e-mail: kvantik@mccme.ru Издаётся при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО) № 11 | ноябрь 2015

ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№11
ноябрь 2015

«ЕЩЁ ИДУТ СТАРИННЫЕ ЧАСЫ...»

ЗМЕЯ НА КУБЕ

НАРУШИТЕЛИ СРЕДИ СЛОВ

Enter

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России, а на выпуски журнала, начиная с 2016 года, можно подписаться ещё и через Интернет!

ПОДПИСАТЬСЯ НА 2016 ГОД МОЖНО УЖЕ СЕЙЧАС!
Подписка по годовому индексу принимается до 10 декабря

На почте «Квантик» можно найти в двух каталогах:

КАТАЛОГ **«ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»:**
Индекс **84252** для подписки на несколько месяцев или на полгода
Самая низкая цена на журнал!

КАТАЛОГ **РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ «ПОЧТА РОССИИ»:**
Индекс **11348** для подписки на год
Индекс **11346** для подписки на несколько месяцев или на полгода
Можно подписаться сразу на год!
Доступна онлайн-подписка на сайте vipishi.ru

► Жители дальнего зарубежья могут подписаться на сайте **nasha-pressa.de**

► Подписка на электронную версию журнала по ссылке: **http://pressa.ru/magazines/kvantik#/**

Кроме журнала, «Квантик» выпускает альманахи, плакаты и календарь загадок.

Подробнее о продукции «Квантика» и о том, как её купить, читайте на нашем сайте **kvantik.com**

Подробнее обо всех видах подписки читайте на сайте **kvantik.com/podpiska.html**

Адрес редакции: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., д.11, журнал «Квантик»

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
vk.com/kvantik12
facebook.com/kvantik12

6+

ISSN 2227-7986

Главный редактор: Сергей Дориченко
Редакция: Александр Бердников, Дарья Кожемякина, Елена Котко, Андрей Меньщиков, Максим Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Верстка: Рая Шагеева, Ира Гумерова
Обложка: художник Yustas-07
Формат 84х108/16.
Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 5000 экз.
Адрес издателя: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел.: (499) 241-08-04.
e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85; e-mail: biblio@mccme.ru

Подписаться можно в отделениях связи Почты России или на сайте **vipishi.ru**

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ООО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ

Игорь Акулич

«Ещё идут старинные часы...»

– Федя! Сегодня твоя очередь дико смеяться.

– Даня, я уже встревожен. Неужели и ты начал искать (и, боюсь, нашёл) задачу про часы?

– Не нашёл. Придумал! Правда, пока не решил. Вот скажи: какой угол между часовой и минутной стрелками бывает дольше других?

– Ты, наверно, хочешь сказать «чаще». Так ведь мы уже знаем ответ. И проще всего его получить, если связать систему отсчёта с часовой стрелкой. Тогда она становится как бы неподвижной, а минутная стрелка совершает 11 оборотов за полсуток. И потому любой угол между стрелками (если отсчитывать его от часовой стрелки к минутной по направлению их вращения) встречается за полсуток одно и то же число раз, а именно – 11. Вот и всё!

– Спасибо за содержательную лекцию, но я не ошибся – что сказал, то и сказал.

– Тогда любой угол бывает в течение нулевого времени. Потому что в какой-то момент он настал – и сразу же закончился. Как говорится, «есть только миг между прошлым и будущим...».

– Не надо поэзии. Просто как-то попалось мне в Интернете описание старинных электрических часов, которые ещё лет сорок-пятьдесят назад висели повсюду. Я даже фотографию скачал (см. иллюстрацию). Как видишь, на таких часах всего две стрелки: часовая и минутная. Но вот что интересно: ровно в 00:00 их стрелки вертикальны и остаются в таком положении целую минуту. А в 00:01 минутная стрелка скачком переходит вперёд на одно деление, часовая же *остаётся неподвижной*! Ещё через минуту минутная стрелка опять переходит на одно деление вперёд, потом – ещё на одно...

– И что, так целый час?

– В том-то и дело, что нет! Когда истекает 12-я минута (то есть в 00:12) *обе стрелки одновременно* перескакивают вперёд на одно деление, и минутная стрелка теперь отстоит от вертикального положения на 12 делений, а часовая – на одно. И это вполне логично, ведь минутная стрелка в обычных часах движется ровно в 12 раз быстрее часовой. Дальше опять 11 раз подряд скачет только минутная стрелка, а на 12-й раз – обе вместе. Ну и так далее (кстати, обрати

внимание – на картинке изображён как раз момент такого прыжка, когда минутная стрелка прыгает с 47-го на 48-е деление, а часовая – с 33-го на 34-е!). Таким образом, через час, то есть в 01:00, минутная стрелка оказывается опять вертикальной и смотрит на число «12», а часовая успевает переместиться на 5 делений и показывает на цифру «1», что и требуется. Согласись, что при таком движении стрелок уже можно говорить о *продолжительности* того или иного угла между ними.

– Согласен. Но тогда выходит, что возможный набор углов между стрелками не бесконечен и принимает... ну разумеется, 60 значений, соответствующих нулю (то есть совпадению стрелок), а также одному, двум, трём и так далее до 59 делений. И поскольку одно деление – это 6 градусов, то, перемножив, получаем...

– А может, не надо в градусы-то лезть? Потом умножим на 6, если захочется. Пусть пока остаётся просто «деление»[1]. Годится?

– Пожалуй. И, по-моему, здесь есть некие «особые» моменты, связанные с тем, что часовая стрелка скачет только в конце каждой 12-й минуты (в 00:12, 00:24, 00:36 и так далее в течение полусуток). Возможно, где-то вблизи них одни углы будут «держаться» дольше других. Но какие это углы?

– А давай хотя бы на начало процесса посмотрим. Итак, в течение первых 12 минут углы между стрелками составляют от 0 до 11 делений соответственно. Потом, в течение 13-й минуты, из-за двойного прыжка угол остаётся равным 11 делениям, и потому следующие 12 минут – с 13-й по 24-ю включительно – углы составят от 11 до 22 делений. Затем – снова двойной прыжок, поэтому в очередные 12 минут углы составят от 22 до 33 делений. Далее – от 33 до 44, и понеслось...

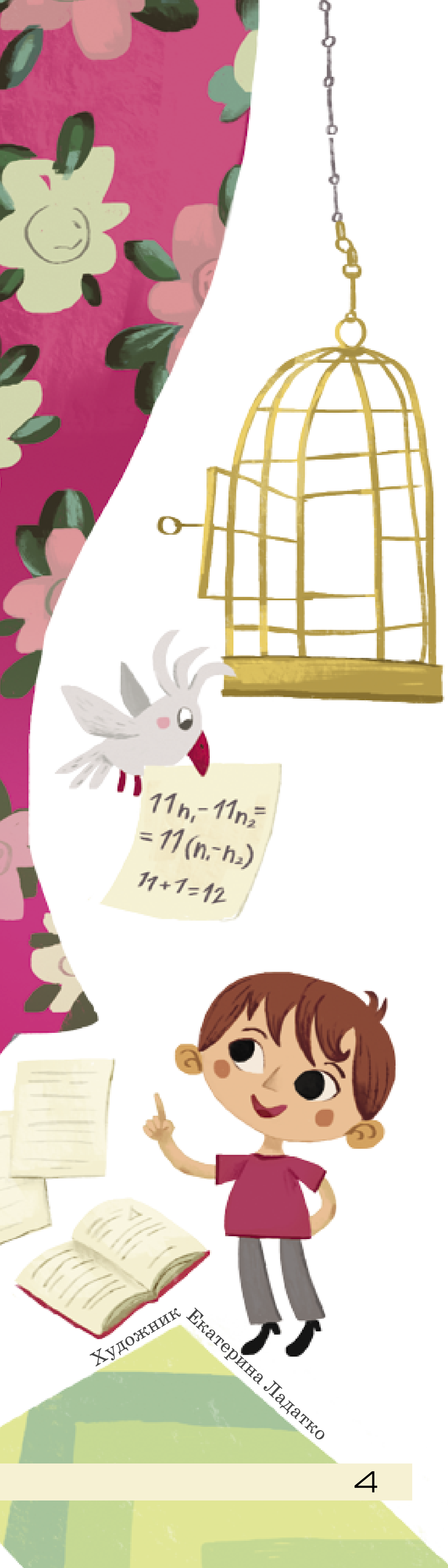
– Подожди-ка, тогда выходит, что мы спотыкаемся о каждую 12-ю минуту. А если пока что отбросить такие минуты? Тогда гораздо глаже дело пойдёт. А потом как-нибудь их учтём.

– А сколько таких минут?

– Ясно, сколько: каждая такая минута соответствует прыжку часовой стрелки, а таковых всего 60 – по числу делений на циферблате.

– Ага. И поскольку всего в полусутках 720 минут, то остаётся 720 – 60 = 660 «нормальных» минут.

[1] Здесь Даня не открывает Америку – то, что он предлагает, давно известно. Например, артиллеристы для своих расчётов издавна применяют единицу измерения углов, именуемую «БДУ», что означает «большое деление угломера». При этом 60 БДУ составляют как раз полный оборот, то есть БДУ по величине ничем не отличается от используемого Даней «деления» (есть ещё и малое деление угломера, то есть МДУ, которое в 100 раз меньше БДУ).



Художник Екатерина Ладатко

В конце каждой такой минуты скачет как бы только минутная стрелка, и угол между стрелками всё время меняется на одно деление. Здесь всё предельно ясно: все 60 возможных углов будут продолжаться в течение одинакового времени – по $660:60 = 11$ минут. Но что делать с оставшимися «злостными» минутами?

– Давай прикинем. Какие углы между стрелками образуются в эти минуты? Мы уже знаем: сначала – 11 делений, потом – 22, далее 33, 44, 55, 66…

– Стой, какие 66? Это будет уже не 66, а просто 6, потому что полные обороты (по 60 минут) при определении угла между стрелками следует отбрасывать.

– Есть идея! Итак, имеется 60 углов, начиная от 11 делений и с таким же шагом – тоже 11. Их можно записать в общем виде: $11n$, где n – все целые числа от 1 до 60 включительно. Но нас-то интересуют не сами эти углы, а остатки от их деления на 60 – ведь это и есть отбрасывание целого числа оборотов! И спрашивается: какие из остатков будут встречаться чаще других? А может, все поровну?

– Мне кажется, именно поровну! Но как это доказать?

– Погоди-ка! Если все поровну – то каждый будет по одному разу, верно? Значит, надо всего-то доказать, что *не может быть* двух одинаковых остатков. И что тут придумать?

– Попробуем «от противного» – авось получится. Итак, пусть для двух каких-то значений n от 1 до 60 (скажем, n_1 и n_2, причём $n_1 > n_2$) остатки от деления чисел $11n_1$ и $11n_2$ на 60 совпали. Тогда их разность делится на 60. Но она равна $11(n_1 - n_2)$. А ведь это число не делится на 60! В самом деле: 11 и 60 не имеют общих делителей, больших 1, откуда на 60 должна делиться разность $n_1 - n_2$. Но эта разность заведомо *больше нуля* и строго меньше 60 (ведь в ней уменьшаемое *не больше* 60, а вычитаемое *не меньше* 1). Противоречие! Поэтому при n от 1 до 60 числа вида $11n$ дают разные остатки при делении на 60, что соответствует *разным* углам, и каждый из них «держится» ровно минуту. Всего же за полсуток каждый угол от 0 до 59 делений продолжается поровну – по $11 + 1 = 12$ минут.

– Эх, жаль, чуда не случилось!

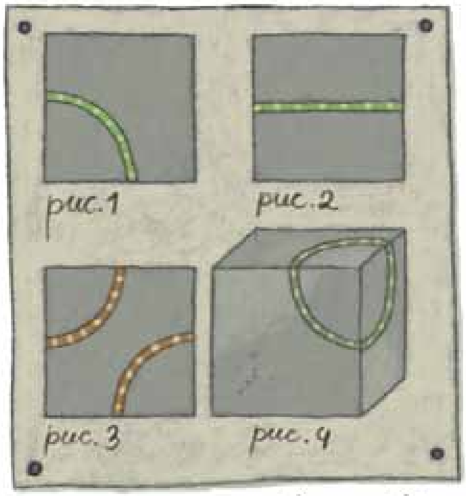
– Зато полное равенство и справедливость для всех углов – и никому не обидно. Это радует!

