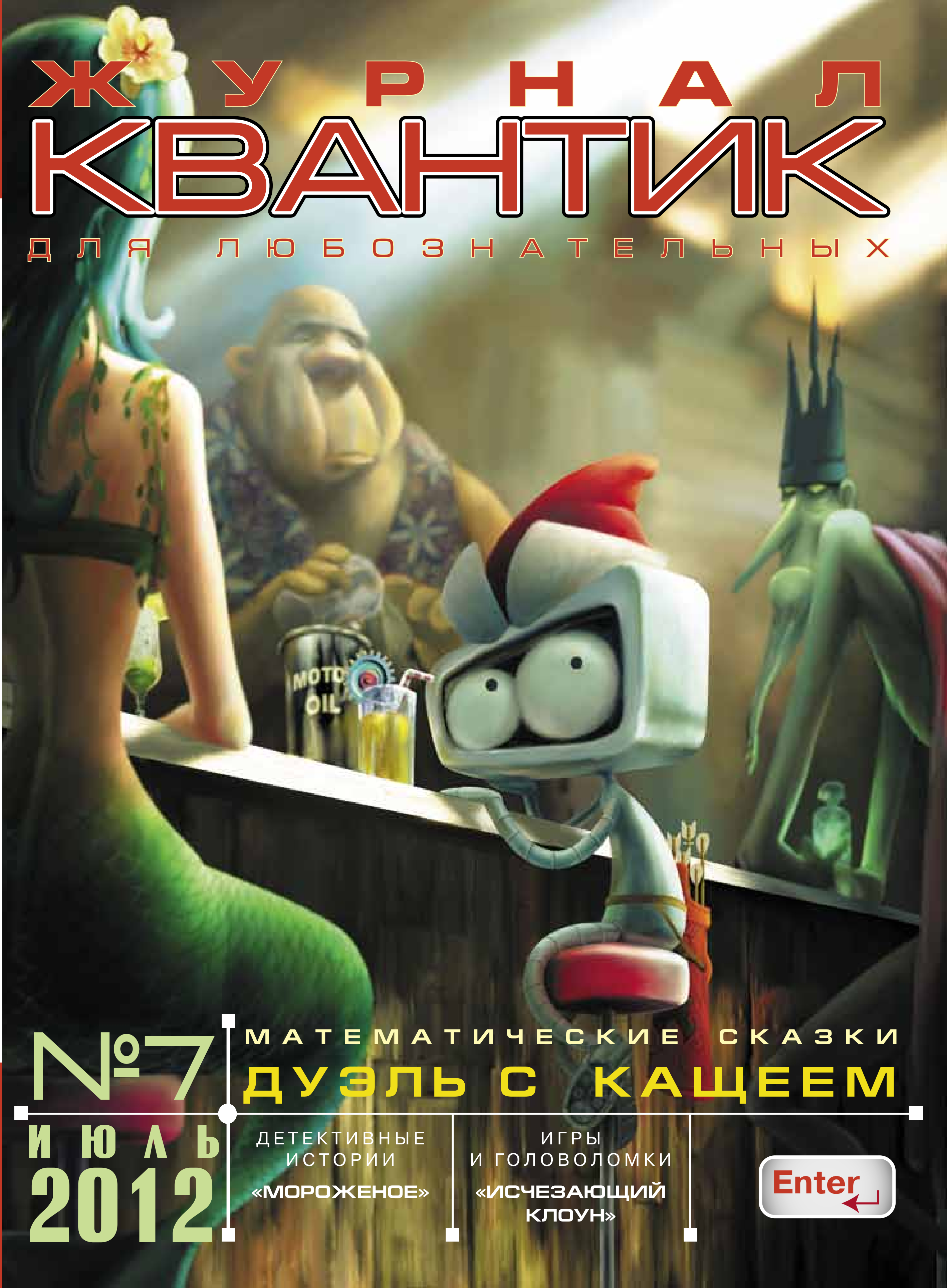
ЖУРНАЛ

КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ



№7
ИЮЛЬ
2012

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ
ДУЭЛЬ С КАЩЕЕМ

ДЕТЕКТИВНЫЕ ИСТОРИИ
«МОРОЖЕНОЕ»

ИГРЫ И ГОЛОВОЛОМКИ
«ИСЧЕЗАЮЩИЙ КЛОУН»

Enter

№7 | июль 2012
Издаётся при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО)

e-mail: kvantik@mccme.ru

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Художник Yustas-07

Наверное, взглянув на обложку, вы удивились – что это за сказочное место и как туда попал Квантик? А он просто представил себя на месте Ивана-царевича, которому предстоит сразиться на дуэли с Кащеем Бессмертным. Вот он и думает, как спастись от яда из смертельного источника, да ещё ответить на Кащеевы вопросы… Но не будем забегать вперёд – читайте обо всём по порядку в нашей математической сказке.

Вас также ожидает история о том, как ковбой Билл пытался выиграть мерседес и что из этого вышло. В номере много загадок: на одной странице-картинке их целых три сразу, а ещё есть детективная история о мороженом, головоломка с исчезающим клоуном, задача о пришвартованных кораблях.

В рубрике «Великие умы» мы расскажем о знаменитом шахматисте, чемпионе мира Михаиле Тале. Любители рубрики «Словечки» познакомятся с волноходами – забавными словами-превращалками.

И это не всё – вас ожидают статья о прямых и кривых, очередные приключения Феди и Дани, олимпиады, конкурс... Да что это мы всё перечисляем и перечисляем – пора браться за чтение!

Наш электронный адрес:
kvantik@mccme.ru

www.kvantik.com

Главный редактор: Сергей Дориченко
Зам. главного редактора: Ирина Маховая
Редакторы: Александр Бердников, Алексей Воропаев, Григорий Фельдман
Главный художник: Yustas-07
Художественный редактор: Дарья Кожемякина
Верстка: Ира Гумерова, Рая Шагеева
Обложка: художник Yustas-07
Формат 84х108/16. Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
Тираж: 1-й завод 500 экз.

Адрес редакции: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел. (499)241-74-83. e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи Почты России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ЗАО "ИПК Парето-Принт", г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ

Мерседес за тремя дверями

Сергей Дориченко

А началось всё...

– Представляешь, кручу я это проклятое колесо, и вдруг выпадает сектор «приз»! – Билл с горящими глазами рассказывал своему старому другу Джону, как недавно побывал на игре «Колесо фортуны».

– Я, конечно, обрадовался. А ведущий подводит меня к трём дверям и говорит: «Не всё так просто. За одной из дверей – мерседес. И он может стать твоим, Билл. Выбирай любую дверь». Я аж весь вспотел от напряжения. Ну, думаю, была не была, и показываю на ту, что справа. А он вдруг идёт к центральной и распахивает её. А там пусто. «Видишь ли, Билл, – продолжает он, – я решил тебе немного помочь. Я знаю, где спрятан мерседес. И, чтобы повысить твои шансы, открыл одну из дверей, за которой пусто». Да, думаю, спасибо, но мне-то что толку? А тут он и выдаёт: «А теперь, Билл, главное – я разрешаю тебе изменить выбор. Можешь указать на другую дверь. Если хочешь, конечно. Решай!» Ну, тут меня прямо в дрожь бросило. Раньше-то у меня какие были шансы – один к трём, понятное дело. А теперь две двери остались – левая и правая. Значит, шансы уже один к двум. Обрадовался поначалу, а потом прикидываю – ну и какая тогда разница, какую дверь открывать? Шансы-то теперь одинаковые. Может, думаю, запутывает? Ну и не стал выбор менять – открыл, как и хотел, правую дверь. И ничего не выиграл. А вот теперь мучаюсь – это просто мне не повезло или всё-таки надо было левую дёргать?

Ответ Джона

– Сдаётся мне, сплоховал ты, братец, – покачал головой Джон. – Шансы стали бы куда больше, измени ты своё решение.

– Как это, Джон? Ведь остались две двери, значит, шансы одинаковые.

– Так ведь ведущий всегда мог открыть из двух дверей одну, за которой пусто. Значит, про твою дверь он тебе ровным счётом ничего не сообщил. Там как была вероятность 1/3, так и осталась.

– Нет, это ерунда. Раз за открытой дверью ничего нет, то там сразу вероятность 0 получается. Значит, за двумя другими – по 1/2.

– Почему поровну-то? Ладно, давай не спеша разберёмся. Возьмём те две двери, которые ты не выбрал. С какой вероятностью мерседес находится за ними?

– Это пока ничего не открывают? Да вроде как 2/3 получаются.

– Правильно. А тут ведущий одну из этих дверей открывает, выбирая ту, за которой ничего нет. И он, понятно, всегда это может сделать. Значит, он просто тебе проясняет, что вот, мол, за этой дверью из тех двух нет мерседеса. Но вероятность, что за теми двумя дверями мерседес – по-прежнему 2/3. И у тебя не появляется никакой информации про выбранную тобою дверь. Вся неопределённость – где именно мерседес, за теми двумя дверями или за той, что ты выбрал – сохранилась!

– Это что же тогда получается? Раз эти 2/3 сидят попрежнему в тех двух дверях, но за одной из них точно пусто, то эти 2/3 все целиком на другую дверь переходят?

– Ну да. А у твоей исходно выбранной двери вероятность 1/3 остаётся. – Джон победно откинулся на стуле и потянулся за коктейлем. А Билл задумался.

Вторая попытка

– Наверное, я уже давно должен был всё понять, – сказал после долгого размышления Билл, – но я в этих вероятностях не силён, и что-то всё-таки как-то мне не верится...

– Терпение, главное терпение, – чуть слышно пробормотал Джон. Он начал потихоньку выходить из себя. – Хорошо, Билл, давай попробуем по-другому. Вот представь себе, будешь ты целый месяц ходить на эту игру, каждый раз совершенно случайно выбирать дверь и открывать её. Сколько мерседесов ты выиграешь?

– Если без жульничества с их стороны, так за 30 дней примерно десяток наберётся.

– Верно. Это и значит, что шансы твои – 10 к 30, или 1 к 3, короче, вероятность – 1/3.

– Только я не пойму, к чему ты клонишь.

– Ну, вот представь себе, ходишь ты целый месяц на эту игру. Выбираешь случайно дверь. И как упёртый, выбор не меняешь. Ведущий там суетится, что-то предлагает, а ты знай стоишь на своём. Сколько мерседесов ты выиграешь?

