№ 9 | сентябрь 2017

Издаётся Московским центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 9

сентябрь 2017

ФОТОГРАФИИ ТЕНЕЙ

УРАН И НЕПТУН

САМОЕ СЕВЕРНОЕ ДЕРЕВО

Enter

ОТКРЫЛАСЬ

ПОДПИСКА НА 2018 ГОД

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА НА ОСТАВШИЕСЯ МЕСЯЦЫ 2017 ГОДА

Подписаться на журнал «КВАНТИК» вы можете
в любом отделении связи Почты России и через интернет

КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»

Самая низкая цена на журнал!

Индекс **80478**
для подписки на год

Индекс **84252**
для подписки на несколько месяцев или на полгода

«КАТАЛОГ РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ» МАП

По этому каталогу также можно подписаться на сайте **vipishi.ru**

Индекс **11348**
для подписки на год

Индекс **11346**
для подписки на несколько месяцев или на полгода

- Жители дальнего зарубежья могут подписаться на сайте **nasha-pressa.de**
- Подписка на электронную версию журнала по ссылке **pressa.ru/magazines/kvantik**
- Подробнее обо всех способах подписки читайте на сайте **kvantik.com/podpiska.html**

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 09, сентябрь 2017 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, В. А. Дрёмов, Е. А. Котко, И. А. Маховая, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Мария Усеинова

Учредитель и издатель:
Негосударственное образовательное учреждение «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
▪ Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)
▪ «Каталог Российской прессы» МАП (индексы **11346** и **11348**)
Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» на сайте **vipishi.ru**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84x108/16
Тираж: 6000 экз.
Подписано в печать: 10.08.2017
Отпечатано в типографии ООО «ТДДС-Столица-8»
Тел.: (495) 363-48-84
http://capitalpress.ru
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

СОДЕРЖАНИЕ

УРАН И НЕПТУН

	Уран	Нептун
Масса в массах Земли	15	17
Радиус в радиусах Земли	4,0	3,9
Расстояние до Солнца	19 а.е.	30 а.е.
Период обращения вокруг Солнца	84 года	165 лет
Период вращения вокруг оси	17 часов	16 часов
Известные спутники	27	14, крупный – Тритон

Они похожи почти как близнецы: практически одинаковые размеры, очень близкие массы и периоды вращения, очень похожий состав, тонкие и слабые кольца... Есть и ещё одна вещь, которая их связывает – история их открытия.

Меркурий или Сатурн были известны людям с доисторических времён, в древнем Египте жрецы уже с лёгкостью предсказывали время и место их следующего появления. А вот Уран, хоть его вполне можно разглядеть невооружённым глазом в ясную ночь, никто не замечал. Из-за большого периода обращения он слишком медленно движется относительно звёзд, чтобы кто-то обратил на него внимание. Более того, со времени изобретения телескопа в 1610 году его по крайней мере 20 раз наблюдали астрономы, записывали его координаты, зарисовывали на карты – и всё равно не замечали движения. И только в 1781 году Уильям Гершель увидел «туманную звезду» и стал следить за ней, проверяя, не комета ли это. Так была впервые открыта новая планета – Уран, и скоро Пьер Симон Лаплас вычислил её орбиту, так что можно было предсказать её движение на много лет вперёд.

Но прошло ещё полвека, и оказалось, что Уран отклоняется от этой орбиты! Адамс в Англии и Леверье во Франции независимо друг от друга предположили, что это ещё одна неизвестная планета притягивает его и «сбивает с пути». Они вычислили, где искать эту невидимку, но Адамс и вычислил не так точно, и не настаивал на своих результатах. А Леверье, который сам астрономом не был, ходил от одного наблюдателя к другому, уговаривая проверить то место на небе, которое он укажет. И в конце концов Галле, у которого была недавно нарисованная карта этого участка неба, взялся сравнить её с тем, что видно в телескоп – и в первый же час нашёл сдвинувшуюся с места «звезду». Это и был Нептун – первая планета, которую сначала предсказали теоретически и только потом нашли. Оказывается, и Нептун люди видели раньше – сам Галилей несколько раз наблюдал его в свой телескоп! – но тоже не заметили, что это планета, а не звезда.

По сравнению с Юпитером и Сатурном Уран и Нептун какие-то «гиганты-маломерки». Это потому, что газа им там, вдали от Солнца, не хватило – пока они неспешно набирали массу, весь газ «расхватали» другие планеты-гиганты, а остатки разлетелись вдаль. Так что водорода и гелия на Уране и Нептуне всего процентов 10–20, что составляет 1–2 массы Земли – а не 200 или 80, как на Юпитере или Сатурне. Зато на них вполне хватило льда – похоже, тут им ещё Юпитер помог, «подбрасывая куски» из более близкой к центру и густо заполненной области. (Юпитер ведь уже тогда хулиганил и разбрасывал всё куда попало.) Причём лёд не только обычный, водяной, но и аммиачный (NH_3), и метановый (CH_4). Так что их иногда называют *ледяными гигантами*. Но тут надо иметь в виду, что термин этот обманчив: какой уж там лёд при таком давлении и при температуре внутри планеты несколько тысяч градусов! Это не лёд, а то, во что он давно превратился со времени падения на протопланету – очень горячая и очень плотная жидкость, похожая на земную магму, только состоящая из более лёгких молекул, которая плавно – как и на «водородных» гигантах – переходит в газ по мере приближения к поверхности.

Итак, ядро этих планет (из смеси металла и камня, а не металлическое, как на Земле, и не из металлического водорода, как на Юпитере и Сатурне) составляет по разным оценкам от 0,5 до 3 масс Земли и занимает место от центра до 1/5 радиуса, атмосфера из водорода и гелия – ещё 0,5–1,5 массы Земли и ту же 1/5 радиуса, но с внешнего края; всё остальное – мантия из «льдов». Голубой цвет обеих планет объясняется, как предполагают, присутствием в верхнем слое атмосферы примеси метана, который поглощает красные и отражает синие солнечные лучи.

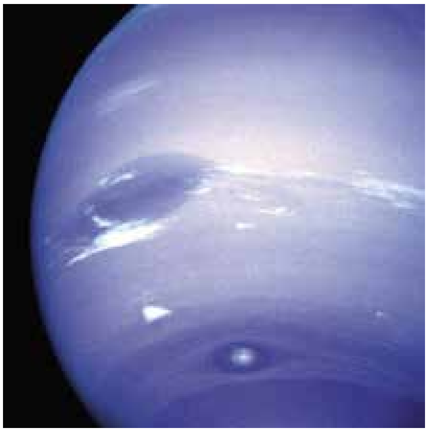
Задача. Если и ядро, и атмосфера имеют одинаковую массу (по одной массе Земли) и «занимают» по 1/5 радиуса, что же – у них, значит, одинаковые плотности?

Но между Ураном и Нептуном есть и различия. Главное – это направление вращения. В отличие от «нормально», то есть слегка наклонённого Нептуна, Уран «ходит лёжа на боку»: его ось вращения лежит почти ровно в плоскости орбиты. Поэтому практически на всей планете полгода (то есть 42 наших года!) длится полярный день и полгода – полярная ночь (почему так – см. «Квантик» № 6 и № 7 за 2016 год). От такого равномерного и постепенного прогрева и охлаждения погода на Уране очень скучная: ни штормов, ни ураганов, ни даже разноцветных полос вдоль экватора... Когда там пролетал Вояджер-2 – единственный до сих пор космический аппарат, приближавшийся к Урану и Нептуну, – был как раз разгар полярного лета, и ему не удалось увидеть ничего интересного. Лишь весной и осенью там хоть что-то происходит: вот недавно (равноденствие как раз только что прошло) появилось яркое облачное колечко (см. фото) и хоть какие-то пятна-вихри.

Уран. Снимок с Вояджера-2, сделанный во время солнцестояния.

Отчего же ось Урана так наклонилась? Никто не знает. Ведь в облаке, из которого образовались планеты, всё крутилось вокруг Солнца в одну и ту же сторону – против часовой стрелки. Вот и растущие в нём комки-планеты закручивались так же. А Уран (и ещё Венера) – нет. Как всегда в таких случаях, «ищут виноватого»: может, Уран столкнулся с чем-нибудь крупным, и это – последствия соударения. Но Венера после такого удара почти перестала вращаться, а Уран крутится

Уран. Виден белый пояс облаков и яркое облачко в другом полушарии. Снимок сделан космическим телескопом «Хаббл» сразу после равноденствия быстро, только не в той плоскости. Непонятно, когда он мог так покалечиться: если это случилось, когда Уран сам ещё был небольшим, то при дальнейшем наборе массы он должен был сильно замедлить вращение – ведь всё, что на него падало, вращалось не так, как он. А если это случилось поздно, когда Уран уже был большим, то какой же это гигант должен был в него врезаться?!