Змея на кубе

Валерия Сирота

(по мотивам задачи для 4 класса из олимпиады «Весенний Олимп» 2015 года)

Змеи вида Serpens Cubus Trivialis живут на кубах. По одной на куб. Обычно они спят, держа хвост во рту («закольцевавшись»). На каждой грани есть не больше одного куска змеи (грани могут выглядеть как на рисунках 1 и 2, но не как на рисунке 3). Если змея занимает ровно 3 грани, то она может расположиться только одним способом – так, как на рисунке 4. Все остальные способы отличаются от этого лишь поворотом кубика (*мелкие изгибы змеи не считаются*).



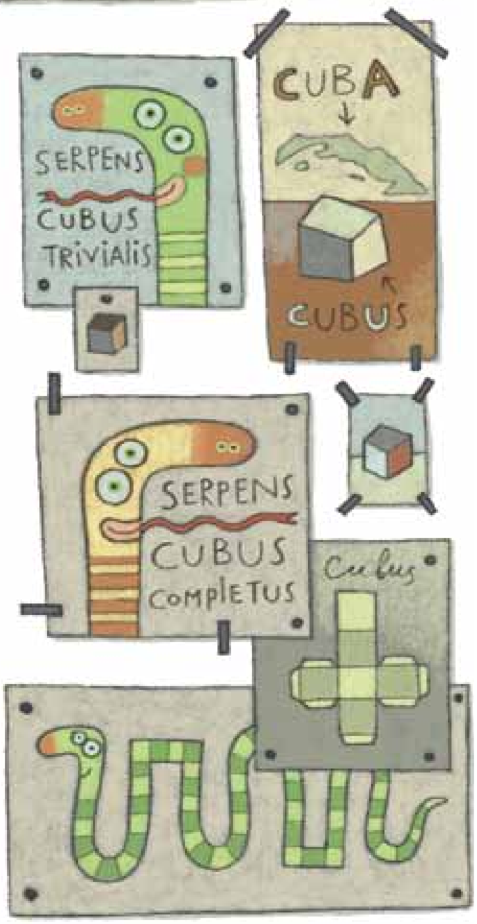
1. А как может устроиться на кубе змея, которая занимает ровно 4 грани? Ровно 5 граней? Все 6 граней? Нарисуйте все возможные способы.

В этой задаче две сложности – во-первых, нужно хорошо представлять себе куб и то, что на нём происходит, а во-вторых – нужно суметь нарисовать то, что получилось, так, чтобы это было понятно (и хорошо бы, чтобы не только вам). В обоих случаях может помочь аккуратно нарисованный кубик; удобно заранее, перед тем, как решать, сделать несколько таких «кубиков-заготовок». Змей на них дорисовывайте другим цветом, и невидимые (скрытые за кубиком) куски змей, как и невидимые рёбра кубика, рисуйте пунктиром.

Если уж совсем сложно представлять кубики и змей по рисункам, можно взять какой-нибудь настоящий кубик (например, склеить из плотной бумаги), а змеёй пусть будет канцелярская резинка.

2. Родственный вид змей – Serpens Cubus Completus (Difficilis) – тоже живёт на кубах, однако такая змея может заползать на одну грань двумя своими кусками (но по-прежнему не пересекает сама себя и не пересекает два раза одно и то же ребро): грани могут выглядеть как на рисунках 1, 2, 3. Помогите учёным описать и классифицировать этих змей; какие появились новые варианты? Нарисуйте их.

Здесь кроется ещё одна сложность – нужно навести какой-то порядок в классификации змей, чтобы не упустить ни одной и не нарисовать случайно одну и ту же змею два раза – с разных сторон.



Художник Елена Цветаева

Иван Кобиляков

Мальчик Сата первый раз попал в посёлок геологов. Перед долгой полярной зимой его семья ненцев-оленеводов[1] откочевала сюда, чтобы купить соли, патронов, хлеба и других полезных вещей, которых не найдёшь в тундре. Но чтобы что-нибудь купить, надо сначала что-нибудь продать. Поэтому отец Саты, оленевод Нирчуй[2], поставил сына рядом с большим бревенчатым домом Геологического управления торговать оленьим мясом. А сам пошёл проведать своего старого друга, которого не видел уже очень давно.

Двенадцать месяцев оленевода

Осень

«Хоть бы один кто мимо прошёл!» – думает Сата, стоя рядом с гружёнными мясом нартами и поглядывая по сторонам. Но на всю округу, как назло, ни одного покупателя. Большинство геологов закончили летнюю полевую работу и уехали из посёлка. А те, кто остались, сидят по домам и греются.

Осень на Таймыре недолгая и угрюмая. Уже в августе заросли ерника краснеют, осока – желтеет, кусты тальника[3] выцветают и становятся серыми. В сентябре постоянно моросит дождь, дуют сильные ветры. Вот-вот пойдёт снег.

Погода плохая, покупателей нет, поэтому Сата сидит на грузовых нартах своего отца такой невесёлый. Лишь его пёс по кличке Белый не унывает. За несколько часов, проведённых в посёлке, Белый уже успел облаять всех местных собак и теперь с важным видом стережёт хозяйскую оленину.

Вдруг из дома, который стоит напротив Геологического управления, вышли два человека, один небольшой, а другой совсем маленький, и направились в сторону Саты. В руках они несли бочку.

Когда эти двое подошли совсем близко, Сата уже не сомневался – перед ним никакие не покупатели, а ещё одни торговцы. Бочка у них не пустая, а чем-то наполнена. Пёс Белый взволнованно затявкал, отгоняя чужаков, но поздно. Человек, который был чуть повыше, поставил бочку рядом с грузовыми нартами Саты. И говорит:

[1] Ненцы живут в Архангельской и Мурманской областях, в Ненецком, Ямало-Ненецком, Ханты-Мансийском округах и на Таймыре. В России из 45 тысяч ненцев 3,5 тысячи живут на севере Средней Сибири, в низовьях реки Енисей.

[2] Традиционные имена ненцев часто связывают с внешностью или с характером родившегося ребёнка. Ненецкое имя Сата означает «шустрый, работящий», а имя Нирчуй переводится как «сердитый, крутой».

[3] Ерником называют заросли карликовой березы, а тальником – кустарниковые заросли ивы.

– Меня зовут Харитон Иванович, а это – Ефим, мой сын. Ты не против, если он вместе с тобой поторгует?

– Меня зовут Сата, – отвечает Сата. – А мою собаку зовут Белый. Я не против. Вместе веселее.

– Почём у тебя оленина? – спрашивает у Саты Харитон Иванович. – Я бы купил.

Теперь Сата посмотрел на Харитона Ивановича очень недоверчиво. На вид – ненец. Но какой же ненец станет оленину покупать? У каждого есть своё собственное оленье стадо.

– Так что, продашь мясо, тундровичок? – переспрашивает Харитон Иванович, видимо решив, что Сата не расслышал вопроса из-за ветра.

Мясо Сата, конечно, продал, но недоверие к местным ненцам у него осталось.

Сидят теперь Сата и Ефим рядом на нартах и с подозрением рассматривают один другого. По лицу оба – настоящие ненцы. А всё остальное сильно отличается. Сата в национальной одежде: сверху на нём сшитая матерью малица, заношенная чуть ли не до дыр, но всё ещё тёплая. На ногах – национальная меховая обувь – пимы. Ефим же одет как геолог – в штормовку и сапоги…

Посидели они молча какое-то время, а потом любопытный Сата не выдержал и спрашивает:

Сентябрь

У оленей в сентябре начинается массовый гон, между самцами возникают стычки. С первым снегом настораживают самострелы на диких оленей и пáсти (капканы) на пушного зверя, охотятся с ружьями. На больших реках происходит последний лов рыбы сетями.

Традиционные названия сентября у народов Таймыра: месяц чистки рогов (ненцы); месяц опада хвои (долганы); падение снега (эвенки); гон оленей (энцы).

Оглянись вокруг

– Как же так получается, что твой отец у меня оленину купил? Или у вас своих оленей нет?

– Нет, – отвечает Ефим.

– Вы что, не ненцы? – удивляется Сата.

– Ненцы, но безоленные. Мы в посёлке вместе с геологами живём и рыбу ловим. А оленей у нас уже давно нет… А у вас сколько оленей? Много?

– Тьма! – гордо отвечает Сата. – Отец очень богатый. У него стадо до самого горизонта!

– Ну сколько? – не унимается Ефим. – Сто или тысяча?

– Да говорят же тебе, никто не считал!

– Ты что, считать не умеешь? – в свою очередь удивляется Ефим.

– До тысячи – нет. Этому в школе учат, а я в школу не ходил. Зато я могу из всех оленей с одного взгляда самого быстрого найти и всех их по именам знаю. Могу в тундре без компаса ходить. Знаю, как из ружья стрелять и как нарты чинить. Знаю ненецкий язык! А ты знаешь?

Ефим густо покраснел.

– Нет, не знаю, мы с отцом всегда на русском разговариваем.

– То-то… – миролюбиво говорит Сата. – Так что не зазнавайся, что считать умеешь. Расскажи лучше, что за рыбу вы наловили.

Ефим встал с нарт и приоткрыл крышку бочки с рыбой. Увидев это, пёс Белый приподнялся с пригретого места и радостно тявкнул.

Октябрь

В октябре оленеводы примечают: если на мёрзлую землю упадёт дождь, то осень будет долгой. Если птицы летят высоко – к снежной зиме и глубокому снегу. Олени меняют летний наряд на зимний: меняется цвет и длина шерсти, становится гуще подшерсток. В середине октября осенний сезон заканчивается и начинается первая половина зимы, время установки зимних дорог.

Традиционные названия октября у народов Таймыра: большой месяц, месяц лося (нганасаны); пора, когда обхаживаются олени (эвенки); месяц, когда олень роняет рога (энцы).

– Тут разная рыба есть. Хариус, муксун, – показывает свой товар Ефим, – сиг, чир, нельма, налим… Тебе какая больше нравится: солёная, вяленая или жареная?

Сата замотал головой:

– Лучшая рыба для тундрового ненца – сырая. А больше всего мне нравится рыба корюшка, но её обычно весной ловят…

За разговором Ефим и Сата не сразу заметили, как из Геологического управления вышел отряд геологов. Наверное, у них было какое-то важное совещание, потому что все они выглядели уставшими.

– Что продаёте, ребята?– спрашивает самый бородатый из геологов.

– Рыбу, – отвечает Ефим.

– И оленину, – прибавляет Сата.

И пошла торговля. Сата бойко торгуется за двоих. А Ефим, который хорошо учился в школе, взвешивает товар и считает сдачу. Быстро всё распродали.

На следующий день Сата с отцом купили продукты и уехали кочевать обратно в тундру. Ефим и Харитон Иванович остались зимовать в посёлке. А геологи начали бурить разведочную скважину. Но это уже другая история. Про геологов.

Автор благодарит сотрудников Таймырского Дома народного творчества, Таймырского краеведческого музея и Таймырского колледжа (г. Дудинка) за помощь, оказанную при подготовке цикла статей «Двенадцать месяцев оленевода».

Художник Евгений Паненко

Ноябрь

В ноябре небо темнеет. Ощущается приближение полярной ночи. Женщины из-за темноты перестают заниматься шитьём одежды и другой кропотливой работой. Олени как бы помогают хозяевам: они стараются держаться ближе к стойбищу. С каждым днём становится всё холоднее, на реках и озёрах крепчает лёд и наступает время зимней рыбалки.

Традиционные названия ноября у народов Таймыра: месяц малой темноты (ненцы), тёмная пора (эвенки), короткий день (энцы).

Нарушители среди слов

Ольга Кузнецова

Уже с первого класса нас учат подбирать проверочные слова, чтобы не ошибаться на письме. Поэтому мы твёрдо знаем: если *каток* – то по нему кто-то ка́тится, ну а если *коток* – то это ко́тик из колыбельных. Проверять в корнях можно и гласные, и согласные, поэтому мы пишем *философ* (*философы*) и *рыболов* (*рыболовы*). Наиболее хитрые ученики проверяют даже через другие языки, например русское слово *президент* (иностранного происхождения) английским *président*.

Все эти проверки возможны потому, что в русском языке правописание построено именно так, чтобы части слов (в нашем случае корни) писались одинаково, несмотря на разное произношение.

Но может быть, вы уже сталкивались с такими ситуациями, когда проверочные слова не помогают, а словно бы мешают писать некоторые слова правильно? Вот, к примеру, слово *долина* никак не разрешается проверить словом *даль*, хотя многие десятилетия школьники пытаются это делать! А всё потому, что эти два слова при кажущемся сходстве различны по смыслу. Даль – это то, что вдалеке. А долина связана со словом дол, низ (*опустить очи долу*; *там лес и дол видений полны*).