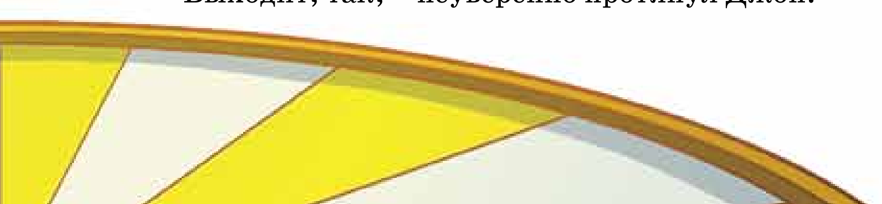
– Да вроде около десятка получится.

– А что же ты мне рассказывал, что когда ведущий одну дверь раскрыл, у тебя шансы повысились?

– Ну да, раз остались две закрытые двери, то шансы стали по 1/2 на каждую.

– Но тогда выходит, если ведущий каждый раз будет одну из дверей распахивать, ты за месяц уже 15 мерседесов заимеешь?

– Выходит, так, – неуверенно протянул Джон.



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

– Так ведь для тебя ничего же не изменилось! – Джон еле держал себя в руках. – Да пусть он хоть твою дверь распахнёт, хоть все три: ты же свой выбор не меняешь!

– Эй, попридержи лошадей, приятель. Если он распахнёт мою дверь, я сразу либо выиграю, либо проиграю.

– Да, Билл, да. В каждом конкретном случае ты либо проиграешь, либо выиграешь. Но если целый месяц будешь указывать случайную дверь и не станешь менять свой выбор, что бы там потом ни открывали, выиграешь ты примерно 10 мерседесов.

– Неужто правда?

– Тебе же и раньше фактически все три двери открывали, чтобы твой выбор проверить. А теперь что-то открывают чуть раньше: когда ты уже выбрал, но ещё как бы не до конца. Но ты же выбор не меняешь. Можешь считать, что это они двери открывать начали, чтобы проверить, угадал ты или нет.

– Похоже, я и вправду за месяц тот же десяток наберу, хотя и чудно это как-то.

– Отлично! – Джон утёр вспотевший лоб платком. – А теперь, Билл, напрягись и ответь: сколько мерседесов ты выиграешь, если каждый раз будешь менять свой выбор?

– Откуда же я знаю?

– Окей, давай сделаем так. Представь себе, что мы с тобой ходим на эту чёртову игру вместе. Выбираешь дверь каждый раз ты и выбор свой не меняешь. А вот я, наоборот, после предложения ведущего твой выбор каждый раз меняю – ну, мысленно как бы. Ты тогда наберёшь 10 мерседесов за месяц, так?

– Да вроде так, Джон.

– А сколько наберу я?

– Ты? Это мысленно, значит?

– Да, мысленно, мысленно.

– А ты... Ну если я выиграл, ты уходишь ни с чем. А если мне не повезло, то мерседес, значит, за другой закрытой дверью. Эй, так он же тебе тогда достанется! Всего мерседесов 30, я выиграл 10. Значит, ты выиграешь... 20? Но это нечестно, Джон!

– А ты чего хотел? Настаивая на своём выборе, ты открываешь одну случайную дверь из трёх – значит, свою треть мерседесов и получишь. А меняя выбор, ты как бы открываешь две оставшиеся двери – одну за тебя открывает ведущий, а вторую – ты сам. Вместо одной случайной двери – целых две. Чего ж тут удивляться, что шансы удвоились?

– Гениально, – воскликнул Билл и снова погрузился в размышления. Его озарённое догадкой лицо постепен-

но мрачнело. Джон с тревогой следил за Биллом. Наконец Билл нерешительно и как бы извиняясь выдал Джону следующее.

Последний довод

– Да, Джон, похоже ты прав. Ты очень понятно тут толковал, но всё же я не вполне понял...

– Билл! – Джона почти хватил удар. – Ради бога, молчи! Я придумал, я тебе сейчас всё предельно доходчиво объясню. Представь, что на этой игре 100 дверей.

– Ого, целых 100, это здорово. Только тогда никаких шансов.

– Да, Билл, 100 дверей. Только не «никаких шансов», а 1/100 – маловато, но всё же кое-что. Так вот, Билл, после того, как ты выбрал дверь, добрый и всезнающий ведущий открывает – сколько бы ты думал – 98 дверей, за которыми ничего нет! Да, Билл, распахивает все двери, кроме двух – той, что ты выбрал, и ещё одной какой-то двери. И предлагает тебе поменять выбор, либо настаивать на своём. Что ты сделаешь?

– Что я сделаю, Джон? Так ведь если я поменяю выбор, то угадаю в тех случаях, когда мерседес был за теми 99 дверями, кроме той, что я выбрал сначала. А если не поменяю, то угадаю, только если мне сразу повезло. Но, конечно же, мерседес скорее за теми 99 дверями, чем за той одной, куда я случайно ткнул пальцем. Так что надо менять, это дураку ясно.

– Ну, кажется, ты хоть что-то понял. Только знаешь, хватит на сегодня вероятностей, мне пора. – И Джон поспешно распрощался с Биллом, пока тот снова не засомневался.

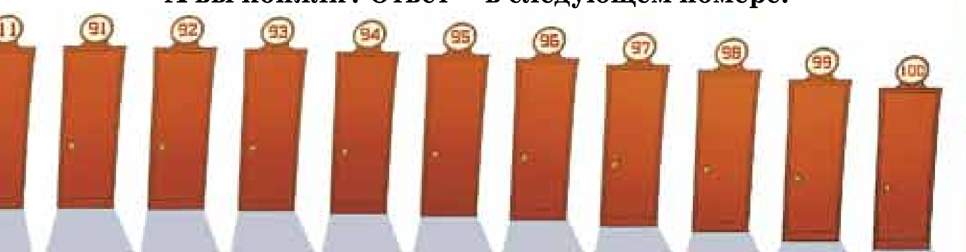
Новая загадка

Наутро Билл влетел к Джону и прямо с порога взахлёб стал рассказывать.

– Джон, тут такая история. У Тэда, который надзирателем работает, в тюрьме трое давнишних заключённых, так двоих решили освободить досрочно. А кого именно – пока им не говорят. Тэд-то знает, но сказать не имеет права. А один из заключённых – приятель Тэда – всё его упрашивает: «Про меня не хочешь ответить – не надо, но назови мне хоть одного, кого освободят». Тэд уже почти согласился, а его приятель вдруг передумал: «Нет, стой! Сейчас у меня шансы освободиться 2/3, а как я узнаю про одного из тех ребят, что его выпускают, так мои шансы сразу до 1/2 упадут». Джон, а я понял, где этот парень ошибся!

А вы поняли? Ответ – в следующем номере.

Художник Виктор Пяткин



Григорий Фельдман

КРИВЫЕ ИЗ ПРЯМЫХ

Возможно, вы уже встречались с графиками функций (обычно их начинают изучать в 7 классе) и даже строили их. Часто это делают так: выбирают число t, находят значение $f(t)$ функции и отмечают соответствующую точку $(t, f(t))$ на графике. Нарисовав подобным образом ещё несколько точек и проводя через них плавную кривую, получают график $f(x)$.

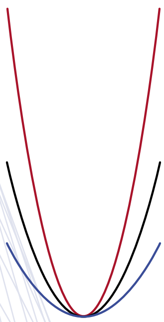


Рис. 1

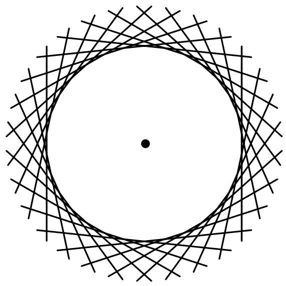


Рис. 2

График функции $y=kx^2$ называется параболой. На рис. 1 показаны графики функций $y=kx^2$ для $k=1/2$, 1, 2.

Упражнение: какое значение k какой из нарисованных парабол соответствует?

Окружность тоже можно построить подобным образом. А ещё окружность вырисовывается, если провести прямые, удалённые от данной точки на фиксированное расстояние (см. рис. 2). Определение ниже – обобщение этого примера.

Говорят, что кривая огибает данное семейство прямых, если через каждую её точку проходит ровно одна прямая из этого семейства. Кривую при этом называют огибающей.

Это определение не всегда работает так, как хотелось бы, но правильное определение слишком мудрёное, и мы ограничимся такой упрощённой версией. Суть определения понятна из следующего красивого примера. Описанные ниже построения советуем проводить на клетчатой бумаге.

Отметим точку $A(0,1)$. Для каждой точки X на прямой абсцисс проведём прямую, проходящую через X и перпендикулярную AX. Проще всего нарисовать копию треугольника AOX так, как показано внизу на рис. 3 (тут поможет клетчатая бумага); тогда прямая, содержащая гипотенузу нового треугольника, и есть нужный перпендикуляр.

Оказывается, огибающая таких прямых – это парабола. Доказательство см. на стр. 31.

Вопрос: как изменится парабола, если точку A «подвинуть» наверх?