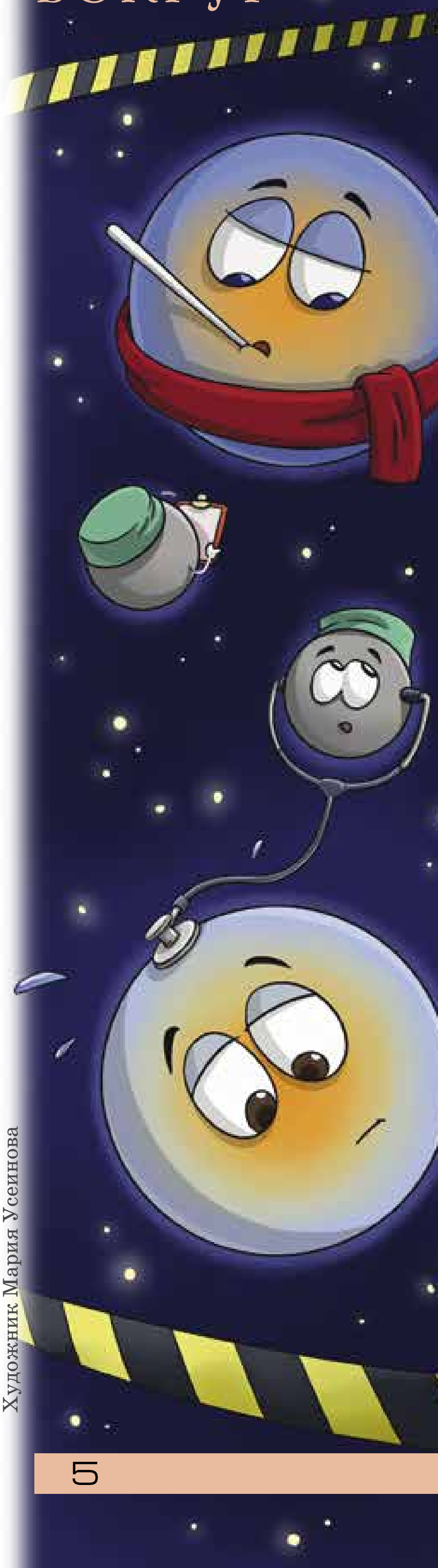


Нептун с Вояджера-2. Видно Большое тёмное пятно, облака вокруг него и небольшой шторм в южном полушарии.

А ещё Уран – самая холодная планета, холоднее даже Нептуна, который на треть дальше от Солнца: температура на поверхности опускается до 50 градусов Кельвина (примерно –225°С). И в центре, как думают астрономы, она тоже ниже, чем у всех планет-гигантов: всего 5000 К. (Да, это почти как на краю Солнца – там 6000 К. Но не думайте, что это очень много – на Сатурне, например, температура внутри достигает 12 тысяч градусов.) Даже Нептун внутри горячее: он излучает в космос в 2,5 раза больше тепла, чем получает от Солнца. Откуда берётся излишек? Может, от распада радиоактивных элементов, а может, от просачивания более тяжёлых атомов гелия в водородной атмосфере вниз, поближе к ядру. (На Юпитере и Сатурне гелий уже давно «утонул», а на Уране и Нептуне – нет.) Уран же излучает ровно столько же, сколько получил, не добавляя ни на грош своей энергии.

Почему так? Тоже неизвестно. Одни говорят, что опять виновато то столкновение, которое повернуло Уранову ось – из-за него и тепло растратилось, и Уран раньше срока остыл. Другие считают, что с Ураном-то всё в порядке, это Нептун слишком горячий для такого расстояния от Солнца – из-за большого спутника, Тритона, который «теребит» его приливными силами. Если так, то лишняя энергия «отбирается» у Тритона, орбита которого постепенно опускается всё ниже.

Окончание следует



Художник Мария Усеинова

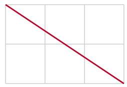
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ

ПОЧТИ ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ

Андрей Карпов

Сидел я как-то вечером дома и пытался придумать задачку для школьников. Было не так много тем, по которым я хотел бы это сделать – из «кружковской» программы меня не особенно впечатляли ни комбинаторика, ни графы, ни прочие популярные темы. Поэтому выбор пал на любимую с 8 класса геометрию на клетчатой бумаге. Я взял листок и стал рисовать.

Рис.1



Начал я с одного отрезка (рис. 1). И стал думать, что можно сделать с одним отрезком. Можно пытаться, например, рисовать многоугольники, причём такие, чтобы все их стороны были равны этому отрезку, а вершины лежали в узлах сетки. Да ещё и выпуклые, чтобы не было слишком большой свободы действий. О, это кажется интересным! Из школы я помнил, что треугольник с такими свойствами построить нельзя. Можете попробовать это доказать самостоятельно; вам помогут следующие два утверждения:

а) квадрат стороны такого треугольника (если бы он существовал) – целое число;

б) площадь такого треугольника – целое или полуцелое число.

Потом я попробовал нарисовать квадрат и в этом, естественно, преуспел (рис. 2).

После этого получилось нарисовать шестиугольник (рис. 3) (естественно, не правильный – правильный нельзя построить по тем же соображениям, что и правильный треугольник).

Ага, подумал я, тут и до восьмиугольника недалеко! Его я тоже нарисовал (рис. 4).

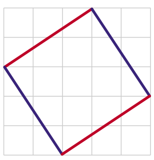


Рис. 2

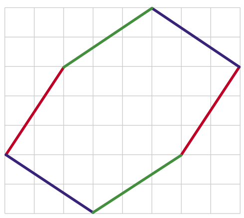


Рис. 3

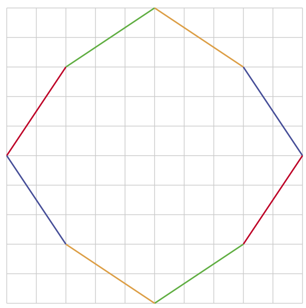


Рис.4

Теперь настало время задуматься. Что позволяет нам строить такие выпуклые многоугольники? Тот факт, что один и тот же отрезок можно расположить под разными углами. Например, для отрезка на рис. 1 возможны 4 попарно не параллельных положения, получаемых из него всеми возможными симметриями относительно линий сетки (рис. 5).

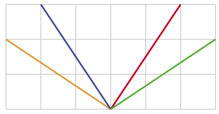


Рис.5

Заметьте: рисуя восьмиугольник, мы использовали каждое положение отрезка, причём ровно по два раза (на рисунке параллельные отрезки имеют один и тот же цвет). Когда же мы строили шестиугольник и квадрат, мы тоже не использовали никакое из положений отрезков более двух раз. Интересно, а эта закономерность сохраняется для больших многоугольников? Давайте докажем, что сохраняется.

Предположим противное – пусть нашёлся выпуклый многоугольник хотя бы с тремя сторонами, параллельными друг другу. Повернём для удобства многоугольник так, чтобы эти стороны стали вертикальными, и через каждую из них проведём прямую (красные линии на рисунке). Поскольку многоугольник выпуклый, он целиком лежит по одну сторону от каждой из прямых – либо слева, либо справа. Раз прямых три, то для двух из них он лежит по одну и ту же сторону, скажем, слева (как на рисунке 6). Тогда эти прямые должны совпадать (иначе часть многоугольника будет лежать справа от одной из них). Однако в таком случае и стороны будут совпадать, многоугольник же выпуклый!

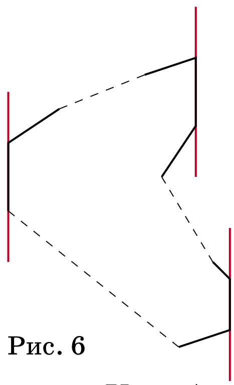
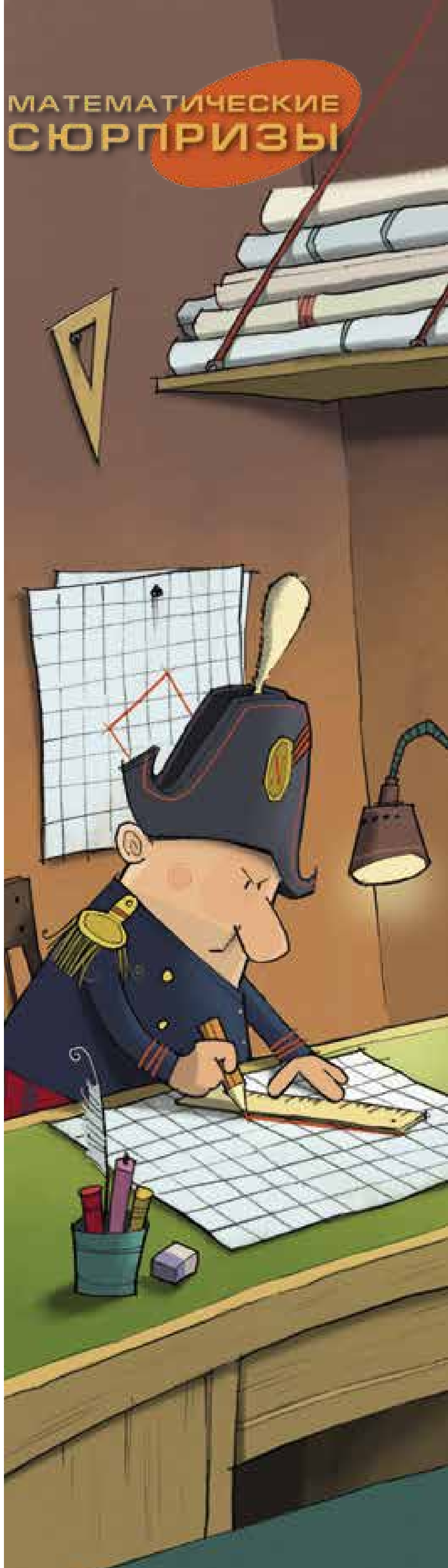


Рис. 6

«Ну вот и всё! – радостно воскликнул я. – У любого отрезка не более четырёх попарно не параллельных положений, и каждое положение встречается в многоугольнике не больше двух раз. Значит, нельзя построить выпуклый многоугольник с равными сторонами и вершинами в узлах сетки, если количество вершин больше восьми!» Но тут оказалось, что на кухне давно уже сидит папа и независимо от меня пытается решить ту же задачу. «А как же пифагоровы тройки?» – спросил он.