Есть немало слов, которые только кажутся нам похожими на другие, но, если подумать, у них совсем другой состав. Возьмём слово *светопреставление*, в котором часто пишут лишнюю букву *д*. Но светопреставление – это не представление с использованием света прожекторов! В шутку так говорят о неразберихе, о чём-то шумном и грандиозном, но изначально это слово обозначало конец света, *преставиться* – на древнерусском языке означает *умереть*.

Впрочем, даже среди родственных слов появляются нарушители единообразия в написании, и при встречах с ними приходится быть особенно внимательными.

Трудно спорить, что слово *ладья* связано с лодкой. На Русском Севере так и произносят – «*лодья*». А ведь там ребятам очень легко писать безударные гласные *о* и *а*, потому что они с детства ***окают***, чётко произносят *о* в словах. Никто из по-настоящему окающих людей не скажет «с[о]пог» или «[о]рбуз», они произносят *о* там, где оно действительно пишется. А вот с *ладьёй* не повезло: это слово пришло из другого языка, хотя и родственного нашему, – из старославянского (через церковнославянский). Точно так же, например, в русском языке оказались рядышком слова «город» и «град»: первое – наше родное, а второе – заимствованное. Многие слова старославянского происхождения пишутся через «а» и несут оттенок высокого стиля, поэтому их часто можно встретить в классической литературе, особенно в стихотворениях. Но проверять этими словами правописание их русских «родственников», которые с давних времён пишутся через «о», безусловно, не стоит.

Все знают, что слово *ужасный* не допускает никаких лишних букв *т* и проверяется словом *ужасен*. Но что же тогда делать со словом *ужастик* и просторечными *ужасть*, *ужасти*? Проверять ими, разумеется, не стоит, а к «лишней» букве *т* можно относиться как к суффиксу. Этот хвостик появился для того, чтобы слово было похоже на подобные ему. Ведь если люди много времени проводят вместе, то постепенно начинают вести себя сходным образом: копируют друг у друга жесты, фразы. Так и слова. Существует версия, что *ужасти* возникли из-за выражения *страсть и ужасть* (страх и ужас) – где одно слово просто уподобилось соседу, вместе с которым часто употреблялось.

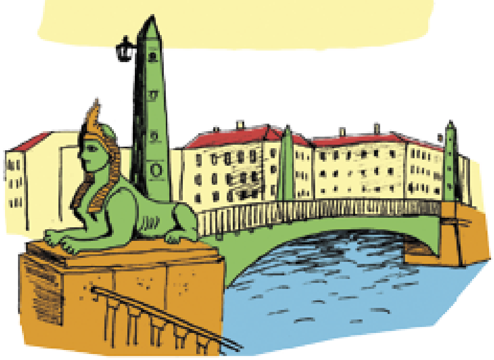
А теперь попробуйте самостоятельно объяснить, почему слово *Санкт-Петербург* нельзя проверять словом *Питер*.

К счастью, нарушителей в русском языке не так много. Родственные слова стремятся быть похожими друг на друга, поэтому проверкой при написании сомнительных букв пользоваться всё-таки стоит.

Художник Ольга Демидова

Валерия Сирота

КАЧЕЛИ, РЕЗОНАНСЫ И КОСМИЧЕСКОЕ ХУЛИГАНСТВО



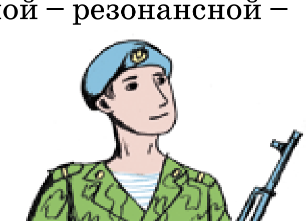
Как раскачать качели? Если вы большой и сильный, а качели маленькие – можно, конечно, просто сильно отклонить их от вертикали и отпустить. А если качели очень высокие и вдобавок тяжёлые? Тогда нужно подталкивать их с определённой частотой, попадая «в такт». Если толкать слишком часто или слишком редко – ничего не получится. А вот если найти нужный ритм – даже маленькими усилиями можно раскачать качели очень сильно!

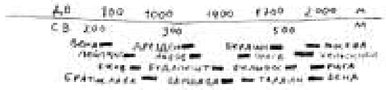
Что же это за «подходящий» ритм? Это так называемая *собственная частота системы*. Когда качели висят вертикально, они неподвижны и находятся в положении равновесия. Если чуть-чуть отклонить их от вертикали и отпустить, они начнут вокруг этого равновесного положения колебаться. Частота этих собственных, свободных от внешней силы колебаний зависит только от свойств качелей (в основном от длины верёвок или жердей, на которых они подвешены). Вот под неё-то и нужно подстраиваться.

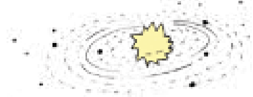
Итак, если сила – даже маленькая – действует на систему (в нашем случае качели) периодически с частотой, равной собственной частоте системы, то система раскачивается очень сильно. Эта ситуация называется резонансом.

Резонанс бывает не только у качелей, а у любой системы, которая может колебаться около положения равновесия. Другой простой механический пример – это грузик, подвешенный на пружинке. Если оставить его в покое – он, покачавшись вверх-вниз (с некоторой, своей собственной, частотой), остановится в положении равновесия. Но если теперь с той же самой частотой подталкивать его, например, вверх – он раскачается очень сильно. (Правда, такие колебания неустойчивы – если не принять специальных мер, грузик отклонится от вертикали и станет болтаться в разные стороны.)

Если вам случалось проходить по достаточно длинному и не очень хорошо закреплённому мосту, вы могли заметить, что при определённом ритме ваших шагов он начинает сильно вибрировать. Это значит, что вы случайно приблизились к собственной – резонансной –







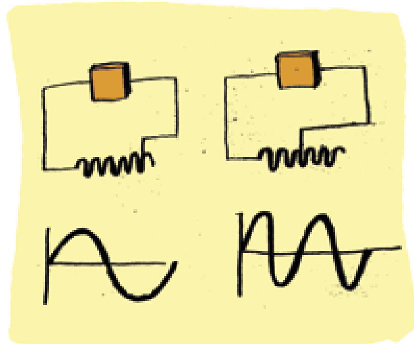
частоте. Лучше в таком случае резко сменить темп, чтобы выйти из резонанса. По этой же причине, когда отряд солдат подходит к мосту, командир отдаёт приказ идти «не в ногу», то есть вразнобой, чтобы случайно не попасть в резонанс.

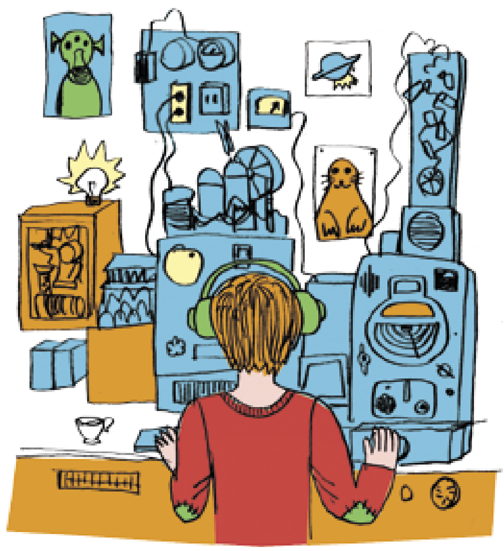
Колебания могут быть и не механическими, а, например, электрическими. В любом радиоприёмнике есть «колебательный контур» – катушка и конденсатор, соединённые между собой. Если в таком контуре создать ток, а потом оставить его в покое, ток будет колебаться, как качели – буквально течь то в одну сторону, то в другую, – пока постепенно не затухнет. А если теперь приделать к этому контуру антенну, то радиоволны будут раскачивать ток в контуре, как мы раскачиваем качели. Причём заметный ток будет получаться только в том случае, если частота радиоволн близка к собственной частоте контура – тогда возникает резонанс и ток оказывается достаточно большим. Дальше этот «раскачавшийся» ток усиливается и преобразуется в звук (как именно – мы здесь обсуждать не будем). Когда мы крутим ручку или нажимаем на кнопку радиоприёмника – мы меняем свойства колебательного контура, например – увеличиваем или уменьшаем «размер» катушки, при этом меняется собственная частота. Теперь уже другие волны – переданные другой радиостанцией – попадут в резонанс и создадут в цепи приёмника ток: мы услышим другую передачу.

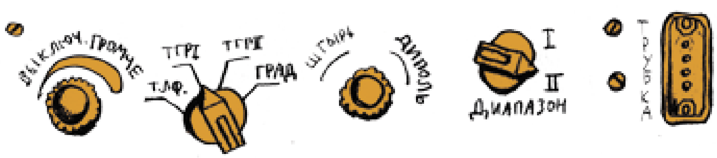
Резонанс может возникнуть везде, где есть периодическое движение. Например, в космосе: все планеты движутся по эллипсам (кто не знает, что это такое, может пока считать, что по окружностям), и каждая через некоторое время, называемое по-научному периодом обращения, возвращается в ту же точку. У Земли, например, период обращения – один год. Что произойдёт, если какая-то сила начнёт действовать на планету с резонансной частотой? Орбита планеты начнёт «раскачиваться», меняться... хорошо, что на Землю никто так не действует. Но оказывается, в Солнечной системе так повезло не всем.

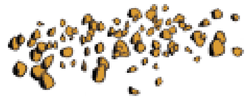
В 1857 году, когда уже открыли пояс астероидов между Марсом и Юпитером и начали изучать параметры их орбит, американский астроном Кирквуд заподозрил, что на определённых орбитах будет меньше астероидов,

Дэниел Кирквуд
1814–1895









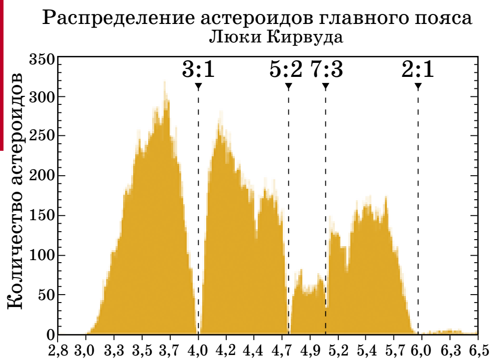
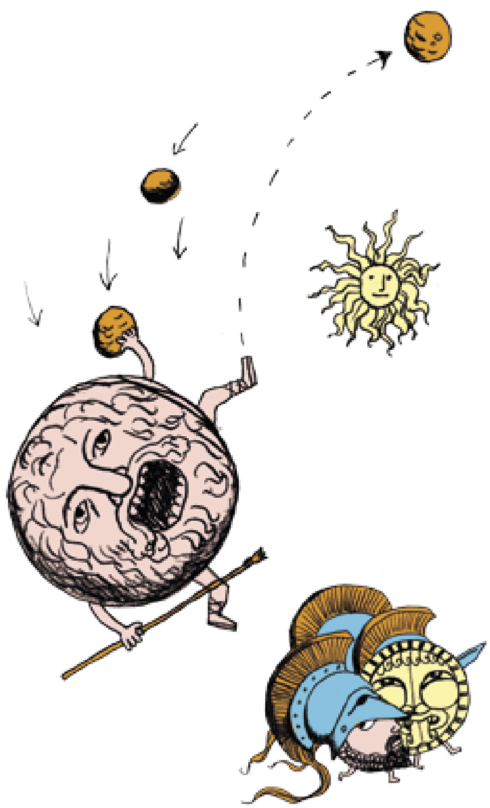


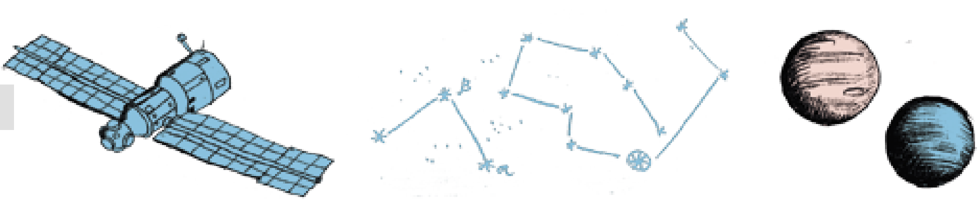
Рис. 1. Распределение астероидов по периоду обращения и люки Кирквуда. По горизонтали – период обращения астероида в годах. Цифры сверху показывают отношение периодов обращения Юпитера и астероидов из люка Кирквуда.

