№ 1 | январь 2018
Издаётся Московским центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК
ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№1
январь
2018

МЯЧИ И ТРУБКИ, или ЧТО ТАКОЕ ФУЛЛЕРЕНЫ

ЁЛОЧКА С ПОЧТОВОЙ МАРКИ

ЛЕДЯНЫЕ ЧУДЕСА

Enter

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

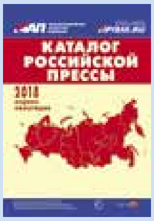
Подписаться на журнал «КВАНТИК» вы можете в любом отделении связи Почты России и через интернет!

КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»

Индекс **84252** для подписки на полгода или на несколько месяцев полугодия

Самая низкая цена на журнал!

«КАТАЛОГ РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ» МАП



Индекс **11346** для подписки на полгода или на несколько месяцев полугодия

По этому каталогу также можно подписаться на сайте **vipishi.ru**

Жители дальнего зарубежья могут подписаться на сайте **nasha-pressa.de**

Подробнее обо всех способах подписки читайте на сайте **kvantik.com/podpiska.html**

Кроме журнала редакция «Квантика» выпускает альманахи, плакаты и календари загадок

Подробнее о продукции «Квантика» и о том, как её купить, читайте на сайте **kvantik.com**
У «Квантика» есть свой интернет-магазин – **kvantik.ru**

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 01, январь 2018 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С.А.Дориченко
Редакция: В.Г.Асташкина, В.А.Дрёмов, Е.А. Котко, И.А.Маховая, А. Ю. Перепечко, М.В.Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Вёрстка: Р.К.Шагеева, И.Х.Гумерова
Обложка: художник Мария Усеинова

Учредитель и издатель:
Негосударственное образовательное учреждение «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
• Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)
• «Каталог Российской прессы» МАП (индексы **11346** и **11348**)
Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» на сайте **vipishi.ru**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 5000 экз.
Подписано в печать: 14.12.2017
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ООО «ИПК Парето-Принт»,
Адрес типографии: 170546, Тверская обл., Калининский р-н, с/п Бурашевское, ТПЗ Боровлево-1, 3«А»
www.pareto-print.ru
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

СОДЕРЖАНИЕ

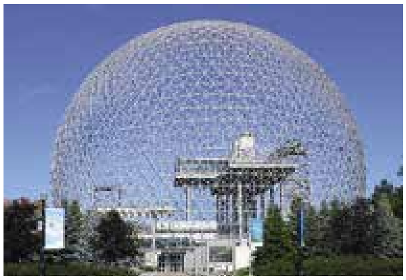
Марина Молчанова

МЯЧИ и ТРУБКИ, или что такое ФУЛЛЕРЕНЫ

Фуллерены – чуть ли не самые известные и необычные вещества из открытых в конце XX века. Мы попытаемся рассказать о том, чем они известны и почему необычны.

ДВА ПРЕДИСЛОВИЯ

История первая. В 1967 году посетителей Всемирной выставки в Монреале поразил павильон США – здание в форме сферы, собранной из множества треугольников. Его архитектором был изобретатель Ричард Бакминстер Фуллер. Благодаря ему такие купола скоро стали популярными по всему миру – когда-то можно было видеть одну из построек Фуллера и в московском парке «Сокольники». Эти сооружения прочны, легко собираются, хорошо подходят для строительства в ветреных местностях, да и просто красивы. Кстати, похожие конструкции, только поменьше и попроще, есть и на многих детских площадках.



История вторая. В сентябре 1985 года в Техас приехал британский учёный Харольд Крото. Он изучал химические процессы в атмосфере некоторых звёзд и узнал, что в Техасском университете Райса у профессора Ричарда Смолли есть установка, позволяющая исследовать кластеры (скопления) атомов. Крото, Смолли и их соавтор Роберт Кёрл решили попробовать, не получится ли на этой установке что-нибудь похожее на результаты «звёздных» наблюдений. Взяли графит – всем известный материал карандашного грифеля. Испарили его с помощью лазера, охладили пары и проанализировали... Исследование казалось рядовым, никто и представить не мог, что эти дни изменят не только современную астрономию, но и физику, химию, науку о материалах и даже медицину.