Я сразу всё понял. Пифагоровой тройкой называется такая тройка натуральных чисел a, b и c, что $a^2+b^2=c^2$. Тогда, взяв отрезок длины c, мы сможем расположить его вертикально, горизонтально или четырьмя способами под разными углами. На рисунке 7 показан пример для отрезка длины 5 ($5^2=3^2+4^2$).

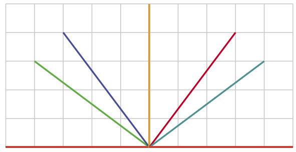


Рис. 7

Поскольку различных положений шесть, количество вершин в выпуклом многоугольнике могло бы равняться аж 12. Вот и пример такого многоугольника (рис. 8).

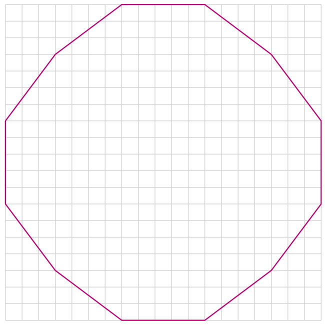


Рис. 8

А что дальше? Как получить большее возможное число сторон, то есть большее число различных положений отрезка? Я думаю, вы уже догадались: надо искать натуральные числа, *которые имеют как можно большее количество разложений в сумму двух квадратов натуральных чисел*. Действительно, если $a^2+b^2=c^2+d^2=$ $=e$, то отрезок длины $\sqrt{e}$ можно построить, например, так (рис. 9):

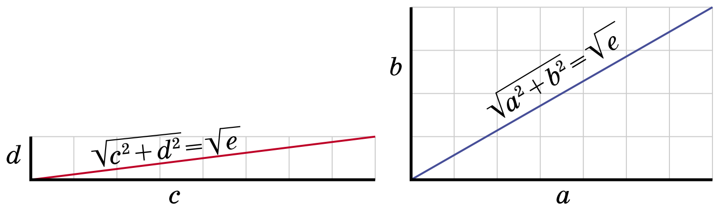


Рис. 9

В этом примере $a=7$, $b=4$, $c=8$, $d=1$, $e=65$. Заметьте, что симметриями относительно прямых, параллельных координатным осям, нельзя перевести один отрезок в другой. Тем самым эти отрезки дадут нам

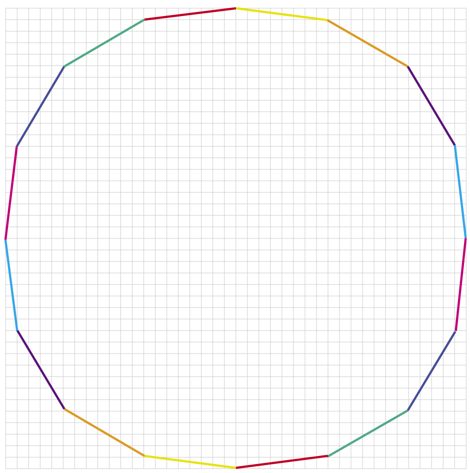


Рис. 10

восемь различных положений и возможность построить вот такой (похожий на правильный) шестнадцатиугольник (рис. 10).

Перебором на компьютере можно показать, что 65 – это наименьшее из чисел, нетривиальным образом раскладывающееся в сумму двух квадратов двумя различными способами.

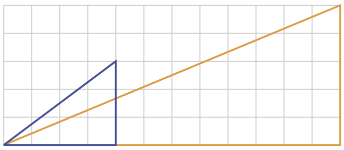
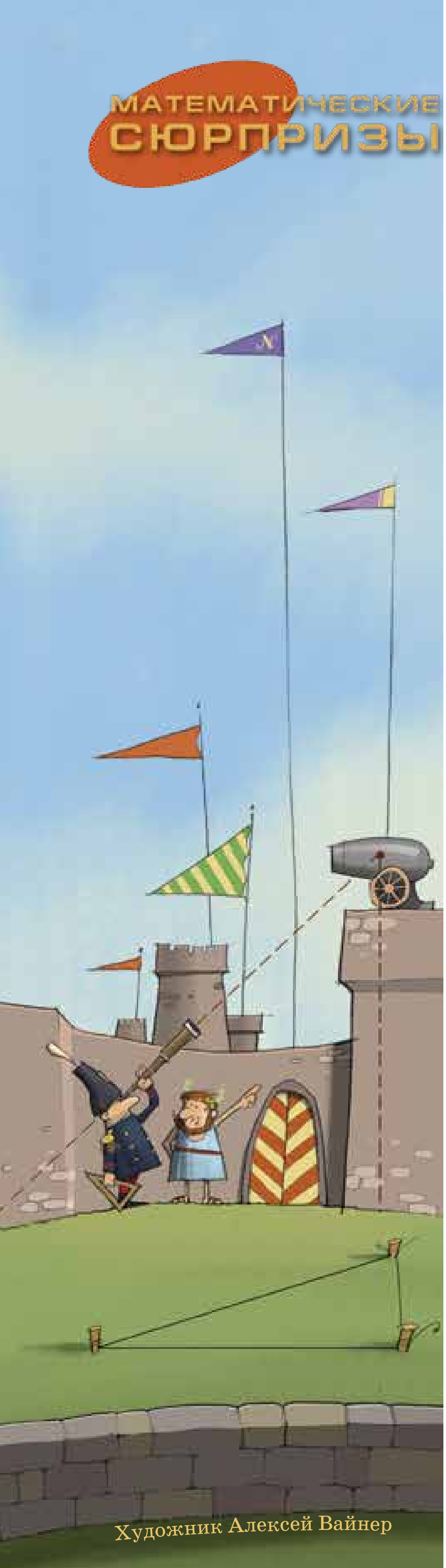


Рис. 11

Хорошо, с этим тоже понятно – можно перебирать на компьютере и искать подходящие числа. А проще можно? Можно! Для этого нам понадобятся различные пифагоровы тройки, которые дают треугольники с разными наборами углов. Например, тройки (3, 4, 5) и (5, 12, 13) (рис. 11).

Давайте подумаем, что можно сделать, скажем, с двумя такими тройками, если мы их получим. В соответствующих прямоугольных треугольниках длины катетов и гипотенуз целые. Понятно, что если увеличить все стороны первого треугольника в одно и то же число раз x, получится новый треугольник с теми же углами, что и у первого. А что если в качестве x взять длину второй гипотенузы? Ведь тогда можно «раздуть» и второй треугольник, но в y раз, где y – длина гипотенузы первого треугольника. В итоге мы получим два разных прямоугольных треугольника с равными гипотенузами (длины xy)!

Другими словами, пусть есть две пифагоровы тройки: $a^2+b^2=c^2$ и $d^2+e^2=g^2$. Рассмотрим отрезок длины cg. Его длина – целое число, а значит, его можно расположить по горизонтали и вертикали так, чтобы его концы были в узлах сетки. А ещё как? Благодаря тому, что $a^2+b^2=c^2$ и $d^2+e^2=g^2$, такие отрезки найти довольно легко: это отрезок с концами (0,0) и (ag, bg), а также отрезок с концами (0,0) и (dc, ec). Проверьте, что их длины действительно равны cg. Получается, что у нас есть как минимум три различных варианта расположения отрезка длины cg с вершинами в узлах сетки, которые не переводятся друг в друга симметриями относительно линий сетки. А это даёт не менее 10 вариантов расположения отрезка (два параллельных осям координат и восемь наклонных) и,



Художник Алексей Вайнер

как следствие, возможность построить не менее чем 20-угольник. Попробуйте построить его с помощью пифагоровых троек (3,4,5) и (5,12,13).

Может быть, набрав больше троек, удастся получить больше углов в выпуклом многоугольнике? И максимальное количество этих углов не ограничено ничем, если найти бесконечное количество разных (с точки зрения углов в соответствующих прямоугольных треугольниках) пифагоровых троек?

Рассмотрим бесконечный набор троек вида $(2n, n^2-1, n^2+1)$ при натуральных n. Во-первых, они пифагоровы: $(2n)^2+(n^2-1)^2=(n^2+1)^2$. Во-вторых, отношение катетов в соответствующих треугольниках равно $\frac{2n}{n^2-1}$. Эти дроби уменьшаются с ростом n (проверьте!), и, если брать n всё больше и больше, мы получим всё более тощие треугольники со всё меньшим углом при длинном катете.

Теперь взяв сколько нужно троек из этого набора, мы построим большой многоугольник с равными сторонами так же, как делали до этого. Сначала расположим все треугольники как на рисунке 12.