чем на других. Чтобы это продемонстрировать, он выписал астероиды в порядке возрастания периода их обращения вокруг Солнца. И действительно, на тех орбитах, период обращения по которым близок половине, трети или двум пятым периода обращения Юпитера, астероидов оказалось гораздо меньше, чем вокруг них. Такие «дырки» – пробелы в распределении периодов – назвали *люками* или *щелями Кирквуда*. Чтобы их увидеть, будем откладывать по горизонтальной оси периоды обращения астероидов. Разобьём горизонтальную ось на маленькие интервалы и над каждым интервалом нарисуем прямоугольник, высота которого равна количеству попавших в него астероидов. Получится картина как на рисунке 1. (Сейчас астероидов известно уже очень много – около 300 тысяч, и диаграмма получается довольно подробной.) Люки Кирквуда видны очень хорошо.

Почему в этих местах, как и говорил Кирквуд, астероидам спокойно не живётся? Всё дело в резонансе: те астероиды, чей период был равен, скажем, половине периода Юпитера, сближаются с ним на одном и том же участке. Воздействия Юпитера при этом каждый раз понемногу меняют орбиту, причём в одном и том же направлении, в отличие от нерезонансных орбит, которые Юпитер гнёт то в одну сторону, то в другую, в среднем особо не меняя. Так резонансные орбиты из кругов вытягивались во всё более узкие эллипсы. Период обращения при этом не менялся, и резонансная раскачка продолжалась до тех пор, пока космический хулиган Юпитер не выбрасывал астероид из Солнечной системы. А вокруг «главного резонанса» – периода обращения Юпитера – на гистограмме вообще почти пусто: Юпитер раскачивал орбиты таких астероидов до тех пор, пока они не начинали пересекать его орбиту, а потом просто «съедал» их.



Но и к такому космическому хулиганству можно приспособиться и даже извлечь из него выгоду. Вот пример: оказывается, есть две группы астероидов – они называются *греки* и *троянцы*, – период которых точно совпадает с периодом Юпитера! Более того, сами их орбиты совпадают с орбитой Юпитера, только «греки» движутся по ней, «опережая» Юпитер на $\frac{1}{6}$ круга, а «троянцы» – на столько же «отстают» (рис.2). Эти



астероиды похожи на мышей из мультика, которые ходят по пятам за котом и так от него спасаются. И резонанс им никак не мешает и не раскачивает их орбиты, а наоборот, делает их устойчивыми.

Это может показаться бессмыслицей, ведь «троянцев» Юпитер постоянно тянет вперёд, а «греков» тормозит. Почему «троянцы» его не догонят, а Юпитер не догонит «греков»? Дело в том, что и астероид, и сам Юпитер (и даже само Солнце) на самом деле вращаются не вокруг Солнца, а вокруг некоторой неподвижной точки – центра масс системы Солнце-Юпитер. То есть центр круга, по которому крутится Юпитер, чуть-чуть сдвинут от Солнца в сторону Юпитера. И именно к этому центру, а не к Солнцу, должны притягиваться астероиды на орбите Юпитера, чтобы не убегать вперёд и не отставать. Вот «греки» и устроились там, где тормозящая сила от Юпитера компенсируется разгоняющей от Солнца (рис. 3).

Точка на орбите Юпитера, отстоящая от него на 60° и движущаяся синхронно с ним, называется лагранжевой. Астероид, находящийся в этой точке, будет оставаться в ней вечно (конечно, вращаясь при этом вместе с Юпитером). Безусловно, в одной точке нескольким «троянцам» не поместиться. Но они «болтаются» вокруг этой точки, никогда сильно от неё не удаляясь.

Кстати, есть ещё 3 точки Лагранжа, которые движутся синхронно с Юпитером по круговым орбитам: помещённый в них астероид тоже в них бы и оставался (правда, только теоретически: это равновесие неустойчиво). Попробуйте угадать, где расположены эти точки.

Не только Юпитер занимается космическим хулиганством. У других планет, правда, меньше возможностей проявить себя таким образом: массы не хватает или астероидов поблизости маловато. Но вот Нептуну повезло: сразу за его орбитой начинается пояс Койпера – область малых планет, то есть тех же астероидов, только покрупнее. Именно из-за их открытия Плутон перестали считать планетой: оказалось, что таких, как он, там довольно много. Так вот, бо́льшая часть известных малых планет пересекают орбиту Нептуна, и практически все они находятся с Нептуном в резонансе. Это помогает им избежать столкновения с ним: похоже, остальных Нептун проглотил!

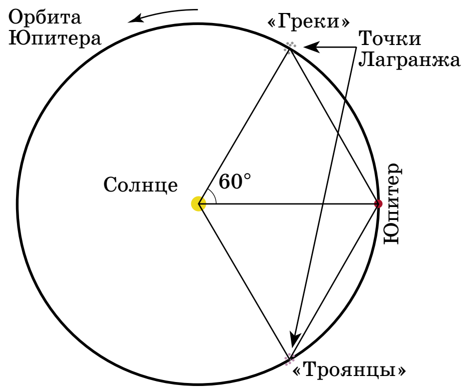


Рис. 2. Взаимное расположение Солнца, Юпитера и астероидов-троянцев. Размеры всех тел изображены без соблюдения масштаба.

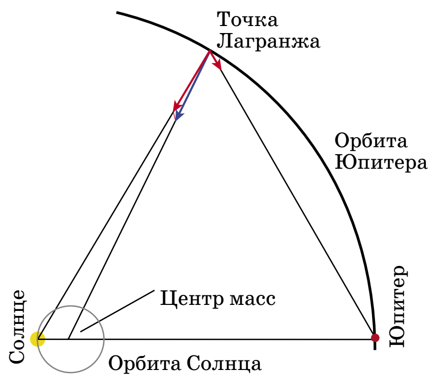


Рис. 3. Силы, действующие на астероид в точке Лагранжа. Расстояние от Солнца до центра масс и размер орбиты Солнца преувеличены примерно в 100 раз относительно размера орбиты Юпитера.

Художник Артём Костюкевич

Сергей Федин

ПИКАССО, ВОЛЬФ МЕССИНГ И РАНЕВСКАЯ

Две из этих историй известны, а одна полностью придумана. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

ПИКАССО

Самый знаменитый и самый дорогой художник XX века – Пабло Пикассо.

Однажды один из знакомых Пабло заметил, что на стенах в его доме нет ни одной картины хозяина.

– Тебе что, не нравятся свои картины? – с удивлением спросил он художника.

– Почему же? – ответил Пикассо. – Очень даже нравятся. Просто они мне не по карману.

ВОЛЬФ МЕССИНГ

Знаменитый польско-российский предсказатель, телепат и гипнотизёр Вольф Мессинг (1899–1974) не раз пользовался своим даром внушения. Однажды он протянул в окошко сберегательной кассы пустую бумажку и, пристально глядя в глаза девушке-кассиру, сказал: «Выдайте мне по этим документам сто тысяч рублей». Девушка спокойно взяла чистый листок и выдала ему деньги.

Когда через несколько лет Мессинг приехал в Париж, он рассказал об этой истории встречавшим его журналистам. Те не поверили и попросили повторить этот опыт гипноза снова. Оскорблённый Мессинг прямо из аэропорта вместе с журналистами отправился в ближайший банк. Подойдя к окошку кассы и сверля взглядом служащего, он подал ему вырванный из блокнота лист со словами: «Выдайте мне по этим документам сто тысяч евро». Так же пристально глядя в глаза великому гипнотизёру, тот тоже протянул ему в ответ какую-то бумажку.

– Ну что, убедились? – торжествующе повернулся к журналистам Мессинг, размахивая бумажкой, выданной кассиром. – Получилось!

В ответ раздался дружный смех. На обычной бумажке было крупно написано чернилами: «Сто тысяч евро». Позже выяснилось, что кассиром в тот день работал Тен Амбо, ставший в будущем великим гипнотизёром. Однако как ему удалось загипнотизировать за минуту самого Вольфа Мессинга, до сих пор остаётся загадкой.

РАНЕВСКАЯ

Ты, конечно, помнишь фрекен Бок из замечательного мультика «Карлсон вернулся»? Озвучивала её знаменитая актриса Фаина Раневская, прославившаяся не только актерским талантом, но и своим остроумием.

Однажды Раневская со всеми своими домашними и огромным багажом приехала на вокзал.

– Жалко, что мы не захватили пианино, – вдруг сказала она, когда надо было садиться в поезд.

– Это не смешно, – заметил кто-то из сопровождавших.

– Действительно не смешно, – вздохнула Раневская. – Дело в том, что на пианино я оставила все билеты.

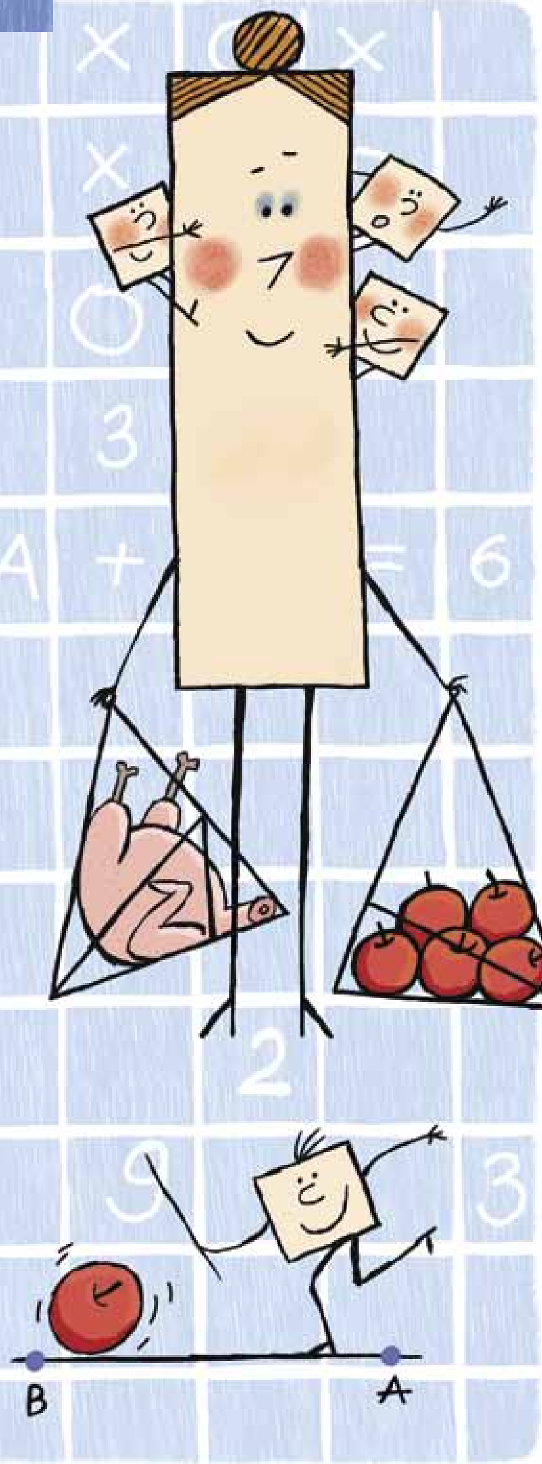
Художник Капыч

Математический кружок

Геометрия на клетчатой бумаге

Часть 3

Александр Блинков



В этой, последней части мы поговорим о геометрических задачах, в условиях которых клеточек нет, но если сделать чертёж на клетчатой бумаге, то найти решение будет существенно проще. Клетки позволяют лучше увидеть перпендикулярность прямых, равенство отрезков или углов, равенство площадей, и тому подобное. Особенно часто это помогает, если в условии задач фигурируют квадраты или прямоугольники, но и это необязательно.

Начнём с задачи, давно ставшей «классикой».

Задача 1. В невыпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы A, B и D равны 45°. Докажите, что его диагонали AC и BD перпендикулярны и равны.

Сделаем чертёж на клетчатой бумаге (рис. 1а). *Требуемые равенство и перпендикулярность видны по клеточкам. Ещё легче увидеть перпендикулярность прямых BC и AD, обосновать которую существенно проще. Отсюда – идея решения: заметить равные треугольники.*

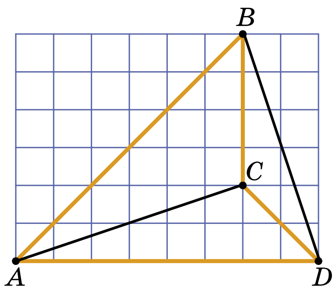


Рис. 1*а*

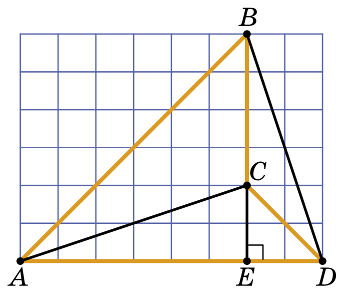


Рис. 1*б*

Решение. Продлим отрезок BC до пересечения с AD в точке E (рис. 1б). В треугольнике ABE имеем: $\angle ABE = \angle BAE = 45^\circ$, откуда $\angle BEA = 90^\circ = \angle CED$. Значит, треугольники AEB и DEC – прямоугольные и равнобедренные, то есть $AE = BE$ и $CE = DE$. Следовательно, равны прямоугольные треугольники AEC и BED (по двум катетам).