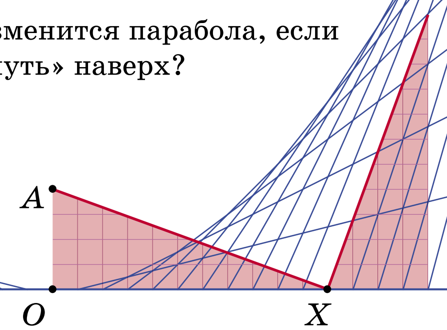


Рис. 3

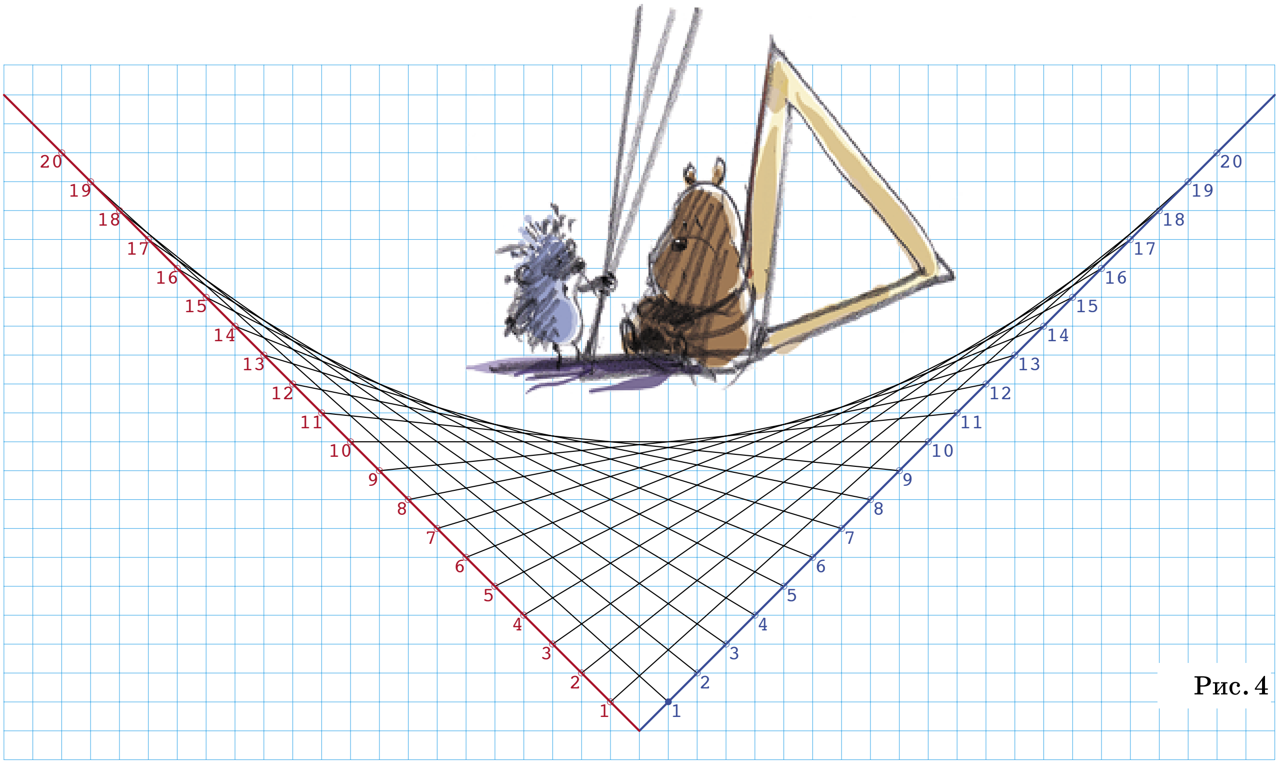


Рис. 4

Параболу можно увидеть и как огибающую другого семейства прямых.

Проведите синюю прямую $y = x - 10$ и красную прямую $y = -x - 10$. Отметьте синим точки пересечения синей прямой с узлами сетки и красным – точки пересечения красной прямой с узлами сетки. Пронумеруйте красные и синие точки так, как на рис. 4. Обе точки 10 (и красная, и синяя) должны попасть на ось абсцисс.

Теперь проведите прямую через синюю точку 10 и красную точку 10, через синюю точку 9 и красную точку 11, через синюю 11 и красную 9, через синюю 8 и красную 12, через синюю 12 и красную 8, и так далее. У вас должна получиться картинка, похожая на рис. 4. Кривая, которая видна, – парабола. Попробуйте доказать этот факт аналогично доказательству из предыдущего примера.

Удивительно, но с помощью параболы можно «построить» окружность. Для этого из каждой точки параболы опустим перпендикуляр на ось абсцисс. Построим на каждом таком перпендикуляре окружность как на диаметре. Получится картинка, как на рис. 5. На ней явно вырисовывается окружность.

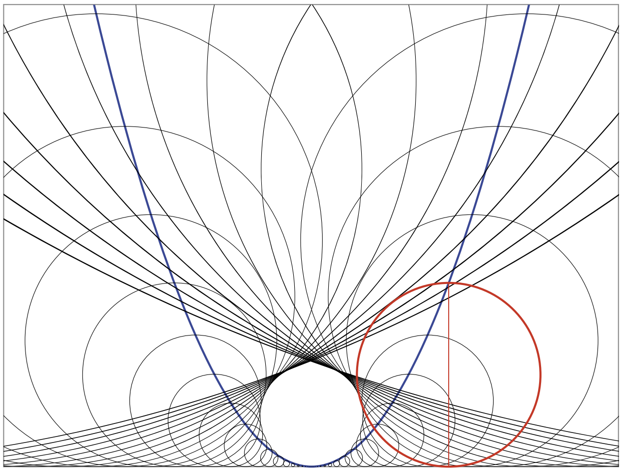


Рис. 5

Художник Сергей Чуб

Игорь Акулич

Приключения продолжаются

– Привет, Федя, чего такой грустный сегодня?

– Понимаешь, Даня, никак задачку решить не могу – и опять про часы!

– Какую это?

– А вот послушай[1]. «Три мухи решили покататься на стрелках часов...»

– На твоих, что ли? Как же они влезут под стекло?

– Хватит шуток! Часы, конечно, большие и без стекла – настенные, например. Слушай дальше. «С этой целью ровно в полдень одна из них села на часовую стрелку, вторая – на минутную, третья – на секундную. Дальше они катались, соблюдая такое правило: если одна стрелка обгоняет другую, то сидящие на них мухи в момент обгона меняются местами. Сколько оборотов опишет каждая муха до полуночи?»

– А там не сказано, что делать, если одновременно совпадут все три стрелки? Как тогда им пересаживаться?

– Ты что говоришь! Совпадение всех стрелок возможно только в полдень и в полночь – мы с тобой это уже доказали!

– Да, верно, я и забыл.

– Так что посоветуешь?

– Даже и не знаю. Знаешь что, давай решим сначала задачу попроще. Пусть у нас две мухи сидят на двух стрелках – часовой и минутной. Если эту одолеем, то, может, и первую решим.

– Думаю, можно использовать результаты решения задачи о совпадении часовой и минутной стрелок. Мы, помнится, доказали, что они совпадают каждые 12/11 часа. Значит, к моменту первого совпадения вторая муха как раз совершит 12/11 оборота – ведь для минутной стрелки каждый час – это один оборот. Часовая стрелка движется в 12 раз медленней, поэ-

[1]Автор задачи – С.Г.Волченков

продолжаться

тому первая муха проедет всего 1/11 оборота. Но потом они меняются, и от первого до второго совпадения стрелок первая муха, наоборот, проделает 12/11 оборота, а вторая – 1/11. Затем…

– Ну и хватит! Всего получается 11 равных промежутков времени, когда мухи попеременно движутся то с одной, то с другой скоростью. Поэтому муха, сидевшая сначала на часовой стрелке, проедет $\frac{1}{11}+\frac{12}{11}+\frac{1}{11}+\frac{12}{11}+\frac{1}{11}+\frac{12}{11}+\frac{1}{11}+\frac{12}{11}+\frac{1}{11}+\frac{12}{11}+\frac{1}{11}=6$ кругов, а вторая, у которой чередование обратное, $\frac{12}{11}+\frac{1}{11}+\frac{12}{11}+\frac{1}{11}+\frac{12}{11}+\frac{1}{11}+\frac{12}{11}+\frac{1}{11}+\frac{12}{11}+\frac{1}{11}+\frac{12}{11}=7$ кругов. Ишь ты, целые числа получились!

– В этом как раз нет ничего удивительного. Мухи стартовали, когда стрелки были вертикальны (в полдень), и финишировали при таком же положении стрелок (в полночь). Значит, они проделают непременно по целому числу кругов!

– Ну, хорошо. Но это не даёт подсказки к решению исходной задачи – с тремя мухами (и стрелками).

– Верно, здесь уже так просто не подсчитаешь. Слагаемых будет немереное количество. Но кое-что можно оценить. Например, и здесь каждая муха проделает целое число оборотов. Кроме того, поскольку в каждый момент времени на каждой стрелке сидит ровно одна муха, то суммарное число кругов, проделанное стрелками, должно равняться суммарному числу кругов, проделанному мухами.

– Ну, хоть что-то. Сколько же это будет? Часовая стрелка проделает 1 оборот, минутная – 12, секундная – 720. Всего получается 733 оборота. В общем, надо как-то распределить эти обороты между мухами, но как?

Оглянись вокруг

– Придумал! Заметь, что мухи не обгоняют друг друга – ведь при обгоне стрелок мухи меняются местами! Следовательно, та муха, что сразу «уехала» вперед (сидящая первоначально на секундной стрелке) проделает не меньше оборотов, чем остальные две, а муха, сначала занимавшая часовую стрелку, – не больше остальных.

– Значит, нам надо не просто найти три целых числа, в сумме дающих 733, а три таких числа, что первое не меньше второго, а второе – не меньше третьего. Но всё равно, вариантов слишком много...

– Стоп! Эврика! Не так уж и много! Помнишь, мы когда-то «привязывались» к одной из стрелок, считая ее неподвижной? А давай теперь «привяжемся» к мухе, которая вначале сидит на часовой стрелке. Итак, что она видит? Мухи, сидящие на двух других стрелках, сперва «уезжают» по кругу вперед, а потом иногда догоняют ее сзади, но повторно обогнать не могут! Это значит, что разность количества оборотов, проделанных любыми двумя мухами, не больше 1.

– Действительно! И это всё решает! Ведь теперь нам надо подобрать не просто три натуральных числа, дающие в сумме 733, а три числа, которые различаются между собой не больше чем на 1. Это очень просто: $733 = 245 + 244 + 244$, то есть муха, стартовавшая на секундной стрелке, проделает 245 оборотов, а остальные две – по 244. Всё!