Чтобы понять, какова связь между этими историями и при чём тут фуллерены, понадобится немножко химии и даже математики.

ЧТО МОЖНО ПОСТРОИТЬ ИЗ УГЛЕРОДА?

Жизнь на Земле устроена так, что главный химический элемент в ней – углерод. Именно он – основа всех биологических молекул. Но в них есть и другие атомы – водород, кислород, азот… А вот какими могут быть структуры, где нет ничего, кроме углерода?

Издавна известны две кристаллические формы углерода – алмаз и графит. В кристаллах алмаза (рис. 1) каждый атом образует одинаковые связи с четырьмя соседями, и получается очень твёрдая и устойчивая структура. В графите (рис. 2) атомы расположены слоями, слабо связанными между собой. Поэтому-то мы и можем писать графитовыми карандашами – при нажатии часть слоёв остаётся на бумаге.

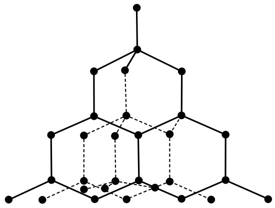


Рис.1

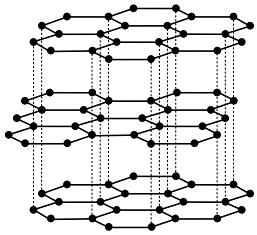
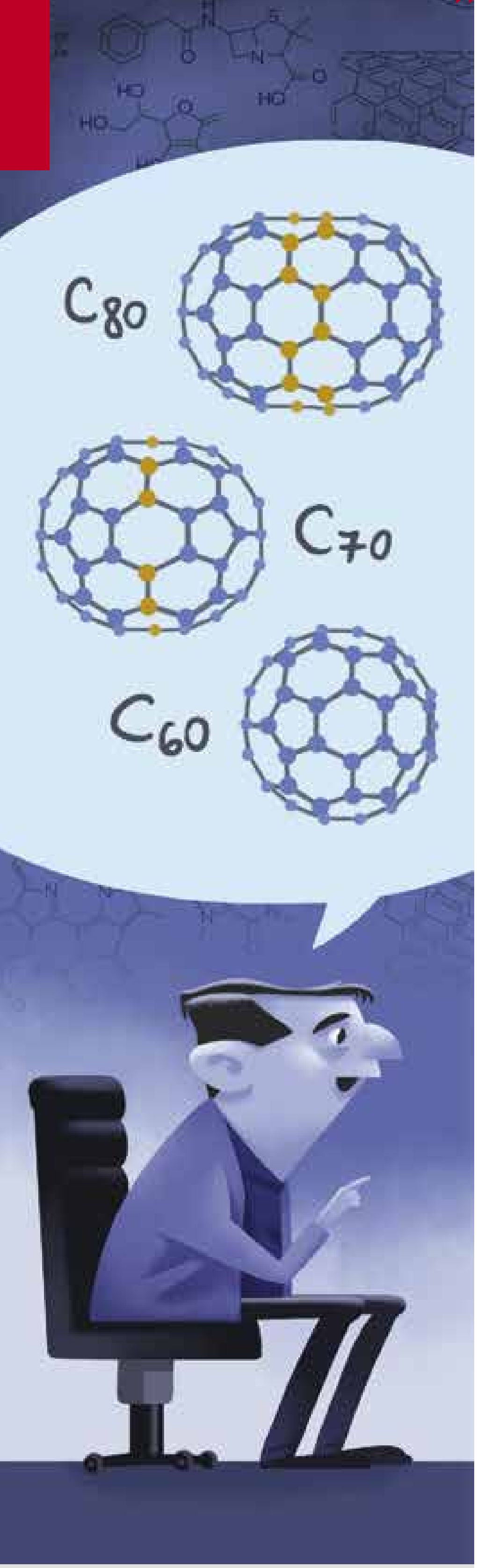


Рис. 2

Оказывается, есть и другие формы углерода. В 60-е годы XX века химики получили карбин – в нём углеродные атомы располагаются в виде линейных цепочек. Примерно тогда же был открыт лонсдейлит – немного изменённый алмаз. А вот отдельная молекула из нескольких десятков атомов углерода казалась продуктом фантазии.