Более того, если повернуть треугольник BED вокруг точки E на 90° против часовой стрелки, он перейдёт в треугольник AEC и отрезки BD и AC совместятся! Значит, эти отрезки равны и до поворота были перпендикулярны.

Можно заметить, что C – точка пересечения высот треугольника ABD (это даёт другое решение). Также можно доказать, что площадь $ABCD$ равна $\frac{1}{2}AC^2$, но это трудно увидеть по клеткам. Если вы знаете формулу для вычисления площади треугольника, сделайте это самостоятельно.

Задача 2 (*Н. Москвитин*). На отрезке AB выбрана произвольная точка C и построены квадраты $ADEC$ и $CBFG$ (в одной полуплоскости относительно AB). Докажите, что точка пересечения AE и BG лежит на отрезке DF.

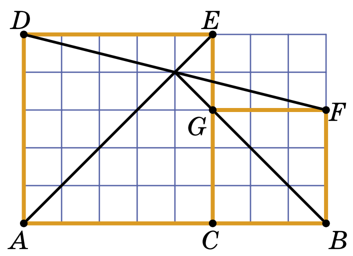


Рис. 2*а*

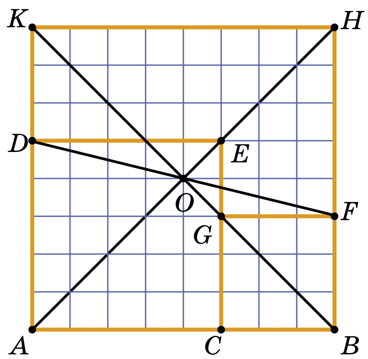
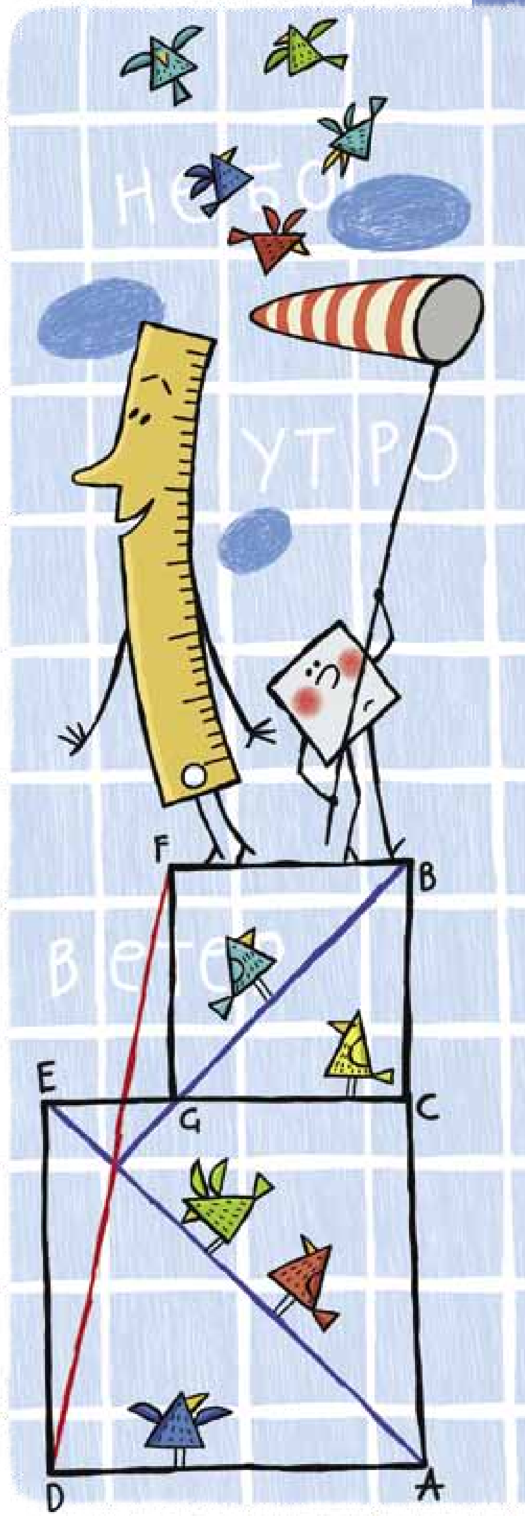


Рис. 2*б*

Выполнив чертёж на клетчатой бумаге (рис. 2а), *можно не только убедиться в справедливости доказываемого утверждения, но и увидеть, что точка пересечения трёх отрезков – это середина DF. Тогда возникает идея решения: докажем, что середина DF принадлежит обеим прямым: AE и BG.*

Решение. Построим на стороне AB квадрат $ABHK$. Пусть O – его центр. Докажем, что O – середина отрезка DF. Заметим, что $AK=AC+CB$, поэтому $DK=FB$, откуда понятно, что D и F – противоположные точки на границе квадрата. Строго доказать это можно так: треугольники KOD и BOF равны по двум сторонам ($DK=FB$, $KO=BO$) и углу между ними (45°), откуда углы KOD и BOF равны, то есть точки D, O и F лежат на одной прямой, и $DO=FO$, то есть O – середина DF.

Прямые AE и BG содержат диагонали квадрата $ABHK$, поэтому точка пересечения диагоналей квадрата O лежит и на прямых AE и BG.



Задача 3 (*Н. Москвитин*). В трапеции $ABCD$ основание BC в два раза меньше основания AD. Из вершины D опущен перпендикуляр DE на сторону AB. Докажите, что $CE = CD$.

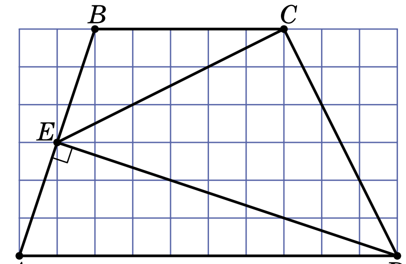


Рис. 3*а*

Выполнив чертёж на клетчатой бумаге (рис. 3а), легче увидеть возможности для использования «ключевого» условия: $AD = 2BC$. Например, если достроить трапецию до треугольника, продолжив AB и DC, то BC будет его средней линией. Другая идея – прямая, проведённая через точку C параллельно AB, делит AD пополам. Итак, два способа решения.

Решение 1. Продолжим боковые стороны AB и DC до их пересечения в точке F (рис. 3б). Тогда BC – средняя линия треугольника AED (так как $BC \parallel AD$ и $BC = 0{,}5AD$). EC – медиана, проведённая к гипотенузе прямоугольного треугольника FED, следовательно, $CE = FC = CD$.

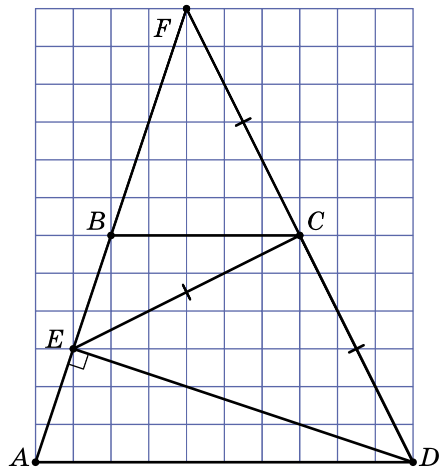


Рис. 3*б*

Решение 2. Через вершину C проведем прямую, параллельную AB, которая пересечет AD в точке K, а DE – в точке M (рис. 3в). Тогда $ABCK$ – параллелограмм, поэтому $BC = AK = KD$. Значит, KM – средняя линия треугольника ADE, то есть CM – медиана треугольника CDE. Кроме того, $AB \perp DE$, $CM \parallel AB$, значит, $CM \perp DE$, то есть CM – высота треугольника CDE. Так как CM – медиана и высота треугольника CDE, то этот треугольник – равнобедренный: $CE = CD$.

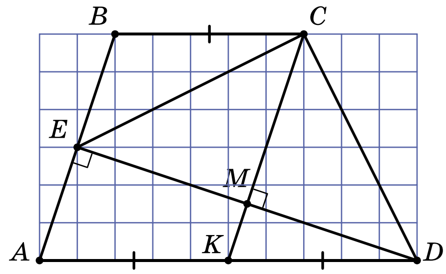


Рис. 3*в*

Если вам понравилась идея чертежей «на клеточках», то вы можете её использовать в дальнейшем. Понятно, что она помогает далеко не всегда, но, во всяком случае, на клетчатой бумаге легче сделать чертёж, максимально соответствующий условию.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задача 4 (*Ю. Блинков*, IX Московская устная олимпиада по геометрии). Биссектриса угла B и биссектриса внешнего угла D прямоугольника $ABCD$ пересекают сторону AD и прямую AB в точках M и K соответственно. Докажите, что отрезок MK равен и перпендикулярен диагонали прямоугольника.

Задача 5 (*Д. Калинин*, XV турнир математических боёв имени А. П. Савина). Равные прямоугольники $ABCD$ и $AEFG$ с общим прямым углом A расположены так, что E лежит на отрезке AB, а D лежит на отрезке AG. Прямые CD и EF пересекаются в точке H, а AG и CE – в точке K. Докажите, что KH и CG перпендикулярны.

Задача 6 (Московская математическая регата 7 класса, 2012 г.). В прямоугольнике $ABCD$ точка P – середина стороны AB, а точка Q – основание перпендикуляра, опушенного из вершины C на PD. Докажите, что $BQ = BC$.

Задача 7 (*В. Произволов*). В четырёхугольнике $ABCD$ углы B и D – прямые и $AB = BC$. Длина перпендикуляра, проведённого из вершины B к стороне AD, равна 3. Найдите площадь $ABCD$.

Задача 8 (*Н. Москвитин*). На боковой стороне BC равнобедренного треугольника ABC с основанием AC выбрана точка D так, что угол DAC равен $45°$. Из точки D восставлен перпендикуляр к BC, который пересекает AB в точке E. Докажите, что $DE = AE$.

Задача 9 (*Д. Прокопенко*, XVIII турнир математических боёв имени А.П. Савина). В квадрате $ABCD$ точки E и F – середины сторон BC и CD, прямая AE пересекает BF в точке P. Докажите, что:
а) отрезок PD равен стороне квадрата;
б) $\angle AED = \angle ADP$; в) $\angle APC = \angle BPC = 135°$.

Художник Инга Коржнева

Как дятел Спятел приглашал гостей на день рождения

Константин Кохась

Уж Ушася уже давно мечтал познакомиться с дятлом Спятлом. И когда однажды дятел Спятел пригласил Бусеньку «на совещание», чтобы обсудить «важные подробности», а та просто случайно обмолвилась об этом, Ушася упросил Бусеньку взять его с собой. Совещание происходило в АмБаре. Присутствовали дятел Спятел, мышь Огрыза, уж Ушася и Бусенька.

– Уважаемые коллеги, – торжественно, но скромно начал совещание дятел Спятел. – Мы собрались для того, чтобы я попросил вас помочь мне организовать очередное празднование моего дня рождения. Это будет что-то с чем-то! Я приглашу на свой день рождения питона Уккха!

– Укxxxммгх??? – от неожиданности поперхнулась Огрыза. – Да он же всех съест!

Собравшиеся с опаской посмотрели на дятла.

– Мало кто хорошо знает Уккха, – сказала Бусенька, просто чтобы прервать молчание. – А он, между прочим, интересный собеседник. Мы как-то беседовали с ним о сложении двузначных чисел...

– Ты обсуждала с Уккхом сложение двузначных чисел? Мне кажется, кто-то из нас спятил, – сказала Огрыза.

– Друзья мои, – продолжал дятел, – мы все избегаем общества питона Уккха. И это правильно. Те, кто недостаточно его избегал, увы, уже не с нами. Но, спрошу я вас, а так ли опасен питон Уккх? Да, скажете вы, именно так он опасен! И я ничего не смогу вам возразить. Но, снова спрошу я вас, – и дятел постучал клювом по столу, чтобы подчеркнуть важность этого риторического вопроса, – а всегда ли он опасен для нас? Нет! Нет, друзья, он опасен, только пока голоден.