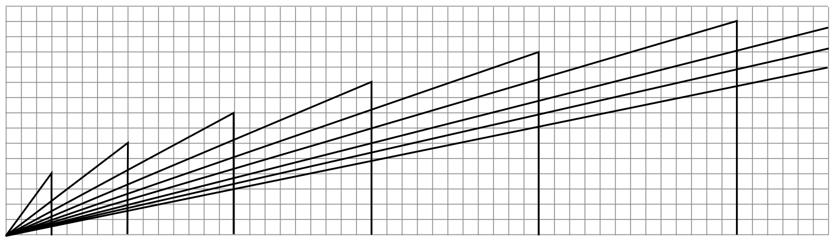


Рис. 12

Так как угол в общей вершине уменьшается с увеличением n, все гипотенузы наклонены к горизонтали под разными углами. А теперь, чтобы сделать гипотенузы равными, растянем каждый треугольник в целое число раз. Если это число-масштаб выбрать как произведение длин гипотенуз всех остальных треугольников (целое число!), то после такого растяжения длина каждой гипотенузы окажется равной произведению длин всех исходных гипотенуз. Осталось лишь, как обычно, расположить эти отрезки (и их отражения) друг за другом, так что они выстроятся в равносторонний многоугольник!

Так что число сторон в таких многоугольниках ничем не ограничено.

Михаил Гельфанд

Арабские монеты

Продолжение

В мусульманском летоисчислении используется лунный календарь, в котором продолжительность года не такая, как в солнечном календаре христианской эры. Вот ещё десять арабских монет.

1. Какой год длиннее, лунный или солнечный?

2. Весной или осенью были отчеканены первая, шестая, седьмая, десятая монеты? А третья и девятая? А четвёртая монета из этой задачи и пятая монета из предыдущей (см. «Квантик» №8, с. 15)?

3. Оцените продолжительность лунного года (в днях).

4. Попробуйте определить и эти монеты.

Присылайте решения до 1 октября по адресу **kvantik@mccme.ru** с пометкой «арабские монеты». Победителей ждут призы!

Художник Артём Костюкевич

Оглянись вокруг

Леонид Свистов

Фотографии теней

Художник Алексей Вайнер

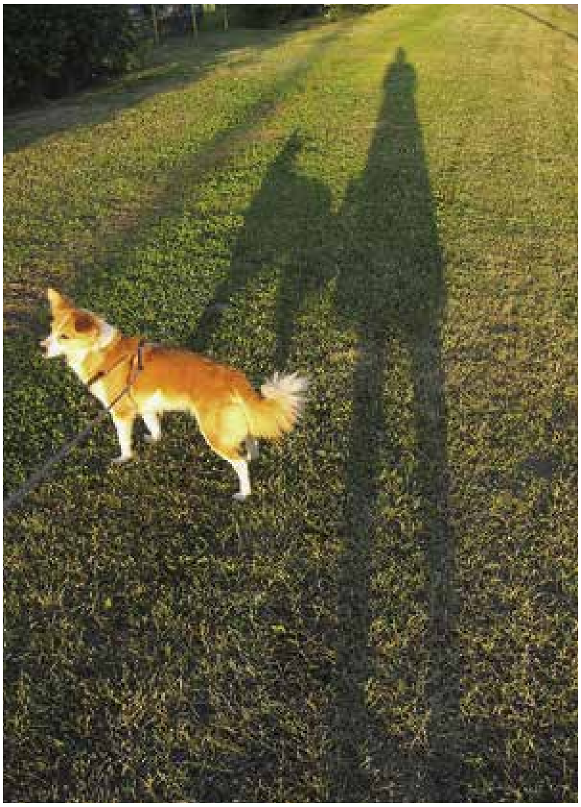
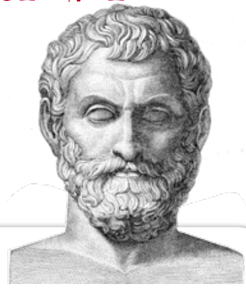


Фото 1



Теорема Фалеса

Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой его стороне (рис. 1).

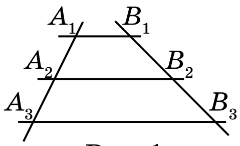


Рис. 1

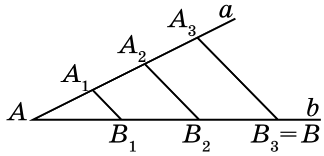


Рис. 2

Теорему Фалеса можно применять для деления отрезка на n равных частей (рис. 2 , отрезок AB).

Мне всегда философы казались большими чудаками. Их занимают вопросы, которые, на взгляд не философа, кажутся простыми и понятными. Особенно преуспели в этом древнегреческие философы. Их всерьёз занимало, догонит ли Ахиллес черепаху? Или на сколько частей можно разделить яблоко, чтобы яблоко оставалось яблоком?

Когда я учился геометрии в школе, мне казалось, что многие теоремы и так понятны или, как говорят, очевидны. Например, теорема греческого геометра Фалеса, которую мы учились доказывать на уроках.

Теорема кажется понятной и естественной без доказательства! Как проверить её экспериментально? Давайте в качестве параллельных прямых (секущих) использовать солнечные лучи, в качестве одной стороны угла – поверхность земли, а другой палку с вбитыми на равном расстоянии гвоздями. Мы ожидаем, что тень от гвоздей на земле будет на одинаковом расстоянии. Чтобы зарегистрировать результат, мы воспользовались фотоаппаратом, а палку с гвоздями заменили самим фотографом.

Результат эксперимента показан на фотографиях 1 и 2. Это тени фотографа. Тени ног длинноваты! А тень головы определённо маловата. В чём дело? Кто не прав? Фалес или экспериментатор?

В качестве подсказки мы приводим фотографию 3 той же тени, только сделанную против света.

Конечно, это ошибка экспериментатора. Линза объектива фотоаппарата проецирует на экране далёкие и близкие предметы по-разному.

Фото 2

Фото 3

Изображения далёких предметов получаются уменьшенными по сравнению с предметами, расположенными близко. На фотографии 2 к объективу ближе тень ног, а на фотографии 3 – тень головы!

Глаз человека, так же как и фотоаппарат, состоит из объектива-хрусталика и чувствительного экрана-сетчатки. Поэтому изображение всех предметов на сетчатке глаза тоже искажено! Почему же мы не замечаем этого? По-видимому, механизм зрения человека гораздо более сложный, чем механизм фотоаппарата. В нём активно участвует мозг. Мозг анализирует изображение на сетчатке глаза и получает информацию об истинных пропорциях рассматриваемого предмета. Такие исследования мозг безошибочно делает при разглядывании предметов, с которыми человек часто встречается. Видимо, тень не входит в ряд таких объектов и мозг обычного человека не справляется с получением правильной информации о пропорциях тени. Есть люди, которых интересуют тени с профессиональной точки зрения. Это архитекторы и художники. Благодаря обширной практике построения теней различных предметов на чертежах и рисунках их зрение легче справляется с задачей нахождения правильной пропорции тени.

Фото 4

Чтобы понять, что отображается на фотоплёнке или сетчатке глаза, можно с помощью линзы получить изображение яркого предмета (например, окна), см. фотографию 4.

На фотографии 5 вы видите тень человека, сидящего на верблюде. Неспециалисту в верблюдах непросто соотнести размеры верблюда и седока. Тем не менее, сделать это можно довольно просто, если сравнить размеры теней на песке с длиной верблюжьего шага (см. следы на песке).


Фото 5

Написав эту заметку, я прочитал её в классе, и одна моя знакомая сказала, что фотограф, решивший доказывать теорему Фалеса с помощью фотосъёмки, плохо продумал свой эксперимент. Снимать предметы с тенями для проверки теоремы Фалеса следует с большого расстояния. Подумав, я согласился с ней и при первом же удобном случае занялся фотоохотой. Фотография 6 – это коллаж из фотографий, сделанных из окна 12-го этажа ранним утром. Пропорции теней головы и ног пешехода на фотографиях выглядят верными, но и тут не обошлось без сюрпризов! Ступни ног людей дают неожиданно большие тени, в то время как руки часто кажутся тоньше, чем можно было бы ожидать. Попробуйте объяснить эти наблюдения.


Фото 6

Фото А. Варшавская, Л. Свистов

Игорь Акулич

КАКАЯ ЧУДНАЯ ИГРА

– Э, э! это, брат, что? отсади-ка её назад! – говорил Чичиков.

– Кого?

– Да шашку-то, – сказал Чичиков и в то же время увидел почти перед самым носом своим и другую, которая, как казалось, пробиралась в дамки; откуда она взялась, это один только Бог знал. – Нет, – сказал Чичиков, вставши из-за стола, – с тобой нет никакой возможности играть!

Н.В. Гоголь.
«Мёртвые души». Глава четвёртая

– Привет, Васька! Что это у тебя на столе навалено?

– Что, Петька, сам не видишь? Шесть карточек с цифрами:

1 2 3 4 5 6

– Это я вижу. А это, на чертёжном листе? Скобки, звёздочки, крестики, точки…

– Не крестики, а плюсы! И не точки, а знаки умножения. Это – *игровое поле*:

$$(\ast + \ast) \cdot (\ast + \ast) \cdot (\ast + \ast)$$

– Так ты играть собрался? Когда? С кем?

– Да хоть сейчас. Хоть с тобой.

– А как?

– Объясняю правила. Ты берёшь любую карточку и кладёшь её поверх любой звёздочки. Потом я любую из оставшихся карточек кладу на любую свободную звёздочку. И так далее по очереди выкладываем карточки, чтобы в итоге получилось арифметическое выражение – произведение трёх сумм. Если это значение окажется равным 240 – я победил, а если нет – то ты.

– Всего-то? И я первый хожу? Тогда тебе крышка. Спорим на что хочешь.

– Давай на мороженое.

– Нет, на пять мороженых. И при этом ты даже можешь запретить мне делать первый ход любыми тремя

карточками! Говори, с каких мне нельзя начать.