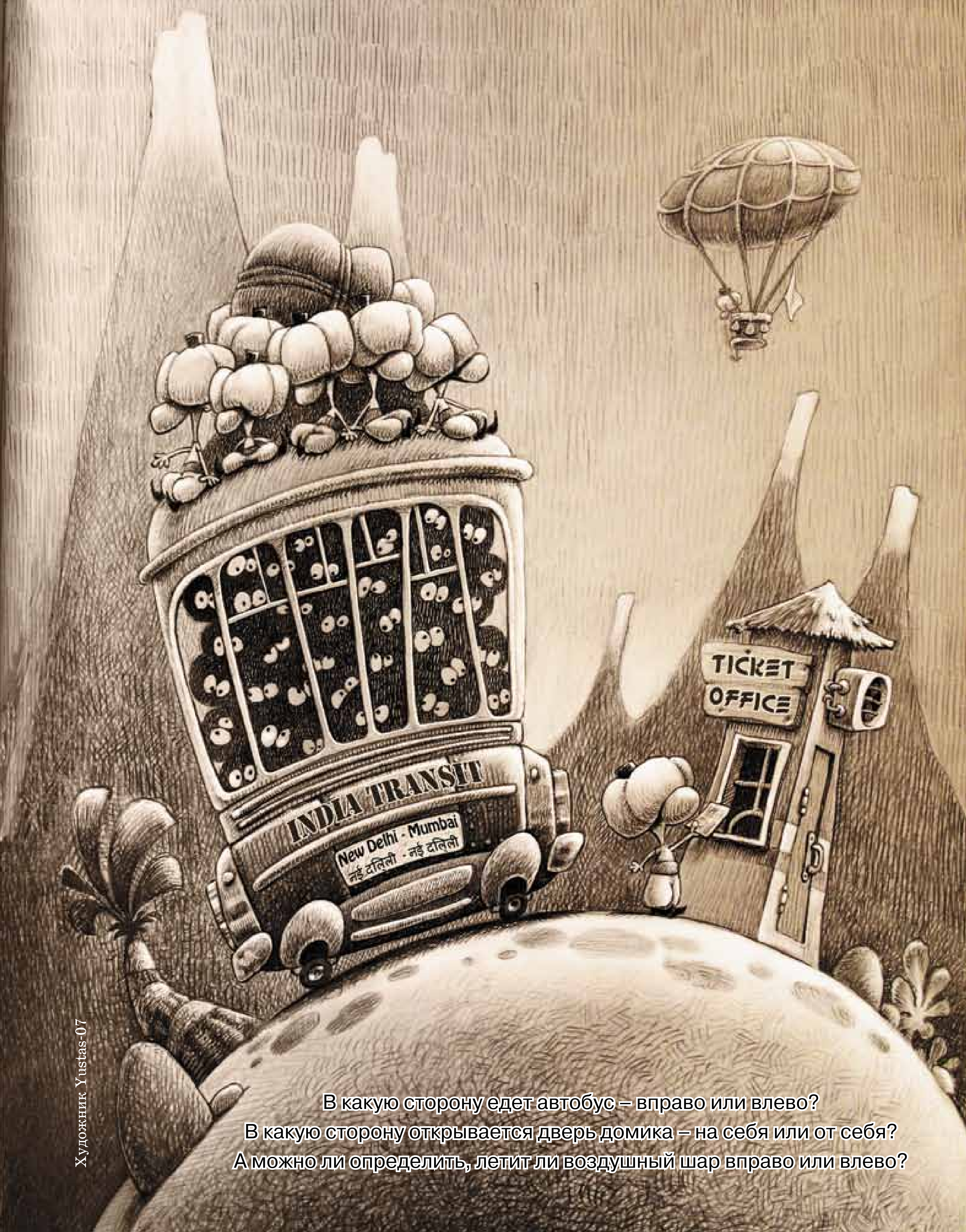
– Кстати, тот же подход можно было применить и к варианту с двумя мухами. Там стрелки в сумме совершили $1 + 12 = 13$ оборотов, что разбивается на сумму двух натуральных чисел, различающихся не больше чем на 1, как $7 + 6$. Значит, мухи проделают 7 и 6 оборотов.

– Гора с плеч!

– Тогда, может, подумаем над такой задачей...

– Нет уж, хватит! Хорошего понемножку! В другой раз!

Художник Алие Аблямитова



В какую сторону едет автобус – вправо или влево?
В какую сторону открывается дверь домика – на себя или от себя?
А можно ли определить, летит ли воздушный шар вправо или влево?

МИХАИЛ ТАЛЬ

Евгений Гик

Михаил Нехемьевич Таль
(9.11.1936 – 28.06.1992),
8-й чемпион мира
по шахматам

Михаил Таль был всеобщим любимцем, одним из самых популярных гроссмейстеров в истории шахмат. Его обаяние подкупало всех, кто был с ним знаком. И дело не только в удивительном стиле игры – комбинации «волшебника из Риги» были фантастическими, – но и в человеческом облике. Вокруг Таля всегда царила атмосфера радушия и доброжелательности, он был неистощим на юмор и шутки.

В 1957 году, пятьдесят пять лет тому назад, Советский Союз открыл космическую эру, и тогда же Таль совершил свой первый «космический полёт»: стремительно ворвался в шахматную элиту, завоевав золотую медаль чемпиона СССР. А спустя всего три года, обыграв Михаила Ботвинника, Таль стал чемпионом мира, восьмым по счёту.

В детстве Таль обладал незаурядными математическими способностями и был непобедим в олимпиадах и конкурсах. Когда настало время идти в школу, он уже мог перемножать в уме трёхзначные числа. Учителя определили Мишу сразу в третий класс, пытались начать с четвёртого, но не получилось. Алгебраические задачи Таль решал почти мгновенно, но учительница всё время ставила ему двойки: она не сомневалась, что Таль подглядывает в ответы. В конце концов родителям это надоело, и они перевели его в другую школу. В результате любовь к математике остыла, и инициативу перехватили шахматы. Так закончилась «математическая карьера» Михаила Таля.

После окончания школы, а затем Рижского университета Таль получил диплом филолога и работал учителем русского языка и литературы. Преподавал он с большим удовольствием, но когда из-за его постоянных отлучек у учеников накопилось несколько месяцев «окон», он вынужден был написать заявление об уходе. Но прежде, чем это случилось, произошёл один шумный «скандал».

Гроссмейстер только что стал чемпионом страны, вся Рига ликовала, а класс, в котором он вёл литерату-

Если хочешь выиграть, то порой приходится доказывать, что дважды два — это пять.

М. Таль

ру, с утра до вечера разыгрывал его комбинации. Войдя однажды в класс, Таль обнаружил на подоконнике доску с расставленными на ней фигурами – школьники даже не стеснялись играть на его уроках... Нетрудно было убедиться, что белые объявляют мат в четыре хода. Таль начал урок и повёл рассказ о «лишних людях». Но вскоре, взглянув на юных шахматистов, понял, что сам он тут лишний человек – его не слушали. С начала урока в партии было сделано ещё несколько ходов. Если бы белые довели замысел до логического конца и заматовали неприятельского короля, в учителе взял бы верх шахматист, и он бы простил нарушителей дисциплины. Но, к несчастью для них, белые нетолько упустили возможность дать мат, но и вообще оказались у разбитого корыта. Оставлять такое поведение учеников безнаказанным было бы непедагогично, и Таль потребовал у них дневники. Правда, к концу урока он немного успокоился и ограничился внушением. «Чёрные» обрадовались, что всё обошлось, а «белые» попросили поставить автограф в дневнике. Единственный раз в жизни будущий чемпион мира сделал строгую надпись: «Не нашёл мат в четыре хода на уроке литературы».

У Таля было много близких людей: тренеры, коллеги, земляки. Но увлечение шахматами не ограничивало его круг общения. Со сколькими писателями, журналистами, художниками Таль был на дружеской ноге! Михаил Таль был, наверное, самым остроумным и весёлым человеком из всех чемпионов. На любой заданный ему вопрос следовал неожиданный и яркий ответ, и этот короткий диалог тут же превращался в весёлую байку.

Один корреспондент удивился, как гроссмейстер Таль не увидел простого хода, который нашёл бы даже ученик шестого класса. «О, если бы я сейчас учился в шестом классе, – с грустью сказал Таль, – я бы и не такой ход нашёл!»

Михаил Таль
с женой Салли Ландау

Время, которого у нас нет, дороже фигур, которые у нас есть.

М. Таль

Матч Михаила Ботвинника и Михаила Таля за звание чемпиона мира

Когда женскую шахматную корону завоевала Майя Чибурданидзе, кто-то спросил Таля: «Скажите, как вы расцениваете шансы Майи стать чемпионом мира среди мужчин?» – «Во всяком случае, выше, чем мои – стать чемпионкой мира среди женщин», – не задумываясь, ответил Таль.

Шуточки Таля, которые он охотно дарил направо и налево, никогда не были обидными для его коллег, но однажды он сам чуть не пострадал от собственного невовремя проявленного остроумия. На вступительных экзаменах в Латвийский университет, цитируя «Евгения Онегина», Михаил шутки ради сделал «ошибочный ход»: немного подкорректировал пушкинскую строку, заменив слова «Летний сад» на «детский сад»...

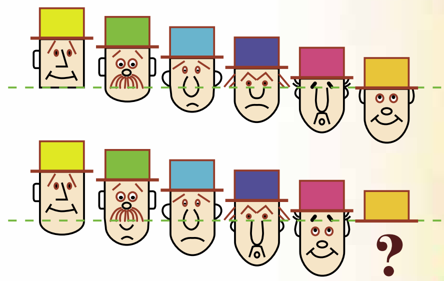
Чтоб не измучилось дитя,
Учил его всему шутя,
Не докучал моралью строгой,
Слегка за шалости бранил
И в детский сад гулять водил.

Но всё обошлось – Таля приняли на филфак. То ли преподаватель не помнил «Евгения Онегина», то ли оценил юмор абитуриента.

Исчезающий клоун

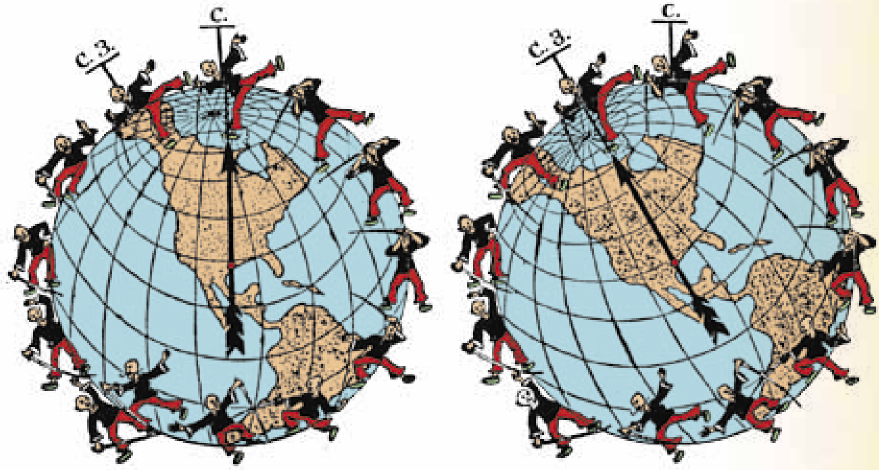
Сергей Дориченко

Вы, наверное, встречали таинственные головоломки с исчезновением? Какая-то фигура разрезается на кусочки, из них составляется новая, и – о чудо! – кажется, что какая-то часть прежней фигуры пропала без следа. Увлекательный рассказ о таких головоломках можно найти в книге Мартина Гарднера «Математические чудеса и тайны».