Правда, у некоторых учёных эти фантазии всё же возникали. Ещё в 70-е годы XX века японский исследователь Осава предсказал, что такие молекулы возможны. Но его статью (на японском!) не прочли ни в Европе, ни в Америке. А советские учёные провели теоретические расчёты для воображаемой молекулы из 60 атомов – но статья на русском языке вновь не привлекла внимания. И сейчас споры «кто был первым» так же абстрактны, как споры об открытии Америки: всё равно для европейцев её открыл Колумб, а фуллереновый «материк» для нас открыли Крото, Смолли и Кёрл.

Поставив эксперимент, эти учёные обнаружили, что из паров графита в небольших количествах образуются неизвестные вещества. В основном – вещество, молекула которого состоит (это легко установить) ровно из 60 атомов углерода. Но не было прямых данных о том, как устроена эта молекула. Её надо было придумать.



И была придумана симметричная структура, которая потом подтвердилась (рис. 3). Она, как футбольный мяч, «сшита» из пятиугольников и шестиугольников.

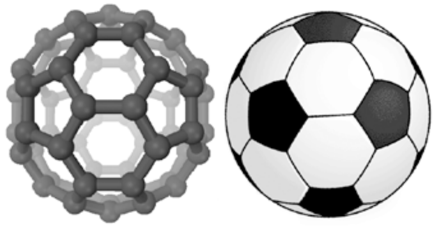


Рис. 3

А вот на мысль о таком строении отчасти натолкнули именно купола Бакминстера Фуллера (в них действительно можно видеть шестиугольники, составленные из треугольников!)[1]. И в его честь вещество назвали *бакминстерфуллереном*. Сначала название вызвало недоумение: «Ведь про этого Фуллера почти никто не знает!». «Теперь узнают», – ответил Крото.

Молекула из 60 атомов – хоть и самый известный, но не единственный фуллерен. Есть целое семейство похожих молекул. Уже в первых опытах было обнаружено и вещество, молекула которого состоит из 70 атомов углерода. Зная про футбольный мяч, придумать возможные варианты здесь было уже проще: достаточно вставить по экватору «поясок» из 10 дополнительных атомов. Только мяч выйдет немного вытянутым – как для регби (рис. 4).

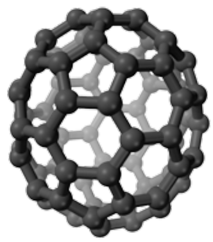


Рис. 4

Дальше дело пошло быстро. Через пять лет после открытия фуллеренов их научились получать в достаточно больших количествах – несколько граммов. Открыли фуллерены с самыми разными количествами атомов углерода. Исследовали их свойства. Нашли их следы в природе – оказывается, они образуются при горении природного газа и разрядах молний. И, наконец, круг замкнулся – фуллерены, открытие которых началось с космических исследований, действительно были обнаружены и в космосе.

ФУЛЛЕРЕНЫ КАК МНОГОГРАННИКИ

Не только химики, но и математики любят фуллерены – это примеры красивых многогранников, для которых можно делать разные расчёты. Для матема-

[1] Говорят, что И. В. Станкевич – один из учёных, проводивших в 70-е годы XX века расчёты этой молекулы, – предсказал её из своих соображений: «22 здоровых мужика часами пинают футбольный мяч, и с ним ничего не делается. Молекула такой формы должна быть очень крепкой».

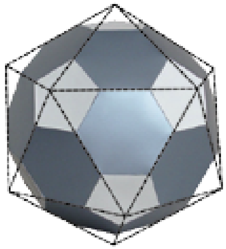


Рис. 5

тика молекула бакминстерфуллерена – это усечённый икосаэдр (рис. 5), грани которого – правильные пятиугольники и почти правильные шестиугольники. Из каждой из 60 вершин выходит по три ребра, поэтому общее число рёбер – $60 \cdot 3/2 = 90$. А число граней можно найти по формуле Эйлера $В - Р + Г = 2$, где $В$, $Р$ и $Г$ – соответственно числа вершин, рёбер и граней. Получаем 32 грани, из них 12 пятиугольников и 20 шестиугольников.