– Вообще-то всё равно... Ну, пусть будут единица, двойка и тройка.

– Хорошо. Вот, получи!

– А вот ответ!

– И вот получи!

– И вот ответ!

– Тогда вот получи!

– Э, э! это, брат, что? отсади-ка её назад!

– Кого?

– Да карточку-то!

– А почему? Разве я что-то нарушил?

– Ну... хотя, честно сказать, вообще-то нет...

– Тогда не тяни – делай последний ход, и всё тут! А теперь беги за мороженым. Только сразу пять не бери. По одному отдавать будешь.

К читателю.

Не будем спрашивать, каким образом Вася собирался выиграть. Дело в том, что эта задача уже была подробно рассмотрена в журнале «Квантик» № 12 за 2016 год («Наш конкурс», задача № 18, автор Е. Бакаев, решение см. в «Квантике» № 2 за 2017 год).

А вот на другие вопросы попробуйте ответить:

1) О чём Вася забыл предупредить соперника, излагая условие?

2) Какую карточку Петя выложил первой?

3) Какое число получилось в результате?

Художник Александра Будилкина

Тени от стульев

Объясните, как стулья могут отбрасывать такие странные тени? Ведь их количества явно не совпадают. Картинка основана на реальном случае, в ответах мы приведём исходное фото.

Автор Василий Птушенко
Художник Маргарита Кухтина

Саша Прошкин и самое северное дерево

Иван Кобиляков

Экспедиция на Таймыр подходила к концу. Биологи Заповедника провели учёт редких птиц и теперь собирались в обратный путь. Да и Саше Прошкину нужно было скорее возвращаться домой – в школе начался учебный год. Мальчик надеялся, что ему простят опоздание, когда он расскажет обо всём, что увидел в каникулы.

С каждым днём природа стремительно теряла свои краски: пожухли травы, начали опадать листья с тундровых кустарников и кустарничков. А однажды утром Саша вышел из палатки и увидел, что падает снег и ветер быстрее обычного гонит облака по небу, приближая начало зимы.

«Хорошо бы где-нибудь отыскать дров и разжечь костёр, а то совсем замёрзнем», – подумал мальчик. Он немного побродил вокруг, и ему на глаза попалось небольшое кривоватое деревце. Оно одиноко стояло посреди тундры, и усилившийся ветер обрывал последние жёлтые листочки-иголочки с тонких ветвей.

Саша Прошкин вернулся в палатку за топором и случайно разбудил биолога Михаила Зверева. Как только учёный понял, в чём дело, то быстро выбрался из спальника, оделся и попросил показать находку. По дороге Михаил размахивал руками и кричал, стараясь заглушить ветер:

– Ты хоть понимаешь, какое дерево ты чуть не загубил?! В тундре не растут деревья! Здесь для них слишком неблагоприятный климат. В том месте, где мы сейчас находимся, температура может падать до –60 °C! Лето длится всего два месяца – за этот короткий период растения должны успеть подрасти и размножиться. Но даже в тёплое время года сделать это довольно сложно: часто

бывают заморозки, дуют сильные ветры и к тому же почва успевает оттаять всего на полметра... А глубже под землёй уже начинается мерзлота, в которой корни не могут расти. Дерево, которое ты обнаружил, – может быть, самое северное на Земле! А ты хотел его срубить!

Саше Прошкину стало стыдно. Он никогда бы не подумал, что маленькое деревце может иметь такое большое значение для науки... Когда они пришли, Михаил Зверев внимательно осмотрел находку и сказал:

– Как я и предполагал, перед нами *лиственница Гмелина*.

Биолог измерил высоту дерева – она оказалась чуть больше полутора метров – и сверился со своим навигатором. Прибор показывал 72°46'30'' северной широты[1].

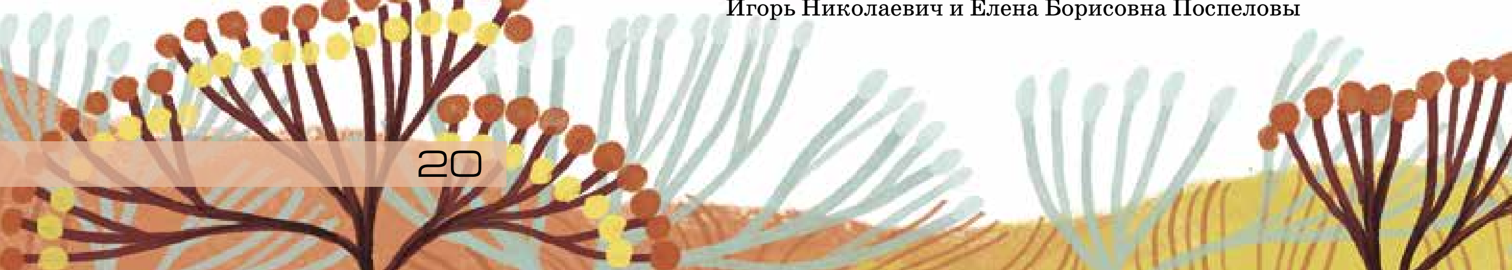
– Как же эта лиственница здесь выросла? – спросил Саша.

– Лиственница Гмелина очень хорошо приспособлена к северным условиям, – стал объяснять Михаил Зверев. – От сильных ветров её спасает мощная поверхностная корневая система, которая удерживает дерево в земле. Эти корни могут несколько лет провести в замороженном состоянии, а потом снова начать расти.

– Значит, вся сила лиственницы в корнях... – задумчиво проговорил мальчик.

– Ты прав, – согласился учёный, – но и крона удивительна. Вместо того чтобы бороться с ураганными ветрами, она под них подстраивается. Со стороны, где ветры «бьют» по лиственнице чаще всего, ветки растут плохо, зато с противоположной их много и они довольно большие. Такие кроны называют *флагообразными*. Они как флаг – направлены туда, куда дуют преобладающие ветры.

[1] Самую северную прямостоящую лиственницу совсем незадолго до Саши Прошкина обнаружили геоботаники Игорь Николаевич и Елена Борисовна Поспеловы



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Саша Прошкин ещё раз посмотрел на деревце, которое чуть не срубил на дрова... Оно было таким маленьким, что древесины едва хватило бы на самый крошечный костёр. То ли дело – лиственницы, которые растут в тайге. Их раньше даже использовали для строительства домов. Саша поделился своими наблюдениями:

– Я заметил, что кроны лиственниц бывают очень непохожими, – сказал он. – Чем ближе к тайге, тем лиственницы выше и прямее. А здесь, на границе с тундрой, они совсем маленькие и кривые.

– Ты молодец! – похвалил Михаил своего наблюдательного друга, – одна и та же древесная порода может выглядеть совсем по-разному в зависимости от окружающих природных условий. Может быть, ты удивишься, но к северу отсюда тоже растут лиственницы Гмелина. Только они и вовсе не напоминают деревья, потому что стелятся по земле, словно кусты. Такая форма роста лиственниц называется *стлаником*.

Снег шёл всё сильнее, и ветер окреп не на шутку. Раньше снежинки падали на землю и тут же таяли, а теперь снежное покрывало становилось всё толще.

– Пойдём-ка в палатку греться, – предложил Михаил Зверев.

– А как же дрова и костёр?

– У меня есть газовая горелка. Вскипятим чай, и станет теплее...

Мальчик с радостью согласился. Он уже порядком замёрз. На обратном пути к палатке он думал о том, что лиственницы Гмелина похожи на часовых, которые стерегут границу между тундрой и таёжным лесом. Чуть позже за чашкой чая он узнал от биолога, что такая граница действительно существует.

– Учёные внимательно следят за границей леса, – рассказал Михаил Зверев Саше. – За последние 80 лет прямостоящие лиственницы стали расти на несколько километров севернее. Значит, на планете за это время стало немножко теплее.

– Но ведь одно деревце это ещё не лес?

– Ты прав. Лиственница, которую мы сегодня видели, – всего лишь одинокое деревце посреди тундры. К югу отсюда на широте 72,5° расположены островки леса, которые называются Ары-Мас и Лукунский. Оба они охраняются нашим Заповедником, потому что это самые северные массивы леса в мире! Граница сплошных лесов проходит ещё южнее. Её мы увидим по дороге домой. Надо скорее возвращаться, а то погода совсем испортится. Да и в школе тебя уже, наверное, заждались...

Допив чай, участники экспедиции расселись по лодкам и поплыли в обратный путь.

Фото Иван Кобиляков, Игорь Поспелов
Художник Ольга Демидова

КАК БУСЕНЬКА ДЕЛИЛА СЕКРЕТ

Константин Кохась

Дверца, ведущая в погреб, открылась и на пороге появилась мышь Огрыза.

– Всё по плану, – кивнув собравшимся, сказала Огрыза, – он заказал доставку и сборку на 11 утра.

– Ну Кузька, теперь вся надежда на тебя, – сказала Бусенька. – Устанавливать сейф Злобнопотам будет у себя в подвале. Твоя задача – узнать название модели сейфа. Оно может быть написано на задней стенке сейфа, в инструкции пользователя, на чеке, но скорее всего, – просто на коробке. Проберись туда и запомни последние 4 символа.

– Я добуду их во что бы то ни стало! – пафосно сказал Кузька и отправился на задание.

Прошло не более получаса, и Кузька радостно доложил:

– Модель сейфа – 19ДЗ!

– Что ещё за ДЗ? – проворчала Огрыза.