Я утверждаю, что мы можем абсолютно безопасно наслаждаться обществом Уккха, если перед этим как следует его накормим. А накормим мы его... огурцами! Я думаю, маринованные огурцы с остроухом или огурчики а-ля крысиный хвост в чесночном рассоле – это весьма привлекательные для питонов блюда. К тому же они очень (!) долго перевариваются. Я смиренно прошу нашу мудропрекраснейшую Огрызу 12-ю возглавить кулинарную комиссию, поскольку сам в этом ничего не смыслю.

– Не очень-то легко правильно приготовить маринованные огурцы с остроухом, – проворчала Огрыза, – нужно очень тщательно следовать рецептуре.

Ты знаешь, что для приготовления маринадов потребуется не только чеснок и остроух?

– Да, я тщательно все продумал! Вот, пожалуйста: я принёс 72 зубчика чеснока и 108 коготков остроуха. А также имбирь, гвоздику, корицу, гладиолус, шафран, базилик и орегано, – и дятел неторопливо стал выкладывать на стол мешочки со специями.

– Молодец, – холодно сказала Огрыза. – Немного шалфея, тмина, кинзы и папоротника тоже не помешало бы. Но главное, конечно, – это чеснок и остроух. Для изготовления одной банки огурчиков а-ля крысиный хвост в чесночном рассоле требуется 5 зубчиков чеснока и 10 коготков остроуха. А для одной банки огурцов с остроухом нужно 9 зубчиков чеснока и 12 коготков остроуха. Сколько банок тебе потребуется?

– Как можно больше! – воскликнул Спятел.

– Значит, нужно потратить все специи. Как же нам узнать, сколько каких банок следует делать?

– А это вообще возмош-шно – потратить все с-специи? – осторожно спросил Ушася.

–Я знаю один старинный способ, как это можно проверить, – сказала Бусенька. – Это не сразу бросается в глаза, но в обоих рецептах удвоенное число зубчиков минус число коготков делится на 6! Следовательно, и у всего количества зубчиков и коготков, использованных для маринования, выполнена та же закономерность.

– В нашем случае $2 \cdot 72 - 108 = 36$ делится на 6, – перебил её дятел, – и значит, нам удастся потратить все специи при мариновании?

– Рецептов два, а проверочное дейс-с-ствие всего одно, – усомнился Ушася, выгнувшись в виде знака вопроса. – Это очень подозрительная проверка.

– Очень подозрительная, – подхватила Огрыза. – Вот если бы у нас был всего один зубчик и два коготка, то у тебя тоже разделилось бы на 6. Но таких запасов даже на одну банку не хватит.

– Но я уверена, что это правильный способ, – сказала Бусенька. – Мне бабушка рассказывала! Правда, не про огурцы, а про бантики.

– Бантиками питона Уккха кормить бесполезно, – заявил дятел.

– Точно! Я вспомнила! Ушася прав. Должен быть еще один тест! Сейчас, сейчас… Нужно немножечко напрячь

воображение… Вот! В обоих рецептах утроенное число коготков минус учетверённое число зубчиков делится на 10!

– Мне кажется, кто-то из нас спятил, – насторожился дятел.

– А для наших запасов $3 \cdot 108 - 4 \times 72 = 36$ – на 10 не делится, – с довольным видом заметила Огрыза, – значит, огурцы замариновать не-воз-мож-но.

– А если бы разделилос-с-сь, – спросил Ушася, – то тогда мош-шно было бы замариновать?

– Не обязательно, – немного подумав, сказала Огрыза. – Например, если у нас 4 зубчика и 2 коготка, то оба теста дают положительный результат, но всё равно даже одной банки нельзя изготовить.

– Ну… в каком-то смысле всё-таки можно, – не согласилась Бусенька, – 4 зубчика и 2 коготка – это в точности разность двух банок. Допустим, мы подготовили к маринованию банку а-ля крысиный хвост, и у нас осталось в запасе 4 зубчика и 2 коготка. И тут в последний момент мы передумали! Вынули 5 зубчиков и 10 коготков из банки, добавили оставшиеся 4 зубчика и 2 коготка, и, сложив эти 9 зубчиков и 12 коготков в новую банку, стали делать огурцы с остроухом! Получается, что мы лишились одной почти готовой банки а-ля хвост, получили одну банку с остроухом и потратили при этом все специи!

– Мне каш-шется, кто-то из нас с-с-спятил, – сказал Ушася и продолжил невпопад: – Как было бы здорово, если бы удалось привязать бантик на хвос-с-ст питону.

– Какая интересная и свежая идея! – похвалил дятел и надолго задумался.

– Итак, получается, что изготовить маринованные огурцы из всех ингредиентов невозможно, – твёрдо сказала Бусенька, подводя итог совещания. – Встреча с питоном отменяется. Но с другой стороны, дорогой именинник, позови-ка ты на свой день рождения Ушасю. Он, конечно, не совсем питон, но всё-таки.

На следующий день Бусенька и Ушася сидели на берегу озера.

– Что это за странные тесты с делимостью ты вчера упоминала? – спросил Ушася.

– Это называется система уравнений. Если ты сделал x банок а-ля хвост и y банок с остроухом и потратил при этом z зубчиков и k коготков, то должно быть выполнено *чесночное равенство*, которое показывает, как был потрачен чеснок: в каждую из x банок а-ля хвост положили по 5 зубчиков, а в каждую из

y банок с остроухом положили по 9 зубчиков, и значит, $5x+9y=z$.

И аналогично, должно быть выполнено *коготковое равенство* $10x+12y=k$.

Зная z и k, из этих равенств можно найти x и y, получится $x=\frac{3k-4z}{10}$, $y=\frac{2z-k}{6}$. Числа x и y целые, следовательно, $3k-4z$ делится на 10, а $2z-k$ на 6.

– Как всё ушассно, – сказал Ушася, – вчера ничего не понимал, а сейчас-с-с ещё больше не понимаю. А зачем ты предлагала выковыривать чеснок из банки?

– По нашим формулам x или y могут получиться отрицательными. Как же представить себе, что мы, например, изготовили -1 банку а-ля хвост и ещё 1 банку с остроухом? Вот так и представить: собрались было сделать банку а-ля хвост, да передумали. А вместо этого взяли специи, сложенные в банку, добавили немного новых специй и стали делать банку с остроухом!

– Странный какой-то фокус-с-с.

– Ну да, пожалуй, фокус. Но ты тоже вчера фокус показал: так ловко загипнотизировал дятла Спятла! Всё-таки есть в тебе что-то от питона! – сказала Бусенька.

– Я? Загипнотизировал?

– Конечно! Это был просто мастер-класс по гипнозу. Сначала ты встревожил его тем, что не удастся потратить все специи. Как мы вчера убедились, это действительно так. Да и, к слову сказать, чтобы получить как можно больше банок, вообще говоря, не нужно тратить все специи! Например, из 90 зубчиков и 120 коготков получается ровно 10 банок с остроухом, а можно вместо этого сделать 12 банок а-ля хвост и ещё 30 зубчиков останется!

Дятел так испугался, что останутся непотраченные специи, что совсем забыл, что его цель не в этом! Главное – побольше банок! Через пару минут, он, скорее всего, одумался бы, но тут ты подлил масла в огонь: дескать, даже если оба теста дают положительный результат, ещё неизвестно, что получится. Мы-то теперь знаем, что если числа из тестов разделились на то, что нужно, то по формулам x и y получаются целыми. Но дятел-то об этом не знал! И тут ты добил его новой идеей, устоять перед которой мог бы только очень крепкий рассудок. Бантик! При-вя-зать! Всё. Мир рухнул! Уккх на дне рождения неактуален. Уккх для дня рождения недосягаем! Питон Уккх хуже новых двух. Вот он и позвал вас с Огрызой на день рождения вместо Уккха.

– Хорош-шо получилос-с-сь.

Художник Инга Коржнева

ОЛИМПИАДЫ

XXI турнир математических боёв имени А.П. Савина

Материал подготовил Александр Блинков

О том, как проходят эти турниры (их сроки, место проведения и формат не изменяются уже много лет), подробно рассказано в статье А. Шаповалова о юбилейном, двадцатом турнире (см. «Квантик» №10 за 2014 год). Ограничимся поэтому подборкой избранных задач турнира, прошедшего летом 2015 года. Задачи распределены по темам, хотя в некоторых случаях это деление весьма условно. После номера задачи указан её автор и классы, для которых она предлагалась.

Избранные задачи

ПРОСТАЯ АРИФМЕТИКА

1. (*А. Блинков*, 6) Буратино удалось выучить только все цифры от 0 до 5, поэтому Мальвина задала ему два ребуса, в которых нет других цифр:

ШОУ×А = ДОМА и МУ×УМ = ШОУ.

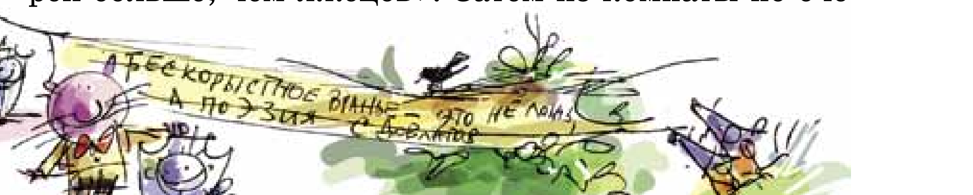
Помогите Буратино их расшифровать.

2. (*Л. Смирнова*, 6 – 7) Калькулятор умеет прибавлять к числу его последнюю цифру, а больше ничего не умеет. Сколько существует двузначных чисел, из которых за несколько таких операций можно получить число 2016?

ЛОГИКА И АЛГОРИТМЫ

3. (*А. Шаповалов,* 6) К переправе через реку одновременно подошли три разбойника на левом берегу и четыре купца на правом. Каждому надо на противоположный берег. У левого берега есть двухместная лодка. Купцы не хотят оказаться в меньшинстве на одном берегу с разбойниками. Грести могут только один из купцов и один из разбойников. Каким образом им всем переправиться?

4. (*Г. Жуков, И. Раскина*, 6 – 7) В комнате находились Белоснежка и семь гномов, каждый из них, в том числе и Белоснежка, либо лжец, либо рыцарь (рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут). Первой вышла Белоснежка и сказала: «Среди гномов рыцарей больше, чем лжецов». Затем из комнаты по оче-

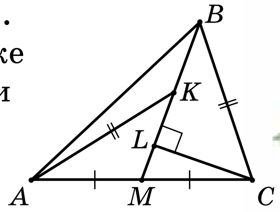


реди выходили шесть гномов, и каждый сказал: «Верно ровно одно из двух: либо все оставшиеся в комнате лжецы, либо Белоснежка – лжец». Сколько рыцарей было в комнате первоначально?

ГЕОМЕТРИЯ

5. (*Е. Бакаев*, 7) В треугольнике ABC угол A равен 30°, а угол C равен 105°. Найдите угол между медианой BM и стороной AB.

6. (*Е. Бакаев,* 7) В треугольнике ABC на медиане BM отметили точки K и L так, что $AK = BC$ и угол BLC – прямой (см. рисунок). Найдите отношение $BK : LM$.



КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

7. (*А. Шаповалов*, *Д. Калинин*, 6) Можно ли разрезать квадрат на 6 различных фигур одинакового периметра и одинаковой площади?

8. (*А. Шаповалов*, 7) У Мюнхгаузена есть четырёхугольник, в котором самая длинная диагональ равна 10 см. Он разрезал его на 4 равнобедренных треугольника. Могло ли оказаться так, что у каждого треугольника самая длинная сторона также равна 10 см?

КОМБИНАТОРИКА

9. (*А. Шаповалов*, 6) В колоде 52 карты (4 масти, 13 достоинств). Про любую пару карт одной масти или одного достоинства известно, сколько карт между ними лежит. Достаточно ли этой информации, чтобы узнать пару крайних карт колоды?

10. (*А. Шаповалов*, 6) Два старателя делят золотой песок. Сначала Ерёма делит его на 50 кучек и раскладывает их в ряд. Затем Фома берёт самую левую кучку и пересыпает в мешочек себе или Ерёме. Каждую следующую в ряду кучку берёт и пересыпает в один из мешочков тот, кому досталась предыдущая. Как только один из них получит 25 кучек, остальные кучки отдаются другому. Сможет ли Ерёма получить больше половины золота независимо от действий Фомы?

Художник Сергей Чуб

Русский медвежонок

Материал подготовил Илья Иткин

Задача 1. Какое из этих слов лишнее?

(А) плечо; (Б) глаз;
(В) бок; (Г) губа;
(Д) щека.