У других фуллеренов в каждой вершине тоже сходится по три ребра и тоже есть только пятиугольные и шестиугольные грани. Но может быть другое число вершин – поэтому будут другие числа рёбер и граней. Однако можно доказать, что пятиугольных граней всегда будет ровно 12 – попробуйте это сделать.

Самый «маленький» фуллерен содержит 20 атомов углерода и имеет форму додекаэдра, то есть у него только пятиугольные грани. Правда, такая молекула химически малоустойчива и в природе не встречается. Фуллеренов из нечётного числа атомов не существует (подумайте, почему). Оказывается, нет и фуллеренов из 22 атомов. Из 24 атомов – всего один, из 26 – тоже один. А дальше их число растёт очень быстро: ведь пятиугольные и шестиугольные грани могут располагаться как угодно, не обязательно симметрично. Компьютерные расчёты дают, например, 40 вариантов для 40 атомов, 1812 для 60 атомов и почти 300 тысяч для 100 атомов. Конечно, далеко не все эти молекулы получены химиками, да это и не нужно.

ДРУГИЕ ФОРМЫ

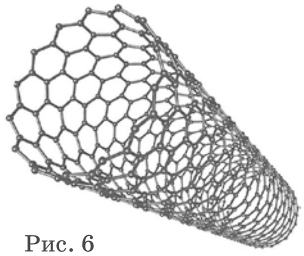
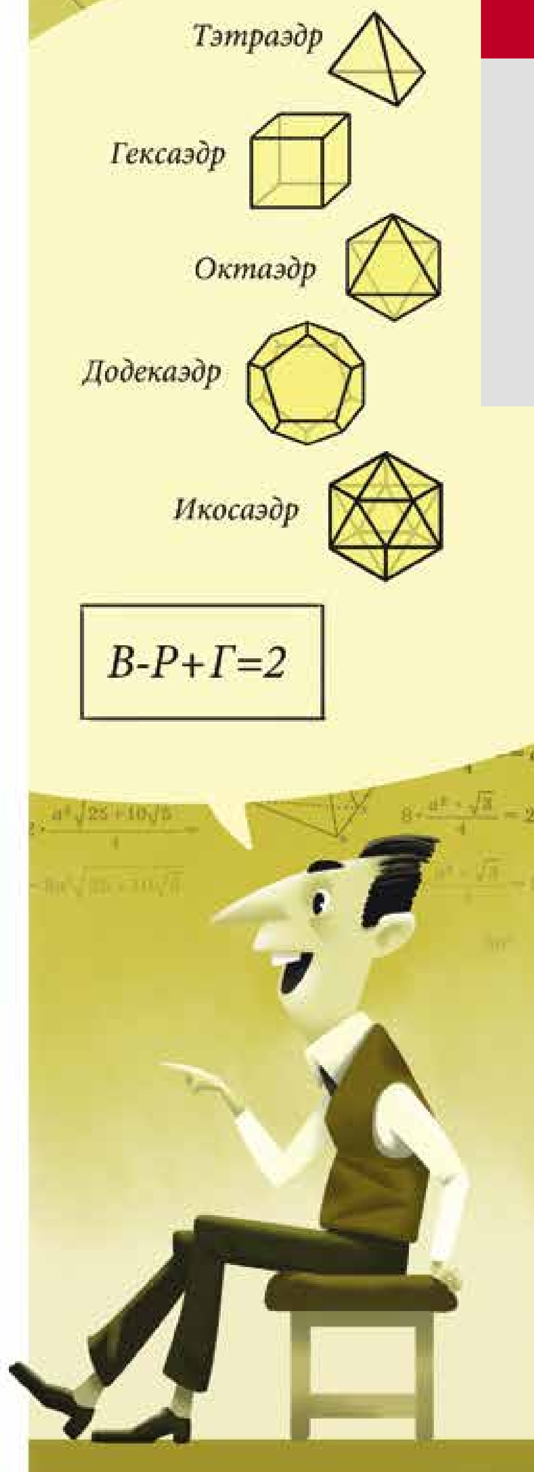