– Серьёзная модель, – объяснил дятел Спятел, – цельнометаллическая конструкция из легированной стали, защита от высверливания, антикувалдное покрытие, новейший электронный кодовый замок, который к тому же очень прост в обращении – ключом к сейфу является число от 1 до 8.

– От 1 до 8? Да мы подберём код за 4 секунды! – сказала Огрыза.

– Не советую, – возразил дятел Спятел. – Сокращение ДЗ означает «динамитный замок» – он взрывается, если ввести неверный код. Поэтому прежде чем открывать сейф, стоит заранее узнать правильный код. А правильный код хозяин сейфа устанавливает по своему усмотрению.

– Всего-то, – сказала Бусенька, – тогда за дело! Навеем Злобнопотаму правильное усмотрение!

* * *

Огрыза, Кузька, Горгулий и Ушася удобно расположились на диване. Дятел Спятел взмахнул дирижёрской палочкой, поклонился зрителям и торжественно отдёрнул занавеску. Бусенька осторожно

выглянула в окно. Убедившись, что Злобнопотам удобно устроился на коврике под дверью и приготовился подслушивать, она громко спросила:

– Так какие у тебя проблемы с секретной комбинацией?

– Видишь ли, – тоже громко ответил дятел Спятел, – в жизни всякое бывает. Я хочу, чтобы в экстренном случае мои друзья – Огрыза, Ушася, Кузька – имели бы возможность открыть мой сейф.

– Ну так скажи им код от замка.

– Но я не хочу из своего сейфа делать проходной двор! – воскликнул дятел Спятел и, отвернувшись от зрителей, трагически произнёс в окно. – Мне не нужно, чтобы в моём сейфе мог рыться кто угодно и когда угодно!! Конечно, я должен сообщить каждому какой-то секрет про кодовую комбинацию, но я не хочу, чтобы они знали сам код. Я хочу, если можно так выразиться, поделить мой секретный код на 3 секретные части, то есть сообщить моим друзьям три таких секрета, чтобы они смогли открыть сейф, только если соберутся все втроём, а вдвоём или поодиночке у них ничего не получилось бы.

– Скажи им какие-нибудь числа, которые в сумме дают код. По отдельности эти числа не имеют никакого отношения к коду. Пока все владельцы частей секрета не соберутся вместе, они не узнают сумму, и значит, не смогут открыть замок.

– Замечательная идея! Но постой… я же забыл про тебя и Горгулия! Впрочем… толпиться впятером возле сейфа – слишком тесно. Как ты думаешь – почти прокричал дятел Спятел, – нельзя ли поделить мой секрет на пять частей так, чтобы любые трое (или больше) из вас смогли открыть сейф, объединив свои секретные данные, а любые двое – не могли?

– Сложная задача, – голосом опытного лектора сказала Бусенька, – но, кажется, я знаю, что нужно делать! Для примера давай я объясню тебе ещё один способ поделить секрет на троих. Заведём табличку, в которой Огрызе, Ушасе и Кузьке выделим по отдельному столбцу. Напишем в каждый столбец число 2, потом в первый и второй столбец впишем 3, во второй и третий – 5, в первый и третий – 7. Теперь каждому дадим произведение чисел, записанных в его столбце. Тогда Огрыза получит число 42, Ушася получит 30, а Кузька – 70. Это и есть части секрета. Ты поговоришь с каждым своим другом наедине и в знак высокого доверия сообщишь ему секретное число.

А потом, собрав всех вместе, ты скажешь, что ключ к сейфу – это наибольший общий делитель всех чисел, которые ты им сообщил.

ОГРЫЗА	УШАСЯ	КУЗЬКА
2	2	2
3	3	
	5	5
7		7
42	30	70

– Нет-нет, – перебил дятел Спятел, – это очень важный момент, нужно добавить пафоса. Я приглашу их всех к себе и торжественно объявлю: дорогие друзья, ключ к сейфу – это наибольший общий делитель всех чисел, которые я кон-фи-ден-ци-ально сообщил каждому из вас!

– Да, это будет сильная сцена, – согласилась Бусенька. – Но вернёмся к нашему примеру, здесь НОД(42, 30, 70) = 2. Мы-то этот ответ знаем заранее, потому что именно число 2 мы записали в каждый столбец таблицы. Ты ведь можешь сам задавать код сейфового замка?

– Могу! Я могу поставить такой код, какой захочу!

– Вот и прекрасно. Ты задаёшь секретный код «2» и сообщаешь части секрета друзьям. В отличие от тебя твои друзья смогут узнать код, только если встретятся все втроём. Если же встретятся только двое и подсчитают НОД своих чисел, у них получатся совершенно другие ответы: у Кузьки и Огрызы НОД(42, 70) = 14, у Ушаси и Огрызы НОД(42, 30) = 6, а у Ушаси и Кузьки НОД(30, 70) = 10.

– Потрясающе! А зачем мы перемножили числа? Всё равно наши друзья начнут раскладывать числа на множители. Давай сразу дадим им список множителей!

– Во-первых, чтобы искать НОД, раскладывать на множители не обязательно. А во-вторых, ты учти:

они ведь собираются грохнуть твой сейф. Пусть хотя бы немного поработают!

– Да, пожалуй, мой сейф – это не коробочка с мусором, пусть поработают! Но вот что ещё меня беспокоит: когда собираются двое, наибольший общий делитель их чисел обязательно делится на НОД всех трёх чисел, то есть на мой секрет! Если Кузька и Огрыза вычислят, что их НОД равен 14, то они догадаются, что число 14 слишком велико для значения секрета, и начнут перебирать его делители, а их очень мало – 1, 2 и 7. Всего три варианта! Они почти угадали мой секретный код!

– Тогда давай усложним эту схему. Возьмём числа покрупней, а кодом будет не сам НОД, а, например, его остаток при делении на 9. Теперь соображения с величиной числа не сработают.

Кроме того, если вписать в табличку большее количество чисел, то НОД будет иметь много делителей, и перебирать их будет бесполезно.

– Большие числа... А вдруг они ошибутся, пока всё это вычисляют?

– У сейфа динамитный замок! Не ошибутся!

– А ты не забыла, что мне нужно разделить секрет не на три, а на пять частей? Не представляю себе, как это всё можно реализовать и при этом не запутаться! – пожаловался дятел Спятел раскрытому окну.

– Да запросто! Вот смотри: выпишем большой список простых чисел. Есть у тебя листок бумаги?

Да, спасибо, вот выписываю, ну, допустим..., не обязательно же брать все простые числа подряд: **19, 37, 73, 109, 127, 163, 181, 199, 307, 379, 433, 487, 523, 541, 577, 631, 757, 811, 883, 937, 991.**

Ага, получилось 21 число. Хватит, пожалуй. У нас есть пятеро друзей, между которыми мы делим секрет. Заведём таблицу с 5 столбцами. Выберем одно из чисел и запишем его в каждом столбце – это число (точнее, его остаток) задаёт код сейфа. Дальше рассмотрим всевозможные пары друзей – (первый, второй), (первый, третий), ..., (четвёртый, пятый) – всего получится 10 пар. И дальше раскладываем оставшиеся 20 чисел по этим парам – два числа в первый и второй столбец, ещё два числа – в первый и третий и т.д.

Когда таблица заполнена, перемножим числа в каждом столбце – это и будут части секрета. Вот и всё!

1	2	3	4	5
937	937	937	937	937
127	127			
883	883			
631		631		
757		757		
...	...	...	...	...
			109	109
			433	433

– Постой-постой, дай-ка я проверю, – сказал дятел Спятел и, взяв бумажку с числами, подошёл к окну. – Допустим, Огрыза и Горгулий вычисляют свой НОД. Секретное число у каждого из них содержит много простых множителей. Среди этих множителей есть общий множитель a, который мы дали всем, а также два простых числа b и c, которые мы дали только им двоим. Получается, что их НОД равен abc. И они знают, что мой секрет – это какой-то делитель этого НОДа, то есть какое-то из чисел 1, a, b, c, ab, bc, ac, abc. Восемь возможностей! Прекрасно! Им ни за что не угадать нужный вариант!

– А если встретятся трое, их секреты будут иметь ровно один общий простой делитель – то число, которое мы дали всем друзьям. Значит, втроём они уже смогут узнать код!

– Ещё нужно будет поделить его с остатком на 9, – добавил дятел Спятел, – ой-ой, сквозняк! держи! хватай, улетает!! – И с этими воплями дятел Спятел, для убедительности опрокинув стул, аккуратно отпустил за окно листок бумаги со списком простых чисел. Листок, покачиваясь и переворачиваясь, стал не спеша опускаться вниз. Раздавшийся снизу хруст веток и тяжёлые быстрые удаляющиеся шаги подтвердили, что письмо нашло своего получателя.

Когда шум и шорохи утихли, сидевшие на диване и до сих пор не проронившие ни звука Огрыза, Кузька, Горгулий и Ушася дружно зааплодировали.

– Ну хорошо, теперь мы знаем код от его сейфа, – сказал Кузька, – а зачем он нам?

Художник Инга Коржнева

Олимпиады

Русский медвежонок

Материал подготовил Илья Иткин

1. Из скольких опер состоит тетралогия Рихарда Вагнера «Кольцо Нибелунга»?

(А) из двух; (Б) из трёх;
(В) из четырёх; (Г) из пяти;
(Д) из шести.