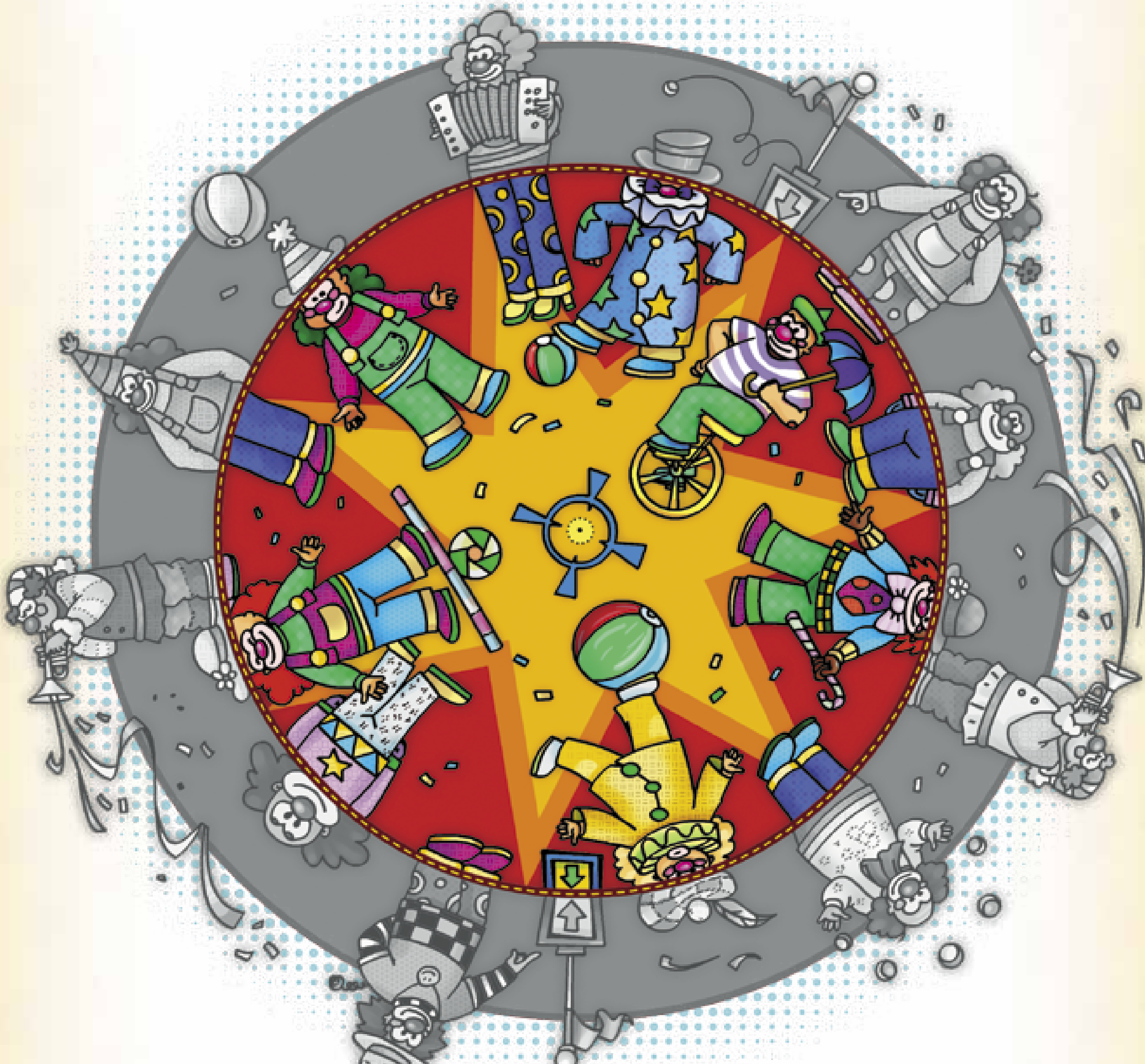
Вот, например, картинка с семью лицами, расположенными в ряд. Если разрезать рисунок по пунктирной линии и сдвинуть нижнюю часть влево, одно лицо исчезнет!

А вот замечательный парадокс с исчезающим воином. На левой картинке схематически изображен глобус, а на его краю – 13 воинов-самураев. Стрелка на рисунке указывает на север. Если вырезать внутреннюю часть рисунка по границе глобуса и повернуть так, чтобы стрелка указывала на северо-запад, получится правая картинка. Но на ней каким-то чудодейственным образом теперь только 12 воинов! Как же это произошло?



Наш художник подготовил для вас новую головоломку. Вырежьте цветной центральный круг со страницы 17 и наложите на чёрно-белый круг страницы 16. Вы увидите пятнадцать ярко раскрашенных клоунов. А теперь поверните цветной круг так, чтобы зелёная стрелка внизу этого круга указала на стрелку, расположенную справа вверху на красном ободе. Внимательно пересчитайте клоунов – их окажется уже четырнадцать!

Осталось проникнуть в тайну головоломки – как же так получается? Покажите фокус вашим друзьям и попробуйте разобраться, в чём тут дело. Желаем успеха!



Художник Дарья Котова

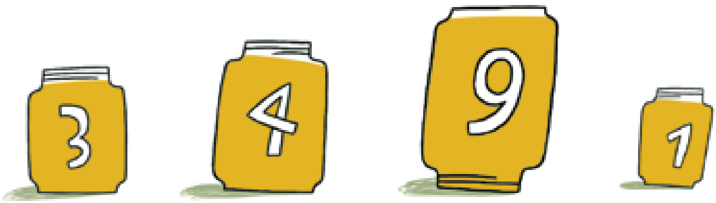
ДЕТЕКТИВНЫЕ ИСТОРИИ

Борис Дружинин

МОРОЖЕНОЕ

После завтрака Вова зашел к Лизе, чтобы вместе подготовиться к контрольной работе по математике. Занятие, надо признаться, не самое весёлое. За два часа друзья еле-еле одолели три задачки и заскучали. И тут им попалась задачка совсем уж хитрая.

«Илья Муромец и Соловей Разбойник нашли необычный клад – банки с мёдом. На каждой банке написано, сколько в ней литров мёда. Как им разделить мёд поровну?»



– Что-то не получается поровну, – пробормотал Вова. – Даже если три банки поменьше отдать Илье, то у него получится только 8 литров. А Соловью достанется целых 9 литров.

– Так если все литры сложить, то их 17 окажется, – заметила Лиза. – Пополам нацело никак не делится. Может, перелить пол-литра мёда из банки 9 в банку 1 или 3. Тогда они смогут взять по 8,5 литров каждый.

– Нет, так нельзя, – возразил Вова. – Смотри, банки доверху заполнены. Хотя...

Не успел он договорить, как Лиза тоже нашла правильное решение.

КАК РЕБЯТА РЕШИЛИ ЗАДАЧУ?

Тут из магазина вернулась мама.

– Что вы дома в духоте сидите, – удивилась она. – Погода какая прекрасная! Идите лучше в скверик. Там задачки лучше решаются.

Ребята так и сделали. Они уселись на скамеечку и принялись решать задачки. Они так увлеклись, что не заметили, как солнышко переместилось и принялось их допекать.

– Фу, как жарко, – Вова вытер пот со лба.

– Да, сейчас бы чего-нибудь попрохладней, – согласилась Лиза.

– Мигом устрою, – пообещал Вова и убежал.

Вернулся он через полчаса с двумя порциями мороженого.

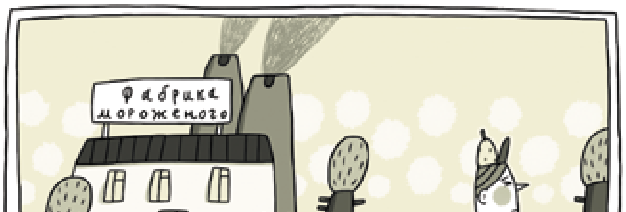
Друзья наслаждались лакомством, и тут перед ними как из-под земли вырос полицейский и с ним какой-то толстый гражданин.

– Вот он, – сказал толстяк, обращаясь к стражу порядка. – Смотрите, они ещё не доели мороженое.

– Ребята, – взял под козырёк полицейский, – пройдёмте с нами.

Ничего не понимая, друзья отправились в отделение полиции.

– Я директор фабрики, которая выпускает мороженое, – сказал толстый гражданин дежурному следователю. – У нас ночью какая-то авария с электричеством случилась. Так этот мальчишка воспользовался тем, что камеры наблюдения не работают, забрался на склад готовой продукции и унёс сто килограммов мороженого. Но охранник успел сфотографировать, когда мальчишка убегал с сумкой. Вот, смотрите.



Полицейский принялся разглядывать фотографию, а директор фабрики продолжал его убеждать.

– Ботинки точно такие, как у него, на высоких каблуках. Правильно? И кепочка его, и причёска. И рост его.

– Как давно это случилось? – спросил следователь.

– Да только что! – не унимался директор. – Мы его к вам прямо с мороженым доставили.

– А сумка где? – поинтересовался следователь.

– Он выбросил сумку в речку, когда понял, что его догоняют, – ответил директор. – Вот, на фотографии её хорошо видно.

– Но сумка совсем небольшая, в неё от силы килограммов двадцать поместится, – засомневался следователь. – Да и такой маленький мальчик сто килограммов просто не сможет унести.

– А он всё, что не смог унести, прямо на складе съел, – предположил директор, немного подумал и продолжил. – Конечно, съел. Он после себя целую гору пустых обёрток оставил, и весь пол мороженым измазал. У нас в холодильнике ровно сто килограммов готовой продукции лежало. Всё пропало.

– Да разве по силам мальчишке столько скушать? – удивился следователь и обратился к Вове. – Вот ты смог бы сразу восемьдесят килограммов мороженого съесть?

– Смог бы, – честно признался Вова и быстро добавил. – Но я мороженого не брал. Я его купил, а на этой фабрике не был.

– А на фотографии точно ты, посмотри, – и следователь протянул Вове фотографию.

– Я, – печально вздохнул Вова, – но я...

И тут в разговор вмешалась Лиза.

– Извините, но Вова ни в чём не виноват.

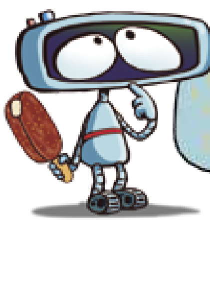
– Как это так не виноват? – удивился следователь. – Доказательства налицо. Вот он, твой Вова, на фотографии.

– Да, это Вова, – согласилась Лиза. – Но он действительно не виноват.

Следователь ещё немного подумал и махнул рукой.

– Идите домой, ребята, – сказал он. – А вы, гражданин, задержитесь. Вам ещё предстоит объяснить, зачем вы вину на мальчика хотели свалить.

Скоро Лиза и Вова опять сидели на лавочке и готовились к контрольной по математике.



ПОЧЕМУ СЛЕДОВАТЕЛЬ ОТПУСТИЛ РЕБЯТ? КУДА ДЕЛОСЬ МОРОЖЕНОЕ?

Художник Наталья Гаврилова

СМОТРИ!