П.М. Аркадьев

Задача 2. Даня придумал простой способ зашифровки чисел. Число 57 он записывает как ПС, 179 – как ССД, 308 – как ТВ. Сколько разных чисел может означать запись ДО?

(А) четыре; (Б) пять;
(В) шесть; (Г) семь;
(Д) восемь.

Е.М.Кац

Задача 3. В каком из следующих предложений слово *свой* употреблено не так, как в остальных?

(А) *Войдя в язык, слово начинает жить своей жизнью.*

(Б) *Зачем ты лезешь не в своё дело?*

(В) *Дипломаты редко называют вещи своими именами.*

(Г) *Каждый переиначивает эту историю на свой лад.*

(Д) *Жители восстановили башню своими силами.*

А.С.Панина

Задача 4. В белорусском и украинском языках сохранились традиционные славянские названия месяцев. Какому белорусскому месяцу соответствует украинский *серпень*?

(А) *лістапад*; (Б) *жнівень*;
(В) *снежань*; (Г) *ліпень*;
(Д) *травень*.

А.А.Сомин

Художник Сергей Чуб

НАШ КОНКУРС («Квантик» № 9)

41. *Даны 5 карточек, на них написаны дроби* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$. *Можно использовать некоторые (или все) карточки, знаки арифметических действий и скобки. Получите таким способом все целые числа от* 0 *до* 10.

Ответ: $0=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$; $1=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$; $2=\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$;
$3=\frac{1}{2}:\frac{1}{6}$; $4=\left(\frac{1}{3}:\frac{1}{6}\right):\frac{1}{2}$; $5=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right):\frac{1}{6}$;
$6=\left(\frac{1}{2}:\frac{1}{3}\right):\frac{1}{4}$; $7=\left(\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right):\frac{1}{2}\right):\frac{1}{6}$; $8=\left(\frac{1}{3}:\frac{1}{6}\right):\frac{1}{4}$;
$9=\left(\frac{1}{2}:\frac{1}{6}\right):\frac{1}{3}$; $10=\left(\frac{1}{2}:\frac{1}{4}\right):\frac{1}{5}$.

Все числа от 11 до 20 тоже можно получить из данных карточек. Попробуйте это сделать.

42. *Загаданы четыре целых числа a, b, c, d. Разрешается выбрать любые три из них и спросить: их сумма чётная или нечётная? Как за три таких вопроса узнать, чётно или нечётно число a?*

Спросим, какова чётность чисел $a+b+c$, $a+b+d$ и $a+c+d$. Тогда мы узнаём чётность суммы этих чисел: $3a+2b+2c+2d$. Эта сумма имеет ту же чётность, что и a, поскольку отличается от a на чётное число.

43. *На Поле Чудес растут два дерева. Если закопать несколько золотых под одним из них, то к утру сумма удвоится, а если под другим – утроится. У Буратино есть* 100 *золотых, но он не знает, какое из деревьев удваивает сумму, а какое – утраивает. К утру у него должно быть ровно* 175 *золотых. Как ему этого добиться? (Он не обязан закапывать все свои золотые.)*

Ответ: под каждым из деревьев надо закопать 25 монет, а оставшиеся 50 монет не закапывать. На утро у Буратино будет $25\cdot2+25\cdot3+50=175$ монет.

Так как Буратино не знает, какое дерево удваивает, а какое утраивает, он вынужден закапывать одинаковое количество монет под обоими деревьями. Найти это количество x можно из уравнения $2x+3x+(100-2x)=175$.

44. *Имеется шахматная доска, у которой первоначально все клетки белые. Закрасим некоторые из них в чёрный цвет. Назовём раскраску изящной, если в каждой горизонтали и каждой вертикали закрашено ровно по 4 клетки (то есть обычная шахматная раскраска тоже изящная).*

Возьмём две произвольные изящные раскраски. Петя уверен, что если разрешить менять местами любые две горизонтали или любые две вертикали, то, совершив несколько таких операций, можно из первой раскраски получить вторую. Коля считает, что это не так. Кто прав?

Ответ: прав Коля.

Коля будет прав, если найдутся такие две раскраски, что из первой нельзя получить вторую. Посмотрим на две раскраски с рисунков 1 и 2. На первой найдутся две вертикали, в которых закрашенные клетки находятся на одних и тех же горизонталях. Например, это первая и вторая вертикали. Это свойство сохраняется при разрешённых операциях. Но на второй раскраске такой пары вертикалей нет. Значит, вторую раскраску нельзя получить из первой.

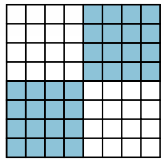


Рис. 1

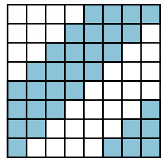


Рис. 2

45. *На плоскости отметили несколько точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько точек могли отметить, если известно, что любой треугольник с вершинами в отмеченных точках будет непременно*

а) остроугольным; б) прямоугольным;

в) тупоугольным?

Найдите все ответы и докажите, что других нет.

а) Точек может быть 3, если это вершины остроугольного треугольника, а больше быть не может. Четыре точки могут расположиться на плоскости двумя способами: либо три из них образуют треугольник, внутри которого лежит четвёртая точка, либо это четыре вершины выпуклого четырёхугольника. В первом случае один из трёх треугольников с вершиной во внутренней точке будет тупоугольным, потому что сумма трёх углов при внутренней точке равна 360°. Во втором случае среди углов четырёхугольника найдётся неострый, потому что их сумма равна 360°.

б) Точек может быть 4, если это вершины прямоугольника, а больше быть не может. Как и в предыдущем пункте, найдём тупоугольный треугольник, если есть 5 точек. Если найдётся точка внутри треугольника с вершинами в трёх других, то как в пункте а) найдётся тупой угол. Если такой точки нет, то наши пять точек образуют выпуклый пятиугольник. Сумма его углов равна 540°. Значит, один из них тупой.

в) Точек может быть любое количество. Расположим точки на маленькой дуге окружности настолько близко друг к другу, что они лежат почти на одной прямой. Ясно, что любой треугольник с вершинами в точках будет почти как эта прямая, то есть тупоугольным

ДРЕВНЕЕ ПРИСПОСОБЛЕНИЕ («Квантик» № 10)

С помощью такой верёвочки можно отмерить прямой угол. Для этого надо соединить два крайних узелка и натянуть верёвочку так, чтобы получился прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4 и 5.

НАРУШИТЕЛИ СРЕДИ СЛОВ

Петербург – дословно *город Петра*, а *Питер* – его разговорное название, существующее почти со времён основания города. В частности, использовался вариант написания «Санкт-Питер-Бурх», от которого и произошло укороченное наименование. А различие в родственных словах связано с разными традициями передачи на письме имён собственных (ср. Пётр Иванович, но Питер Пэн). Похожую ситуацию можно наблюдать с именами *Григорий – Грегори*.

ПИКАССО, ВОЛЬФ МЕССИНГ И РАНЕВСКАЯ

Выдумана история про Мессинга. В то время во Франции в ходу были не евро, а франки. А ещё читателя должны были насторожить имя и фамилия гипнотизёра Тен Амбо (прочтите их с конца).

ГЕОМЕТРИЯ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ. ЧАСТЬ 3

4. Сделаем чертёж на клетчатой бумаге, проведя также диагональ BD (рис.1). Тогда $KBMD$ – невыпуклый четырёхугольник с тремя углами по 45°. Тем самым решение задачи сводится к решению задачи 1.

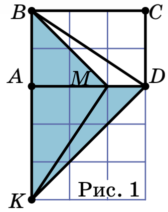


Рис. 1

5. Сделаем чертёж на клетчатой бумаге (рис. 2). Из условия следует, что $CD \perp KG$ (прямая CD перпендикулярна прямой KG). Докажем, что $GH \perp KC$. Действительно, GH и EC – это диагонали двух равных прямоугольников $GFHD$ и $EBCH$, причём чтобы наложить один прямоугольник на другой, нужно повернуть его на 90°. Таким образом, H – точка пересечения высот треугольника KCG. Значит, $KH \perp GC$.

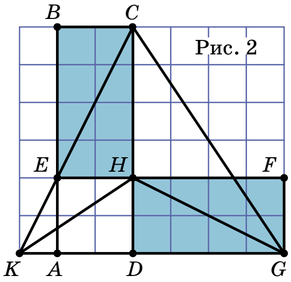


Рис. 2

6. Сделаем чертёж на клетчатой бумаге (рис. 3). Пусть прямые DP и BC пересекаются в точке M. Тогда прямоугольные треугольники DAP и MBP равны (по катету и острому углу). Следовательно, $MB = AD = BC$. Таким образом, QB – медиана прямоугольного треугольника MQC, значит, $BQ = \frac{1}{2}MC = BC$, что и требовалось.

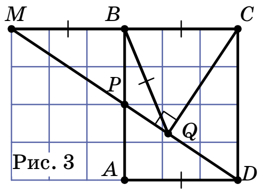


Рис. 3

Отметим, что точка Q может лежать и вне данного прямоугольника, но на приведённое решение это не влияет.

7. Сделаем чертёж на клетчатой бумаге (рис. 4). Из точки B опустим перпендикуляр BK на прямую DC, тогда $\angle KBC = \angle HBA$ (острые углы с соответственно перпендикулярными сторонами). Следовательно, равны прямоугольные треугольники KBC и HBA (по гипотенузе и острому углу), то есть прямоугольник $BKDH$ – квадрат. Значит, $S_{ABCD} = S_{BKDH} = BH^2 = 9$.

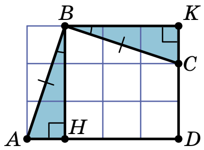


Рис. 4

8. Сделаем чертёж на клетчатой бумаге (рис. 5). Пусть $\angle BAC = \angle BCA = \alpha$. Так как $\angle DAC = 45°$, то $\angle BDA = 45° + \alpha$. Кроме того, $\angle BDE = 90°$, значит, $\angle EDA = \alpha - 45° = \angle EAD$. Следовательно, $DE = AE$.

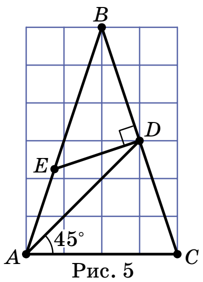


Рис. 5

9. а) Сделаем чертёж на клетчатой бумаге (рис. 6). Пусть K – середина AB, тогда $KD \parallel BF$. Если KD пересекает AP в точке N, то KN – средняя линия треугольника ABP, то есть N – середина AP. Кроме того, из равенства треугольников ABE и DAK следует, что $KD \perp AE$. Поэтому DN – высота и медиана треугольника ADP, значит, $DP = DA$.

б) Так как AED и ADP – равнобедренные треугольники с общим углом PAD при основании, то равны углы при их вершинах: $\angle AED = \angle ADP$.

в) Из доказанного в пункте а) следует, что $\angle DAP = \angle DPA$ и $\angle DPC = \angle DCP$. Значит, сумма углов четырёхугольника $APCD$ (равная 360°) равна сумме удвоенного угла APC и прямого угла. Следовательно, $\angle APC = (360° - 90°) : 2 = 135°$. Так как $\angle APB = 90°$, то сумма углов APC и BPC равна 270°, значит, $\angle BPC = 135°$.

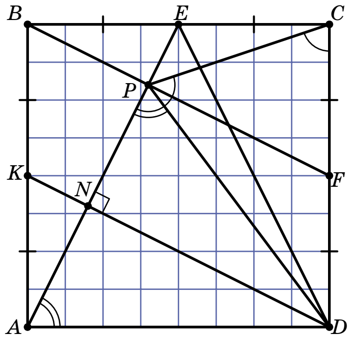


Рис. 6

XXI ТУРНИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ БОЁВ ИМЕНИ А. П. САВИНА

1. Ответ: $403 \times 5 = 2015$ и $13 \times 31 = 403$.

Всего букв 6 и возможных цифр 6. Значит, каждой цифре соответствует одна буква. Какой букве соответствует цифра 0? Все буквы, кроме буквы О, встречаются на первом месте. Значит, нулём может быть только буква О.

Так как О = 0, то первый ребус распадается на два: Ш × А = ДО и У × А = МА. В каких случаях получается двузначное число, если перемножить две разные цифры не больше 5? Это $3\times4=12$, $2\times5=10$, $3\times5=15$ и $4\times5=20$. Из четырёх вариантов только $3\times5=15$ подходит для ребуса У × А = МА, то есть У = 3, А = 5, М = 1. Для Ш остаётся одна возможность: Ш = 4.

2. Ответ: 34.