П.М. Аркадьев

2. – *…Этот кальян вым…н…л, или, правду сказать, вым…н…л я у английского путешественника, – он принадлежал Шах-Аббасу.*

Какие гласные буквы мы пропустили в этой цитате из повести А.А. Бестужева-Марлинского «Лейтенант Белозор»?

(А) *е-и, е-я*; (Б) *е-я, е-и*; (В) *и-а, е-я*;
(Г) *а-и, е-я*; (Д) *е-я, а-и*.

Б.Л. Иомдин, И.Б. Иткин

3. Стихотворение французского поэта Шарля Леконта де Лиля «Огненная жертва» в переводе Иннокентия Анненского начинается следующим двустишием:

С тех пор, как истины приял люди свет,
Свершилось 1618 лет.

Как, скорее всего, читается в этом стихотворении число 1618?

(А) тысяча шестьсот восемнадцать;
(Б) тысяча шестьсот осемнадцать;
(В) тыща шестьсот восемнадцать;
(Г) тыща шестьсот осемнадцать;
(Д) тысяча шестьсот осьмнадцать.

И.Б. Иткин, С.И. Переверзева

Художник Николай Крутиков

4. Каким глаголом можно продолжить ряд глаголов: *молоть*, *пороть*, *нести*, … ?

(А) *рубить*; (Б) *полоть*;
(В) *городить*; (Г) *сеять*; (Д) *есть*.

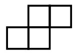
Е.А. Ренковская

НАШ КОНКУРС («Квантик» № 7, 2017)

51. *Известно, что в некотором **84 году количество сред равнялось количеству пятниц. Верно ли, что при этом и число четвергов такое же?*

Ответ: да. Заметим, что **84 год високосный, так что в нём помещаются 52 полные недели и ещё два дня. Таким образом, пять дней недели повторяются одинаковое число раз, а два соседних дня (воскресенье и понедельник также считая соседними) – на один раз больше. Значит, среда и пятница входят в эти пять дней недели, а с ними и четверг.

52. *Какое наименьшее количество клеток надо отметить на доске 9×9 так, чтобы среди любых четырёх клеток, образующих фигуру на рисунке, была хотя бы одна отмеченная клетка? (Фигуру можно поворачивать и переворачивать.)*



Ответ: 16. Отметим клетки как на рисунке 1. Легко убедиться, что любая фигура, расположенная на доске, будет накрывать ровно одну отмеченную клетку. Значит, 16 клеток достаточно. Чтобы доказать, что меньшего количества не хватит, разместим на доске 16 непересекающихся фигур (рис. 2). Каждая из них должна содержать хотя бы одну отмеченную клетку, значит, отмеченных клеток не меньше 16.

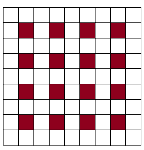


Рис. 1

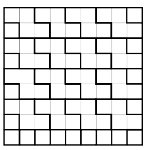


Рис. 2

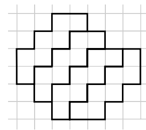
53. *В стране лжецов и рыцарей (рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут) десяти жителям выдали различные числа от 1 до 10. Потом каждого спросили: «Делится ли ваше число на 2?». Утвердительный ответ дали 3 человека. На вопрос «Делится ли ваше число на 4?» утвердительный ответ дали 6 человек. На вопрос «Делится ли ваше число на 5?» утвердительно ответили 2 человека. Сколько было лжецов и какие у них были числа?*

Ответ: 4 лжеца, их числа – 2, 5, 6 и 10.

Посмотрим, кто мог дать разные ответы на вопросы «Делится ли ваше число на 2?» и «Делится ли ваше число на 4?». Это жители с числами, делящимися на 2 и не делящимися на 4, то есть 2, 6, 10. Однако на вопрос о делимости на 4 ответило на 3 жителя больше. Значит, все трое с числами 2, 6, 10 – лжецы.

Итак, на вопрос «Делится ли ваше число на 5?» ответили «Да» лжецы с числами 2 и 6, все остальные ответили «Нет». Значит, есть ещё лжец с числом 5, остальные – рыцари.

54. *Разрежьте бумажную клетчатую фигуру на рисунке по линиям сетки на несколько одинаковых, каждая из которых состоит более чем из одной клетки.*



Нужное разрезание приведено на рисунке.

55. *Найдите наибольшее целое число с таким свойством: все его цифры различны, и у числа, в 8 раз большего, тоже все цифры различны.*

Ответ: 1234567890. Будем искать не само число, а в восемь раз большее (оно тоже должно быть максимально возможным). Самое большое число с различными цифрами – 9876543210, но оно не делится на 8. Следующие по убыванию числа с различными цифрами – 9876543201 и 9876543120. Первое тоже не делится на 8, а второе делится и даёт при делении число 1234567890, которое и будет ответом в задаче.

АРАБСКИЕ МОНЕТЫ («Квантик» № 8, 2017)

Монеты довольно разнообразны, но, присмотревшись, можно увидеть иногда годы, записанные европейскими цифрами, а иногда – похожие по стилю и частично совпадающие группы из четырёх арабских знаков. Выпишем их.

(1) 1974 – 1394; (2) ١٩٧٣ – ١٣٩٣; (3) ١٩٨٠ – ١٤٠٠;
(4) 1974 – ١٣٩٤ (на разных сторонах);
(5) ١٩٦٧ – ١٣٨٧.

Из первой монеты ясно, что разница в летоисчислении составляет 580 лет. Таким образом, мы сразу можем ответить на второй вопрос: Мухаммед переселился в Медину в 580 году христианской эры (на самом деле, этот ответ не вполне правильный, но мы уточним его в следующих задачах).

Из сопоставления первой и четвёртой монет мы сразу понимаем, что ١٣٩٤=1394. Чтобы отождествить цифры, надо понять, в каком направлении записываются арабские даты. Все они совпадают в первой цифре, и большинство – во второй. Стало быть, это, скорее всего, тысячи и сотни, и, тем самым, направление такое же, как и в европейских датах. Теперь мы знаем четыре цифры: ١ = 1, ٣ = 3, ٩ = 9, ٤ = 4. Дальше можно действовать по-разному, например так. Дата второй монеты 1393 хиджры, стало быть, 1973 год христианской эры, откуда ٧ =7. Теперь смотрим на третью монету: 19٨٠ – 14٠٠; получаем, что ٨ + 2 = 10 + ٠. Стало быть, ٠ = 0 и ٨ = 8. Наконец, глядя на десятки пятой монеты, заключаем, что ٦ + 2 = ٨, и ٦ = 6.Теперь мы можем полностью ответить на первый вопрос:

(1) 1974 – 1394; (2) 1973 – 1393;
(3) 1980 – 1400; (4) 1974 – 1394; (5) 1967 – 1387.

Теперь попробуем ответить на третий вопрос: (1) 5 чего-то; (2) ٥ чего-то; (3) ٢ чего-то;
(4) 10=١٠ чего-то; (5) ١٠ =10 чего-то.

Мы не знаем, как правильно, ٥=2, ٢=5 или, наоборот, ٢=2, ٥=5 (все остальные цифры мы уже знаем). Но посмотрим на два варианта рядов цифр, от 0 до 9, соответствующих этим двум гипотезам: ٠١٥٣٢٤٦٧٨٩ и ٠١٢٣٤٥٦٧٨٩.

Второй ряд кажется более естественным (посмотрим на начало: 1-2-3 = ١٢٣), стало быть, вторая монета – это «2 чего-то», а третья – «5 чего-то». Видно, кстати, что, хотя мы привычно называем наши цифры «арабскими», лишь немногие из них прямо восходят к арабским прототипам.

Наконец, ответим на четвёртый вопрос – вот что это за монеты: (1) Марокко, 5 сантимов; (2) Египет, 5 мильемов; (3) Египет, 2 пиастра; (4) Мавритания, 10 ouguiya (أوقية); (5) Египет, 10 пиастров.

СЛОМАННАЯ ТЕНЬ («Квантик» № 8, 2017)

Посмотрим, чем освещены разные части китайской палочки. Например, края палочки освещены всем диском Солнца, а её середина находится полностью в тени. То есть, с точки зрения середины палочки, диск Солнца полностью загорожен веткой. Значит, части палочки по бокам от её середины освещены Солнцем, частично загороженным веткой. При этом с одной стороны палочка освещена только левым краем диска, выглядывающим из-за ветки (если считать ветку расположенной вертикально), а с другой – правым (рис.1, *а* и *б*). Поэтому тень палочки по разные стороны от середины смещена в противоположных направлениях, каждый раз в сторону тени от ветки (рис. 2, буквами *а* и *б* отмечены срезы палочки, освещённые левым и правым краями диска). Так возникает слом тени.

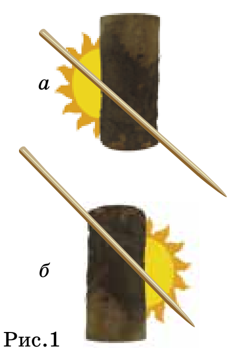


Рис.1

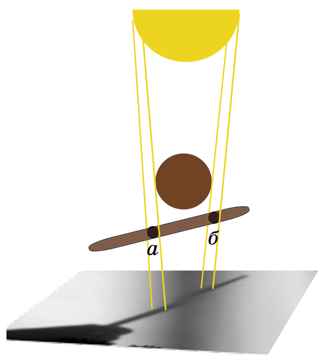


Рис. 2

Можете проверить, что ничего подобного не происходит при освещении точечным источником, например светодиодным фонариком.