Александр Полянский

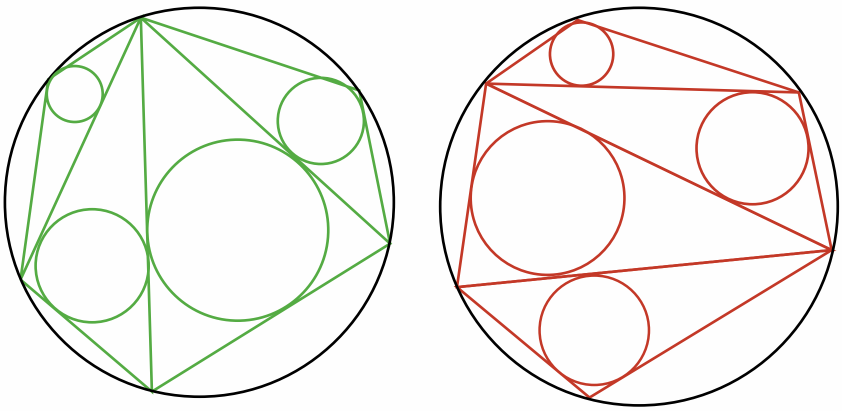
Японские сангаку (математические таблички)

В Японии в XVII – XIX веках математика играла необычную роль в жизни людей. Когда человеку, увлекающемуся математикой, удавалось обнаружить интересный факт (зачастую геометрический), он рисовал его на табличке. А потом вешал эту табличку в буддийском храме или в святилище синто (традиционная японская религия) – чтобы и другие люди могли узнать об этом факте и попробовать доказать его.

Вот несколько примеров известных геометрических теорем, обнаруженных в Японии.

СУММА РАДИУСОВ

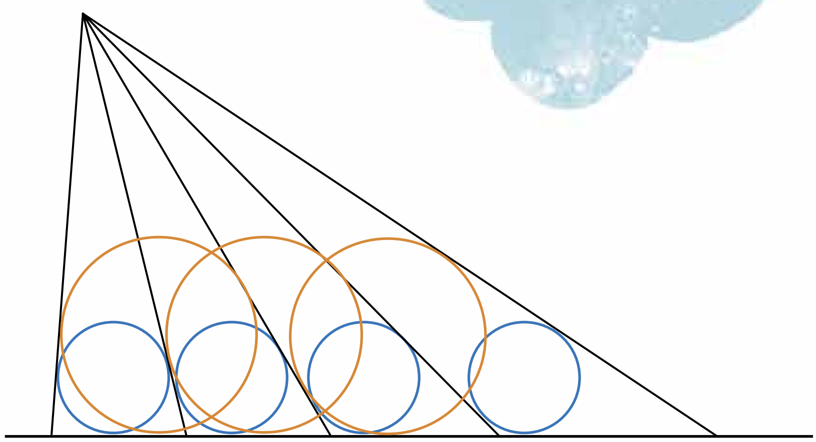
На этих картинках вписанный шестиугольник разбит диагоналями на четыре треугольника.



Оказывается, сумма радиусов вписанных окружностей этих треугольников не зависит от того, как мы разбивали шестиугольник на треугольники. Этот факт также верен и для многоугольников с большим числом сторон.

РАВНЫЕ ОКРУЖНОСТИ

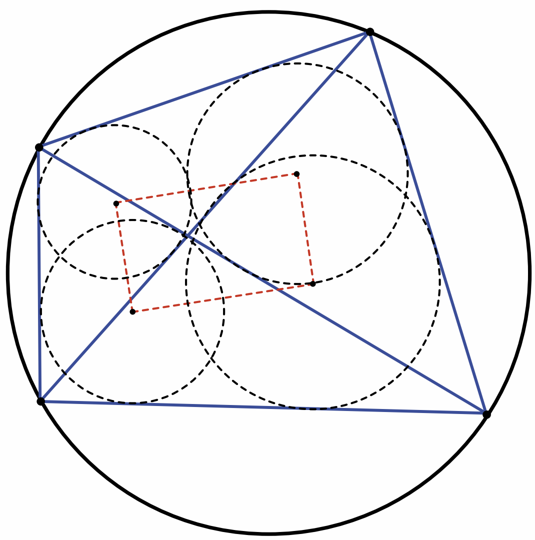
Из одной точки провели к прямой несколько отрезков и получили несколько примыкающих друг к другу треугольников. Отрезки проводили так, чтобы окружности, вписанные в эти треугольники, были одинаковыми (они изображены синим цветом).



Оказывается, если теперь вписать по окружности в треугольники, образованные из двух соседних маленьких треугольников, то эти окружности тоже окажутся одинаковыми (они изображены оранжевым цветом)!

ЦЕНТРЫ ОБРАЗУЮТ ПРЯМОУГОЛЬНИК

Четырёхугольник вписали в окружность. Его разделили диагональю на два треугольника и в каждый вписали по окружности. Затем разделили четырёхугольник на два треугольника другой диагональю и снова в каждый вписали по окружности.



Оказывается, центры этих четырёх окружностей лежат в вершинах прямоугольника!

Художник Анастасия Мошина

Елена Козлова

ИВАН-ЦАРЕВИЧ И КАЩЕЙ БЕССМЕРТНЫЙ

Знаете ли вы, что существует огромное количество сказок про Кащея Бессмертного и Ивана-царевича (или Ивана-дурака)? Они всегда противостоят друг другу, и Иван всегда побеждает. Наши сказки – не исключение.

СКАЗКА О ДУЭЛИ

В дремучем Муромском лесу из-под земли бьют десять источников мёртвой воды – № 1, № 2, № 3, № 4, № 5, № 6, № 7, № 8, № 9, № 10. Из первых девяти источников мёртвую воду может взять каждый, но источник № 10 находится в пещере Кащея, в которую никто, кроме самого Кащея, попасть не может. На вкус и цвет мёртвая вода ничем не отличается от обыкновенной, однако если человек выпьет из какого-нибудь источника, он умрёт. Спасти его может только одно: если он запьёт ядом из источника с бóльшим номером. Например, если он выпьет из источника № 7, то ему надо обязательно запить или ядом № 8, или ядом № 9, или ядом № 10. Если он выпьет не седьмой яд, а яд № 9, ему может помочь только десятый яд. А если он сразу выпьет яд № 10, то ему уже ничто не поможет.

Вот и вызвал Кащей Ивана-царевича на дуэль. Условия дуэли такие: каждый приносит с собой кружку с жидкостью и даёт её выпить своему противнику. Кащей придумал так: «Чтобы Ивана погубить, я дам ему яд № 10, и он не сможет спастись! А сам выпью яд, который Иван-царевич мне принесёт, запью его своим ядом № 10 и спасусь!»

Закручинился Иван, пришёл к Василисе Премудрой, а она научила Ивана, как Кащея победить. В назначенный день оба противника встретились в условленном месте. Они честно обменялись кружками и выпили то, что в них было. Каковы же были радость и удивление обитателей Муромского леса, когда оказалось, что Кащей умер, а Иван-царевич остался жив!

Как же удалось Ивану победить Кащея?

ИСПЫТАНИЕ

И сказал Кащей Ивану-царевичу: «Жить тебе до завтра. Утром явишься пред мои очи, задумаю я три цифры x, y, z, назовёшь мне три числа a, b, c. Выслушаю я тебя и скажу, чему равно $ax + by + cz$. Не угадаешь x, y и z, голову с плеч долой».

Задумался Иван-царевич, да ненадолго – сообразил, как числа кащеевы отгадать, и наутро выдержал испытание.

– Ладно, – говорит Кащей, а сам от злобы глазами сверкает. – Это было лёгкое испытание. Но отпущу тебя, только если трудное выдержишь. Утром снова придёшь ко мне, а задумаю я уже 10 чисел. Да теперь не обязательно цифры – а любые натуральные числа, какие захочу. И ты мне свои десять чисел назовёшь, какие захочешь, лишь бы натуральными были. Перемножу я первое своё число с первым твоим, второе своё – со вторым твоим, и так до десятого своего – его с твоим десятым перемножу. Сложу эти десять произведений и тебе сумму назову.

Тут ты пока можешь не отвечать ещё. Испытание трудное, поэтому разрешу тебе ещё десять чисел назвать, и снова я первое своё с твоим первым перемножу, и так далее – опять десять произведений найду и их сумму тебе назову. А вот теперь-то ты уж мне должен будешь мои задуманные числа назвать. Или не сносить тебе головы.

Запечалился Иван-царевич, пошёл совета спрашивать у Василисы Премудрой, она конечно, ему помогла.

А смогли бы и вы?

Художник Виктор Пяткин

Играем с попугаем

Сергей Федин

Есть волшебные слова –
Скажешь слово, слышишь два.
В. Шибаев

Вот, говорят, попугай – глупая птица. Повторяет, дескать, все подряд безо всякого смысла – и как ему только не надоест. А я вот однажды прислушался, к тому, что повторял один знакомый попугай – то есть, я хотел сказать, попугай одних моих знакомых – и задумался. У этих моих знакомых был еще пёс, и попугай все время кричал: ПСУ! ПСУ! ПСУ! Как будто хотел напомнить, что этому псу чего-то надо дать. И вот слушаю я надоедливое словечко ПСУ, и оно вдруг незаметно превращается в другое: ПСУпсупсупСУП! Вот это да – оказывается, заботливый попугай напоминал хозяевам, чтобы они дали псу суп (а может, боялся, что голодная псина иначе его слопает).

Так что не такой уж попугай попка-дурак. Возможно, он всё повторяет, чтобы как раз найти такие удивительные слова-превращалки вроде ПСУ-СУП. Кстати, называются эти волшебные словечки волноходами и встречаются, как всё волшебное, весьма редко. Некоторые из них ты наверняка знаешь, а если нет, сейчас узнаешь. Попробуй, к примеру, повторять слово «мышка»:

МЫШКАмышкамышКАМЫШкамыш...

Раз, и мышка «спряталась» в камыш! Точно так же «камыш» при повторении превращается в «мышку». А теперь давай будем повторять слово «банка»:

БАНКАбанкабанКАБАНкабан...

Видишь, банка чудесным образом превратилась в кабана! Так что превращаются в другие иногда самые обычные на вид слова. Особенно здорово, когда оба слова как-то связаны по смыслу. Ну, например,

КАЧАЙкачайкачайкаЧАЙКА...

Так и представляешь белоснежную чайку, легким комочком опустившуюся на морскую волну и качающуюся на ней вверх-вниз, вверх-вниз...

Или вот еще примерчики, которые нашёл поэт Дмитрий Авалиани:

нитка-нитка-нитка-ни-ткани-ткани-ткани-тка-нитка-нитка-нитка-ни-ткани-ткани-тка...