На 0 и 5 такое число оканчиваться не может (проверьте).

Найдём сначала, сколько таких чётных двузначных чисел. Если применять операцию, последняя цифра меняется по циклу: 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6... За один цикл число увеличивается на сумму цифр 2, 4, 8 и 6, то есть на 20. Так, из числа 16 за 100 циклов получится 2016. Получаем цепочку из 17 чисел 16, 22, 24, 28, 36, 42, 44, ..., 96, из которых можно получить 2016. Другая цепочка чисел к 2016 не приводит: 12, 14, 18, 26, 32, 34, 38, 46, ... 98.

Каждое чётное число получается из нечётного числа за одну операцию, причём такое нечётное число единственно. Например, $16 = 13 + 3$, $52 = 51 + 1$, $60 = 55 + 5$. Поэтому, кроме найденных 17 чётных чисел, есть ещё столько же нечётных, из которых можно получить 2016.

3. Обозначим купцов буквой «К», а разбойников – буквой «Р», умеющих грести – заглавной буквой, не умеющих – строчной. Возможный алгоритм переправы показан в таблице.

Левый берег	*Лодка*	*Правый берег*
Р р р	--------	К к к к
р р	Р →	К к к к
р р	← К к	Р к к
р к	К р →	Р к к
р к	← Р к	К к р
к к	Р р →	К к р
к к	← К к	Р р р
К к к к	--------	Р р р

4. Ответ: ни одного.

Пусть последний гном, оставшийся в комнате, – рыцарь. Тогда утверждение «Все оставшиеся в комнате –

лжецы» неверно ни в какой момент. Если Белоснежка тоже рыцарь, то все гномы лгали. Но тогда и утверждение Белоснежки неверно, и она не может быть рыцарем. А если Белоснежка лжец, то все гномы говорили правду, поэтому они рыцари. Но тогда Белоснежка сказала правду и не могла оказаться лжецом.

Итак, последним в комнате остался лжец. Если Белоснежка – рыцарь, то предпоследний гном сказал правду, поэтому остальные гномы солгали, и высказывание рыцаря-Белоснежки ложно. Остается признать, что Белоснежка – лжец. Тогда высказывания всех гномов ложны, и противоречий нет.

5. Ответ: 15°.

Из условия задачи следует, что угол ABC равен 45°. Проведём высоту CD, тогда $\angle DCB = 45° = \angle DBC$, значит, $BD = CD$ (рис. 1). В прямоугольном треугольнике ACD катет CD, лежащий напротив угла 30°, равен половине гипотенузы AC, то есть $CD = CM$. Учитывая, что $\angle DCM = 60°$, получим: треугольник CMD – равносторонний, следовательно $MD = CD = BD$, то есть треугольник BDM – равнобедренный. Его внешний угол ADM равен 30°, значит, $\angle DBM = 15°$.

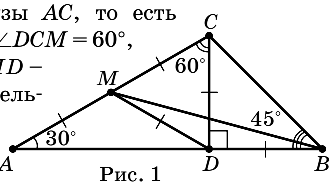


Рис. 1

6. Ответ: $BK : LM = 2 : 1$.

Продлим медиану BM и отметим точку D так, что $DM = BM$ (рис. 2). Тогда $\Delta AMD = \Delta CMB$ (по двум сторонам и углу между ними). Следовательно, $AD = CB = AK$.

В равнобедренном треугольнике DAK проведём высоту AN, тогда N – середина DK (по свойству равнобедренного треугольника). Тогда $BK = MB - MK = MD - MK = (ND + NM) - (NK - NM) = 2NM$.

Но $\Delta AMN = \Delta CML$ (прямоугольные, по гипотенузе и острому углу). Следовательно, $NM = LM$ и $BK = 2LM$.

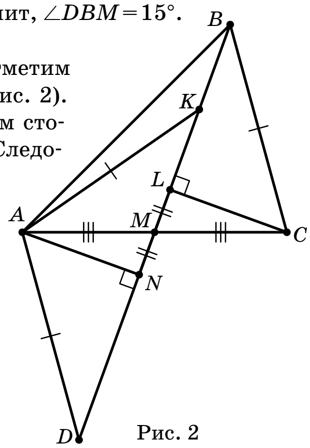


Рис. 2

7. Ответ: можно.

Рассмотрим, например, квадрат со стороной 6 и разрежем его так, как показано на рисунке 3. Каждая из шести фигур имеет площадь 6 и периметр 14.

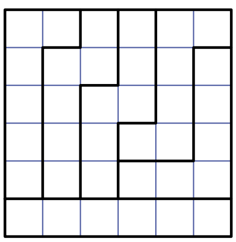


Рис. 3

8. Ответ: могло.

Например, искомый четырёхугольник $ABCD$ составлен из равностороннего треугольника ABC со стороной 10 см и равнобедренного треугольника ADC, у которого $\angle ADC \geqslant 150°$ (рис. 4). В этом случае он разрезается на треугольник ADC и три равных равнобедренных треугольника AOB, BOC и COA. У каждого из этих четырёх треугольников большая сторона равна 10 см. При этом в треугольнике ABD: $\angle ADB \geqslant 75°$, $\angle ABD = 30°$, значит, $\angle BAD \leqslant 75°$, поэтому $BD \leqslant AB = AC = 10$ см.

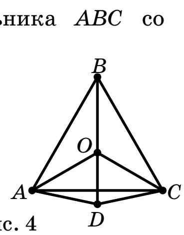


Рис. 4

9. Ответ: недостаточно.

Рассмотрим две такие колоды: в одной из них сверху лежит туз пик, затем король пик и так далее до двойки пик, затем в том же порядке все червовые, затем бубновые и трефовые карты; во второй колоде масти лежат в том же порядке, но в каждой из них карты лежат наоборот: от двойки до туза. Наборы расстояний между картами одной масти и одного достоинства для этих двух колод одинаковы. Следовательно, указанной информации не хватит.

10. Ответ: нет.

Мы покажем, что у Фомы есть способ получить не меньше половины золота независимо от действий Ерёмы. Пусть Ерёма разложил кучки, а Фома отдал первую кучку Ерёме. Если у Ерёмы нет стратегии, как в этом случае получить больше половины золота независимо от дальнейших действий Фомы, то доказывать нечего. Если же такая стратегия есть, то Фома должен взять первую кучку себе и воспользоваться этой стратегией.

РУССКИЙ МЕДВЕЖОНОК

1. Все приведённые слова обозначают парные части тела. Однако если плечо, глаз, бок и щека могут быть правыми и левыми (то есть рассматриваются в горизонтальной плоскости), то губа может быть верхней или нижней (то есть рассматривается в вертикальной плоскости). **Ответ:** (Г).

2. Чисел, первое слово в названии которых начинается на *Д*, а второе – на *О*, в русском языке **шесть**: 21 (*двадцать один*), 91 (*девяносто один*), 201 (*двести один*), 211 (*двести одиннадцать*), 901 (*девятьсот один*), 911 (*девятьсот одиннадцать*). **Ответ:** (В).

3. Во всех предложениях, кроме одного, слово *свой* относится к подлежащему: в (А) слово живёт жизнью самого слова, в (Б) дело, в которое ты лезешь, не твоё, и так далее. И только во фразе (В) слово *свой* относится к дополнению – иначе получилось бы, что вещи получают имена дипломатов. Устойчивое сочетание *называть вещи своими именами* является исключением из правил, по которым в русском языке обычно употребляется местоимение *свой*. **Ответ:** (В).

4. Традиционные славянские названия месяцев, как правило, связаны либо с природными явлениями, характерными для соответствующего времени, либо с сезонными сельскохозяйственными работами. Название украинского месяца *серпень* происходит от слова *серп*. Теперь попробуем разобраться с происхождением белорусских названий месяцев: *лістапад* – *листья* и *падать* (месяц, когда с деревьев падают листья), *жнівень* – *жать* (месяц, когда жнут, то есть собирают урожай), *снежань* – *снег* (месяц, когда выпадает много снега), *ліпень* – *липа* (месяц, когда цветут липы), *травень* – *трава* (месяц, когда всюду зеленеет трава).

Серп используют, чтобы жать. Значит, украинский *серпень* соответствует белорусскому месяцу *жнівень*. **Ответ:** (Б).

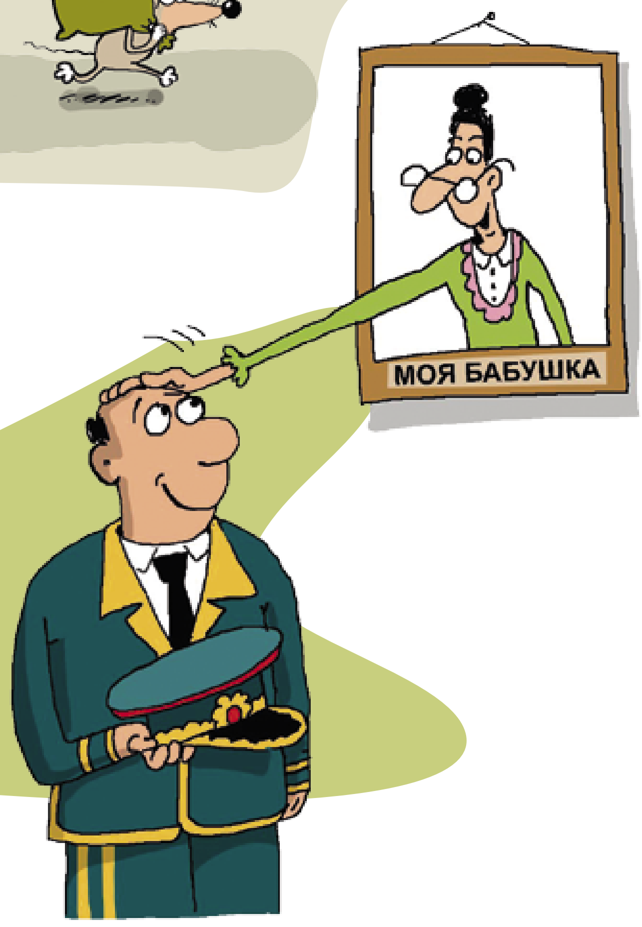
Переводы белорусских названий месяцев: лістапад – ноябрь, жнівень – август, снежань – декабрь, ліпень – июль, травень – май.

Материал подготовил
Михаил Евдокимов

Литература и математика

Предлагаем вам четыре задачи из художественных произведений известных авторов (знаете каких?). Присылайте решения до 1 декабря по адресу kvantik@mccme.ru с пометкой «Четыре задачи».

1 На мельницу доставили четыреста пятьдесят мешков ржи, по восемьдесят килограммов в каждом. Рожь смололи, причём из шести килограммов зерна вышло пять килограммов муки. Сколько понадобилось машин для перевозки всей муки, если на каждой машине помещалось по три тонны муки?



2 Стоит четырёхэтажный дом, в каждом этаже по восьми окон, на крыше – два слуховых окна и две трубы, в каждом этаже по два квартиранта. В каком году умерла у швейцара бабушка?

3 Купец купил 138 аршин чёрного и синего сукна за 540 руб. Спрашивается, сколько аршин купил он того и другого, если синее стоило 5 руб. за аршин, а чёрное 3 руб. за аршин.

4 Одному учёному нужно было узнать, сколько в пруду рыб. Для этого он забросил сеть и поймал тридцать штук. Каждую рыбу он окольцевал и выпустил обратно. На другой день он снова забросил сеть и вытащил сорок рыб, на двух из которых оказались кольца. И учёный вычислил, сколько приблизительно рыб в пруду. Как он это сделал?

Художник Николай Крутиков

Григорий Гальперин

Десять логиков в кафе

Десять друзей-логиков пошли в кафе. Каждый заранее решил заказать себе кофе или чай, но ни один не знал планов остальных. Когда друзья сели за стол, официантка громко спросила: «ВСЕМ принести кофе?», – а затем обошла логиков по одному, записывая ответы в свой блокнотик.

Каждый из друзей ответил на её вопрос либо «Не знаю», либо «Да», либо «Нет». Все ответы давались правдиво и громко, чтобы вся группа могла услышать.

а) Пусть первые девять человек ответили «Не знаю», а десятый сказал «Да». Сколько человек решили заказать себе кофе?

б) Пусть оказалось, что шестой и седьмой ответы были разными. Сколько человек ответили «Не знаю», сколько ответили «Да» и сколько ответили «Нет»? Найдите наименьшее число логиков, наверняка заказавших себе кофе, а также наименьшее число логиков, наверняка заказавших себе чай.

Художник Елена Цветаева