УРАН И НЕПТУН

Конечно, нет! Ведь объём сферического слоя зависит не только от его толщины, но и от радиуса – например, на большой воздушный шар нужно больше резины, даже если толщина шарика одна и та же. (По той же причине, например, на большую коробку потратится больше картона, чем на маленькую коробочку из картона той же толщины.) Можно сравнить объёмы атмосферы и ядра: объём шара пропорционален его радиусу в кубе. Значит, объём ядра равен $(1/5)^3 = 1/125$ от объёма планеты, а объём атмосферы $1 - (4/5)^3 = (125 - 64)/125 \approx 1/2$ объёма планеты, примерно в 60 раз больше. Если массы равны, то плотность атмосферы во столько же раз меньше.

КАКАЯ ЧУДНАЯ ИГРА

На всякий случай повторим беспроигрышную (на первый взгляд) стратегию Васи. Он мысленно разбивает числа на карточках на три пары: (1 и 2), (3 и 5), (4 и 6). После того как Петя помещает одно из чисел вместо звёздочки в каких-либо из скобок, Вася покрывает парным к нему числом вторую звёздочку в тех же скобках. В результате полученное значение оказывается равным $(1+2)\cdot(3+5)\cdot(4+6) = 240$ (и хотя внешне оно может выглядеть иначе, от перестановки слагаемых в скобках и самих сомножителей-скобок результат не меняется). Так что Петя вроде бы обречён на поражение.

Но Петя заметил, что в условии требуется не писать числа от 1 до 6 взамен звёздочек, а закрывать звёздочки карточками. Вася не назвал ему значения цифр на карточках и не предупредил, что карточки переворачивать нельзя, потому Петя имеет полное право считать, что на последней карточке изображена не шестёрка, а девятка. И выложив её, он не даст образовать произведение 240. Отсюда и Петина самоуверенность, и великодушное разрешение Васе запретить ему (Пете) ходить с трёх любых карточек. Вася, помнится, запретил единицу, двойку и тройку.

Это позволяет определить 1-й ход Пети. Если бы Петя пошёл с четвёрки, то Вася тут же поставил бы на парную звёздочку шестёрку – и положение Пети безнадёжно. А если бы Петя пошёл с той самой шестёрки, перевернув её и обратив в девятку? Тогда у Васи был бы замечательный контрход: перевернуть само игровое поле (или обойти его с другой стороны) и положить на парную звёздочку четвёрку! Здесь вступает в действие изложенное Васей правило: «...выкладываем карточки, чтобы в итоге получилось арифметическое выражение – произведение трёх сумм». После того как выложена первая же карточка с цифрой, не являющейся шестёркой, сразу становится ясно, где верх, где низ, и дальше ничего перевернуть нельзя. В результате Вася победит.

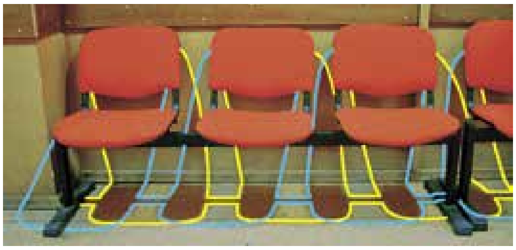
Таким образом, первый ход Пети однозначен: он положил пятёрку. Вася, не подозревая будущего коварства соперника, согласно своей стратегии выложил на вторую звёздочку в той же скобке тройку. Дальше (в соответствии с диалогом – см. выше) ещё по одному ходу сделали без эксцессов: Петя положил единицу либо двойку, а Вася – двойку либо единицу.

Пока для Васи всё складывается успешно, и он предвкушает победу (и мороженое). Но здесь – гром среди ясного неба: Петя выставляет перевёрнутую шестёрку. И для Васи это крах. Он покрывает последнюю звёздочку четвёркой (а что ещё делать-то?), в результате чего полученное выражение оказывается равным $(1+2)\cdot(3+5)\cdot(4+9)=312$. Петя победил.

ТЕНИ ОТ СТУЛЬЕВ

Приведём фото, которое послужило прообразом задачи-картинки:

Тень от каждого сиденья должна быть шириной примерно с само сиденье (по крайней мере, не у́же). Имея это в виду, легко увидеть настоящие тени от сидений (обведены голубым и жёлтым на следующем фото): стулья, как видно, освещались одновременно с двух сторон и отбрасывали по две тени (на фото даже видно, что они немного разного цвета). А то, что мы сначала приняли за тени, – это их пересечения.



РУССКИЙ МЕДВЕЖОНОК

1. Как известно всем любителям классической музыки, тетралогия выдающегося немецкого композитора Рихарда Вагнера (1813 – 1883) «Кольцо Нибелунга» состоит из четырёх опер: «Золото Рейна», «Валькирия», «Зигфрид» и «Гибель богов». Однако для решения задачи этого знать не нужно, достаточно лишь вдуматься в значение слова *тетралогия*. Понять, что оно значит, можно, вспомнив известный из курса стереометрии термин *тетраэдр* (четырёхгранник) и слово *трилогия* («цикл, состоящий из трёх частей»). Таким образом, тетралогия – это цикл, состоящий из четырёх частей. **Ответ:** (В).

Греческий корень *тетра-* «четыре» – дальний родственник русского числительного *четыре*.

2. В русском языке есть глаголы *выменять* и *выманить*; *выменять* означает «получить в обмен на что-то другое», а *выманить* – «обманом заставить отдать что-то». Определить, в каком порядке идут эти глаголы в реплике героя повести, позволяет оборот *правду сказать*: так говорят, признаваясь в не очень хорошем поступке (в данном случае – в обмане). **Ответ:** (Д).

3. Русский перевод стихотворения написан шестистопным ямбом; чтение числа 1618 должно укладываться в 8 слогов. В вариантах (А) и (Б) содержится на один слог больше. Варианты (В) и (Г) подходят по количеству слогов, но не соответствуют схеме ударения: сочетание *тыща шестьсот* содержит ударения на первом и четвёртом слоге, а не на первом и третьем. И только вариант *тысяча шестьсот осьмнадцать* подходит и по количеству слогов, и по ритму. *Осьмнадцать* – устаревший вариант названия числа 18. **Ответ:** (Д).

4. Глаголы *молоть*, *пороть* и *нести* образуют устойчивые сочетания с существительными *чепуха*, *чушь*, *ерунда* и их синонимами. Среди вариантов ответа тем же свойством обладает только глагол *городить*: *Прекрати городить чепуху!* **Ответ:** (В).

НАШ КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем
заочном математическом конкурсе.

Итоги прошлого конкурса будут опубликованы в 11-м номере. А теперь, с началом нового учебного года, мы начинаем новый конкурс!

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 октября электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com** или обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы.

Желаем успеха!

I ТУР

1. Когда поезд едет из Москвы в Ярославль, буфет находится в 7-м вагоне от головы, а когда из Ярославля в Москву – в 13-м. Сколько вагонов в этом поезде?

2. У Умного Кролика есть участок квадратной формы 8×8, состоящий из 64 одинаковых грядок 1×1. На некоторых грядках он выращивает капусту, а на остальных морковь (пустых грядок нет). Известно, что рядом с каждой капустной грядкой ровно две капустные, а рядом с каждой морковной ровно две морковные (грядки находятся рядом, если они соседние по стороне). Может ли доля капустных грядок составлять а) ровно половину; б) более 60% от общего числа грядок?

Авторы: Сергей Волчёнков (1), Михаил Евдокимов (2), Виктор Дрёмов и Александр Перепечко (3), Константин Кноп и Ксения Рушинская (4)

3. В тайную лабораторию собираются послать 10 существ, часть из них – сумасшедшие учёные, остальные – безрукие големы. В течение недели каждое утро каждый учёный будет пришивать каждому голему по одной новой руке, после чего големы пойдут на алмазные копи и вечером принесут оттуда по алмазу в каждой руке. Сколько должно быть сумасшедших учёных, чтобы големы насобирали за неделю максимальное количество алмазов?

4. Имеются 100 шариков, из которых два титановых, а остальные нет. Титан-тестер умеет за одну проверку тестировать ровно два шарика. Если хотя бы один из шариков титановый, у тестера загорается лампочка (иначе лампочка не горит). Как найти оба титановых шарика за 52 проверки?

5. а) Квадрат площади 10 разрежьте на несколько частей, из которых можно сложить прямоугольник 2×5.

б) Существует ли такое разрезание этого квадрата всего на три части?

(При подготовке разрезания используйте, если нужно, карандаш, линейку и циркуль.)

Художник Николай Крутиков

ДВОЙНОЙ МАТРАСИК

Когда у меня родился второй сын, ему от первого «в наследство» досталась кроватка, однако матрасик полностью был «израсходован» предыдущим хозяином. Купить новый в те времена было очень затруднительно, но у меня был кусок поролона для утепления двери. Удивительно, что соотношение сторон и у двери и у кроватки было одно и то же, а именно 2:1, но ещё более удивительно было то, что площадь поролона была ровно в 2 раза больше площади необходимого матрасика. После некоторых размышлений я придумал способ разрезания поролона на 5 частей, из которых можно собрать два нужных прямоугольника: склеив их, я смог соорудить матрасик вдвое толще, чем дверная обивка. Найдите такой способ.

Автор Лев Емельянов • Художник Николай Воронцов

ISSN 2227-7986 17009

9 772227 798169