ПЯТКИпяткипятКИПЯТ…

ГОВОРЮговорюговорюгоВОРЮГАворюга…

ЛАКОМКУлакомкулакомкулакомКУЛАКОМкулаком…

ЛЕТОМлетомлетомлетОМЛЕТ…

Поэты вообще любят такие хитрые словечки и часто вставляют их в свои стихотворения. Вот как, например, это делает Герман Лукомников.

нитка-нитка-нитка-ни-
ткани-ткани-ткани-тка-
нитка-нитка-нитка-ни-
ткани-ткани-ткани-тка…

Как будто невидимый челнок сшивает словесные нитки в стихотворное полотно…

А вот ещё того же автора.

вот кукла
вот
кукловод

Обрати внимание, в этом примере в новое слово кукловод превращается не одно, а целых два слова «вот кукла». А бывает и наоборот – одно слово переходит в два (или даже три) других слова. Посмотри на подобные волноходы, которые я придумал не так давно:

СУДАРЫНЕсударынесудары НЕСУ ДАРЫ…
А У НАСаунасаунасаунаСАУНА…
У КОМПАукомпаукомПАУКОМ…
В НОЯБРЕвноябревноЯБРЕВНО Я БРЕВНО…
НАСРЕДДИННасреддинНасрединНасрединас-
СРЕДИНАС…
Насреддин среди нас!

И ведь, действительно, Ходжа Насреддин – неунывающий народный герой многих анекдотов и весёлых историй – до сих пор где-то бродит среди нас…

Вот видишь, какой замечательной игре со словами научила нас глупая птица! Попробуй найти свои «попугайские» словечки. А в заключение расшифруй мое заумное стихотворение из одной строчки:

Оза́гр. Ленноме́д коя́бло даетпа́.

Художник Артём Костюкевич

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ XIII ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ЛИТВЫ

Ромуалдас Кашуба

5-6 классы

1. Возникшая из тумана Белая Лошадь вместе с почтой доставила ещё и интеллектуальный груз, состоявший из 16 пар слипшихся букв и чисел. Выглядели они так: a1, a2, a3, a4, b1, b2, b3, b4, c1, c2, c3, c4, d1, d2, d3, d4.

Сквозь туман раздался свист Филина. Он зазывал всех попытаться разместить эти слипшиеся пары в различные клетки квадрата 4×4 так, чтобы и в каждой строке, и в каждом столбце ровно по одному разу попадались и все четыре буквы a, b, c, d, и все четыре числа 1, 2, 3, 4.

Появившийся Медвежонок стал сомневаться в самой возможности так всё обустроить, а Ёжик, наоборот, проникся верой, что это возможно, хотя бы потому, что всё это было бы очень круто. Подумать только: в каждой строке и в каждом столбце – и все числа и все буквы, а повтора никакого!

Чем завершатся эти опыты?

2. Филин всегда приходит в хорошее настроение, когда он начинает лихо шептать не какой-нибудь один вопрос, а целую вереницу загадок.

Вот и сейчас, вы посмотрите только, какая серия вопросов обрушилась на Ёжика в тумане с Медвежонком:

а) Может ли сумма цифр какого-нибудь натурального числа не делиться на 6? Ответ Филин просит дать незамедлительно.

б) Бывают ли три подряд идущих натуральных числа такими, что ни у одного из них сумма цифр на 6 не делится? Опять дай Филину сразу ответ, и всё тут!

в) Бывают ли шесть подряд идущих натуральных чисел такими, что ни у одного из них сумма цифр на 6 не делится? Что теперь Филину ответить?

г) А вообще, что ответить на вопрос Филина: каково наибольшее возможное число подряд идущих натуральных чисел таких, что сумма цифр у ни одного из них не делится на 6?

3. В левой нижней клетке доски 5×5 находится шашка. Ёжик в тумане и Медвежонок поочередно передвигают эту шашку на соседнюю по общей стороне клетку; первым начинает Ёжик. Проигравшим Филин объявляет того, кто передвинул шашку в клетку, где она уже побывала. Может ли кто-нибудь из игроков – Ёжик в тумане или Медвежонок – передвигать шашку так, чтобы он всегда выигрывал, что бы ни предпринимал другой игрок, и если может, то как ему передвигать шашку?

7-8 классы

1. В дупле ветхого дуба Филин обнаружил какой-то старинный пергамент, в самом начале которого красовалось 100-значное число. Первые 49 его цифр были сплошные девятки, следующая 50-я цифра была полностью выцветшей, вслед за ней шло 49 нулей, а самая последняя, сотая его цифра была опять девяткой.

А на последней странице рукописи торжественно провозглашалось, что это 100-значное число является ещё и точным квадратом какого-то целого положительного числа.

Ёжик в тумане с Медвежонком как-то сразу, зная, что Филин ни за что от них не отвяжется, стали тихо обсуждать, какой цифрой могла быть эта 50-я выцветшая цифра. Попробуйте и вы разобраться в этом вопросе.

2. Филин в один прекрасный вечер стал всех присутствующих дразнить таким, согласитесь, крайне дерзким вопросом: а может ли пересечение треугольника с четырехугольником быть восьмиугольником?

Медвежонок и Ёжик решили строго доказать Филину, что этого не может быть потому, что этого не может быть никогда. Как вы думаете, удастся ли им это?

3. Ёжик в тумане, Медвежонок и Филин в течение целых трёх дней упорно спорили о том, мог ли быть когда-нибудь кем-нибудь проведён такой хоккейный турнир, в котором

а) каждая команда по одному разу сыграла бы с каждой другой командой;

б) всего участвовало бы более 5 команд;

в) каждая из команд набрала бы разное количество очков.

Ещё им обязательно требовалось, чтобы команда, занявшая последнее место, выиграла бы не менее 25 % всех своих сыгранных матчей, а команда, занявшая второе место, наоборот, выиграла бы не более чем 40 % всех своих сыгранных матчей.

В хоккее, который Ёжику иногда казался, прямо скажем, суетливой игрой, за любую победу команде присуждаются 2 очка, за ничью даётся 1 очко, а за проигрыш команде начисляют 0 очков.

Возможен ли вообще такой турнир? Не многовато ли тут всего понатребовано? И если не многовато, то сколько в том турнире должно участвовать команд?

Художник Сергей Чуб

КОНКУРС, V ТУР (см. «Квантик» №5)

21. Конечно, надо предполагать, что аквариум имеет, скажем, форму прямоугольного параллелепипеда (чтобы уровень воды падал равномерно с уменьшением объёма) и что шарики всегда полностью покрыты водой. Обозначим исходный объём за x. Вынув половину шариков, мы понизили исходный уровень на треть – значит, половина шариков составляла $x/3$. Теперь в аквариуме осталось $x/3$ л воды и столько же шариков, поэтому, вынув половину этих шариков, мы уберём четверть объёма, то есть понизим имеющийся уровень на четверть.

22. Да, обязательно. Докажем это.

Заметим, что на четырёх верхних горизонталях доски расположены четыре ладьи – по одной на каждой горизонтали. Пусть в левом верхнем квадрате стоят N из этих четырёх ладей. Тогда остальные $4-N$ ладей находятся в правом верхнем квадрате.

Аналогично, четыре ладьи стоят на четырёх левых вертикалях доски, и если в левом верхнем квадрате N ладей, то в левом нижнем квадрате их $4-N$, то есть столько же, сколько и в правом верхнем квадрате.

23. Конечно, нет. Просто в тоннеле звук движущегося поезда отражается от близких стенок тоннеля и возвращается в вагон, усиливая шум. При движении по открытой местности этого не происходит, так как предметы, от которых мог бы отражаться звук, находятся далеко. Похожий эффект проявляется, когда два пассажирских поезда проезжают мимо друг друга – в вагонах сразу становится очень шумно.

24. Первые 9 чисел можно написать такие: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99. Если нам попадётся плюс, то число отгадано. Если плюса нет, то есть хотя бы один минус – ведь мы перебрали все варианты старшей цифры числа. Пусть минус стоит рядом ровно с одним числом. Тогда у этого числа совпадает с задуманным именно старшая цифра, а вторая задуманная цифра – 0. Если же минусов два, скажем, рядом с числами 22 и 55, то задумано либо число 25, либо число 52. Назвав 10-м одно из этих чисел, мы поймём по ответу, было задумано оно или второе число.

25. 55° или 125°.

За 20 минут – треть часа – минутная стрелка повернётся на треть полного оборота, то есть на 120°. А часовая стрелка – всего на 10°, так как движется в 12 раз медленнее. При этом минутная стрелка может успеть обогнать часовую стрелку (рис. 1, *а*) или нет (рис. 1, *б*) – на рисунках красным цветом показано начальное положение стрелок, синим – положение через 20 минут. Пусть изначально угол между стрелками был равен α. Тогда в первом случае получаем уравнение $2\alpha + 10^\circ = 120^\circ$, откуда $\alpha = 55^\circ$. Во втором случае $2\alpha - 10^\circ + 120^\circ = 360^\circ$, откуда $\alpha = 125^\circ$.

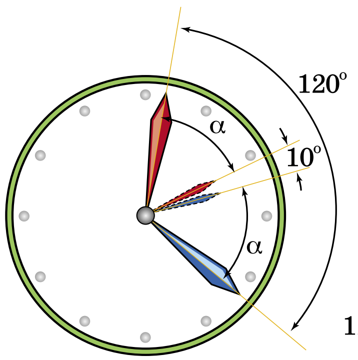


Рис.1,*а*

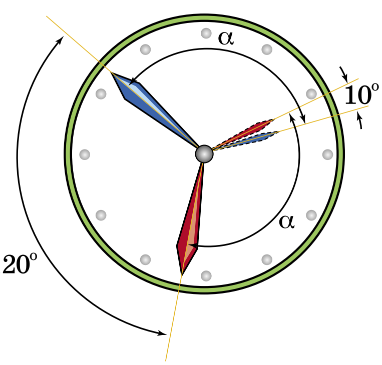


Рис.1,*б*

Решения. Указания. Ответы

НЕОБЫЧНЫЕ ПРУЖИНКИ («Квантик» № 6)

Как ни странно, при разрезании красной верёвки груз поднимется!

Пусть наш груз весит 100 кг. Пока красная верёвка не разрезана, а зелёных верёвок ещё нет, весь этот груз растягивает каждую пружинку всем своим весом. Действительно, уберите любую из пружинок – груз упадёт. Когда же красную верёвку перерезают, мы получаем, что к грузу как бы отдельно прикреплены верхняя пружинка с зелёной веревкой и ещё зелёная верёвка с нижней пружинкой. Получается, что теперь две пружинки держат груз вместе – можно мысленно поделить его пополам и считать, что первая пружинка держит одну половинку, а вторая – другую. Поэтому обе пружинки будут растянуты меньше, чем до разрезания, ведь на каждой лишь по 50 кг, и значит, груз поднимется.

КТО ПРАВ? («Квантик» № 6)

Прав Вася: шар обязательно надо выпускать под углом α к борту. Для доказательства нам потребуется одна теорема из школьного курса геометрии: если два угла с вершинами на окружности опираются на одну и ту же дугу этой окружности, то эти углы одинаковы.

Обозначим точки, отвечающие шару и лузе, через A и B. Опишем вокруг треугольника AXB окружность (рис. 2). Если борт не параллелен прямой AB, эта окружность пересечёт его в двух точках: одной из них будет X, а вторую обозначим через C. Заметим, что угол BAX, равный α, опирается на ту же дугу, что и угол BCX, откуда угол BCX тоже равен α. Углы ACB и AXB опираются на одну дугу, и так как угол AXB равен $180^\circ-2\alpha$, то угол ACB – тоже. Тогда угол, под которым отрезок AC наклонён к борту, равен $180^\circ-(180^\circ-2\alpha)-\alpha=\alpha$. Значит, если направить шар в точку C, он, отразившись в ней от борта, попадёт в лузу.

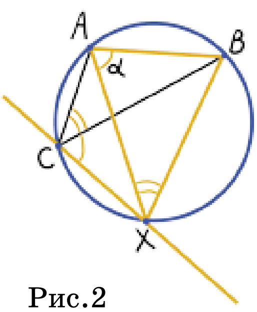


Рис.2

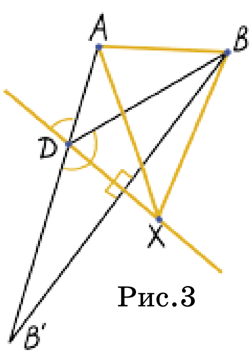


Рис.3

А почему подходящее направление, в котором можно выпустить шар, единственно? Пусть можно направить шар в некую точку D борта так, что он, отразившись, попадёт в точку B (рис. 3). Проведём из точки B прямую, перпендикулярную борту, и обозначим через B' точку пересечения этой прямой с лучом AD. В треугольнике BDB' борт служит и высотой, и биссектрисой, следовательно этот треугольник равнобедренный. Значит, точка B' симметрична точке B относительно борта. Такая точка ровно одна, и тем самым направление луча AD определяется однозначно – он проходит через точку B'.

ПРЯМЫЕ ИЗ КРИВЫХ («Квантик» № 7)

Найдём уравнение прямой нашего семейства, проходящей через точку $(t,0)$. По построению эта прямая проходит и через точку $(t+1,\ t)$. Тогда искомое уравнение есть $y/(x-t)=t/1$ (мы записали отношение сторон подобных треугольников на рис. 4).

Мы ищем такие точки (x,y), что через них проходит ровно одна прямая из нашего семейства. Значит, у уравнения $y/(x-t)=t$ есть только одно решение относительно t. Переписав его в виде $t^2-xt+y=0$, видим, что дискриминант уравнения должен быть равен 0. Это означает, что $4y-x^2=0$, то есть $y=x^2/4$. Это и есть получившаяся парабола.

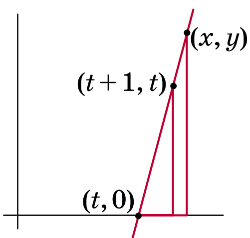


Рис.4

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем конкурсе.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 20 октября по электронной почте **kvantik@mccme.ru** или обычной почтой по адресу:

119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11,

журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги, диски с увлекательными математическими мультфильмами.

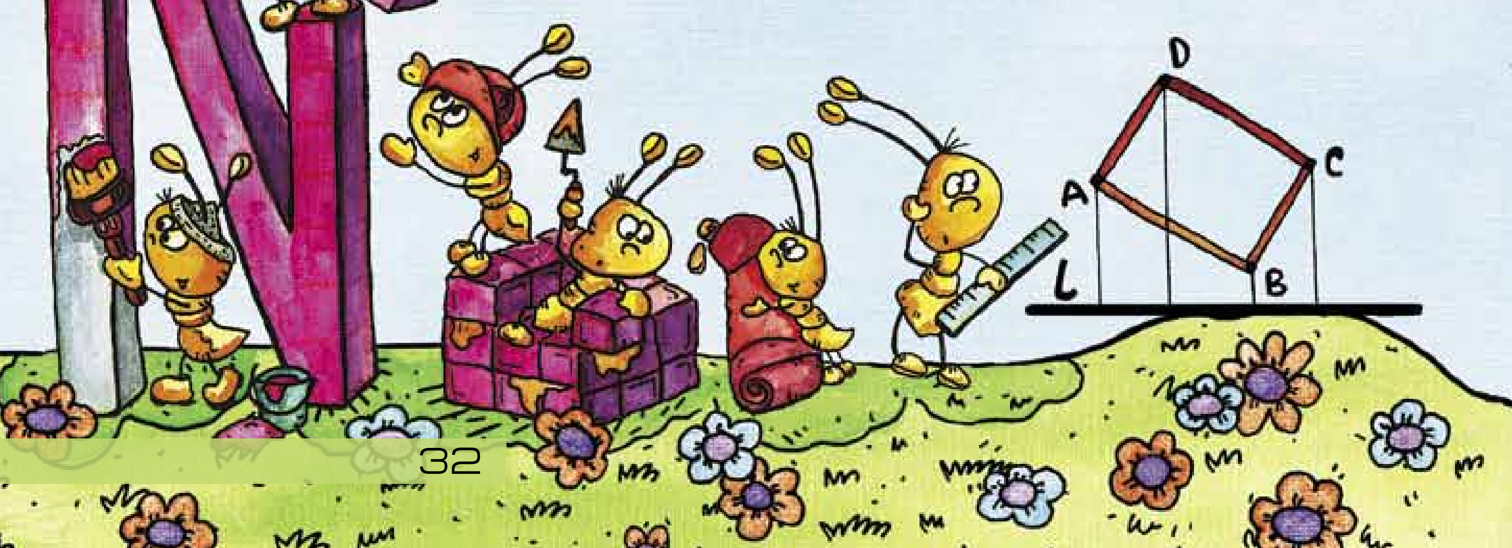
Желаем успеха!

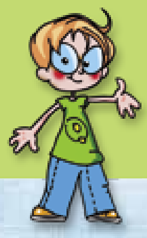
VII ТУР

31. Из утверждений «число N делится на 2», «число N делится на 4», «число N делится на 12» и «число N делится на 24» три верных, а одно неверное. Какое?

32. Из 27 кубиков $1\times1\times1$ склеили кубик $3\times3\times3$. Для склеивания каждой пары граней у двух соседних кубиков потратили одну капельку клея. Сколько всего капелек было израсходовано?

33. Прямая l не пересекает прямоугольник $ABCD$ (см. рисунок). Расстояния от точек A, B и C до прямой l равны 4 см, 1 см и 5 см соответственно. Найдите расстояние от точки D до прямой l.





наш КОНКУРС

ОЛИМПИАДЫ

Авторы задач:
А.Шаповалов (34)

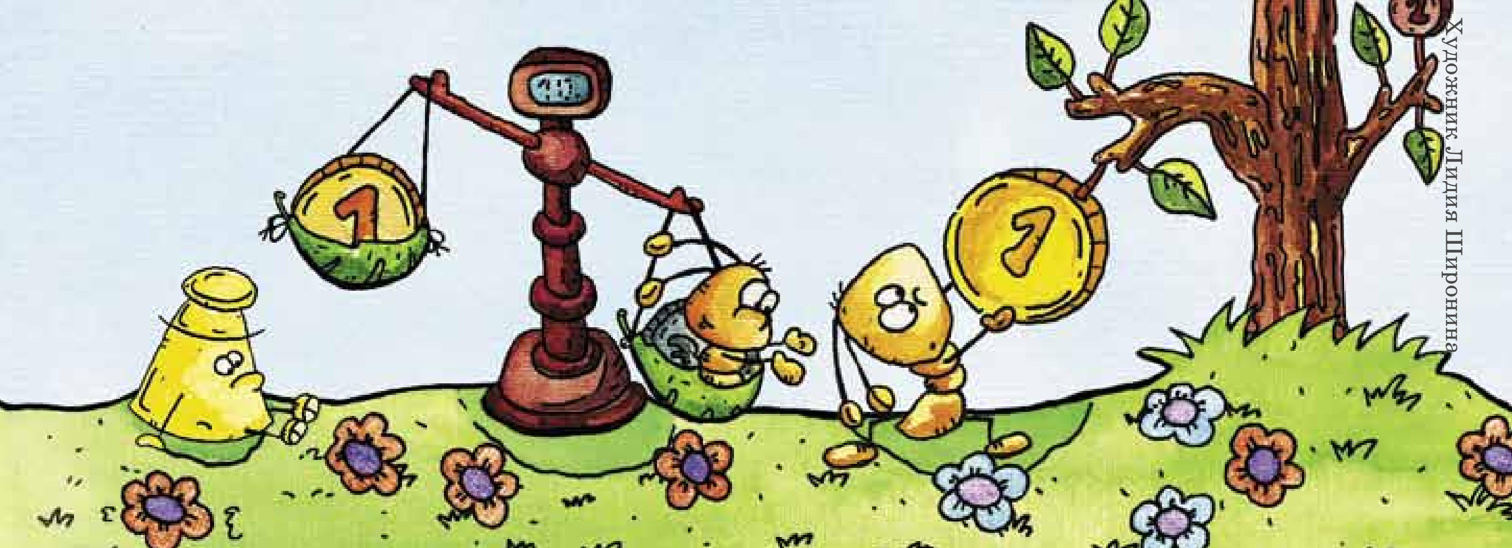
34. Есть 1 золотая, 3 серебряных и 5 бронзовых медалей. Известно, что одна из них фальшивая: легче настоящей. Настоящие медали из одного металла весят одинаково (а из разных – не одинаково). Как за 2 взвешивания на чашечных весах без гирь найти фальшивую медаль?

35. Перед вами последовательность чисел, начинающаяся с 1. Каждое следующее число образовано из предыдущего по очень простому правилу.

1,
11,
21,
1211,
111221,
312211,
13112221,
1113213211,
31131211131221, ...

Попробуйте понять, что это за правило, и напишите следующее число последовательности.

Эту замечательную последовательность придумал известный математик Джон Конвей.



Художник Лидия Широнина

Буксир «Отважный»
пришвартовался
к причалу раньше,
чем корабль
«Queen Anne's Revenge».
Сможет ли буксир
отплыть раньше,
если не снимать с тумбы
швартовочный канат
корабля?

Художник Yustas-07