Рис. 6

Почему бы не попытаться делать молекулы не в виде шариков, а виде длинных трубок из шестиугольников? Такие структуры назвали *нанотрубками*. «Нано-» – потому что их диаметр порядка нанометра, то есть одной миллиардной доли метра. А вот длина может быть очень большой, до миллиметров и даже сантиметров.

Дальше – больше. Трубки можно вкладывать друг в друга – тогда говорят о многостенных нанотрубках



Художник Мария Усеинова

типа «матрёшек». Можно сделать многостенную трубку и по-другому – в форме свитка. Можно снаружи насадить шарик-фуллерен на стенку трубки – такой вырост называют почкой, а можно вложить несколько молекул фуллеренов внутрь трубки, и эта структура, конечно, называется стручком. Можно поместить один фуллереновый шарик внутрь другого и третьего – это нанолуковица. Можно внутри шарика или трубки расположить «начинку» из других атомов (это, в частности, очень важно для медиков, так как помогает доставлять лекарственную начинку в нужное место организма). И чем дальше, тем больше идей.

А если представить себе нанотрубку, которую разрезали вдоль стенки и расправили на плоскости? Получится структура из шестиугольников, похожая на один слой атомов в графите. Такой материал из одного «графитового» слоя существует, он был открыт не так давно и назван графеном. Но это уже другая история.

ЭТО ВСЁ ХОРОШО, А ГДЕ ЖЕ ПОЛЬЗА?

Добавки фуллеренов в чугун, сталь, полупроводники, керамику, полимеры улучшают характеристики этих материалов или придают им новые свойства. Постоянно появляются публикации о возможностях применения фуллеренов в медицине – от ранозаживляющих повязок до средств против СПИДа и опухолей (но, к сожалению, пока мы далеко не всё знаем об их воздействии на организм и о возможных рисках). А если говорить про нанотрубки, то это прежде всего сверхпрочные микроскопические стержни и нити. Вполне возможно, что когда-нибудь из них удастся сделать трос толщиной в волос, который будет удерживать груз в сотни килограммов. Есть и другие удивительные свойства: например, из нанотрубок создано самое чёрное из известных веществ – оно поглощает свет эффективнее, чем самый чёрный уголь. Уже сейчас нанотрубки включаются в состав сложнейших научных приборов, используются в микроэлектронике. Ежегодно появляются сотни изобретений и патентов.

Но технологии получения фуллеренов далеки от идеала. Так что пока фуллерены и нанотрубки в основном остаются материалами будущего, и хоть оно уже не за горами, самые интересные находки ещё впереди.

Несколько новых иллюстраций к «Алисе в Зазеркалье»

Андрей Андреев

И, наконец, безумство шахматной игры как нельзя лучше соответствует безумной логике Зазеркалья.

Мартин Гарднер, комментарии
к «Алисе в Зазеркалье»

Шахматная доска вместе с шахматной задачей, выдуманной Льюисом Кэрроллом, служат канвой для «Алисы в Зазеркалье». При этом, как пишет Гарднер, «...шахматы увязываются с темой зеркального отражения». Вот несколько иллюстраций на эту тему.

1. Неужели Белая Королева собирается исчезнуть, как это сделал Чеширский Кот и его растаявшая в воздухе улыбка?

Нет, она всего лишь собирается обменяться телами с Чёрной Королевой.

В качестве основного источника здесь было использовано издание, подготовленное Н. М. Демуровой и включающее комментарии Мартина Гарднера: Льюис Кэрролл. *Алиса в стране чудес. Сквозь зеркало и что там увидела Алиса*. – М.: Наука, 1991.

2. Возможно всё, что случилось с Алисой в Зазеркалье, – всего лишь приснилось ей. Вот небольшой отрывок из Зазеркалья, где речь идёт о сне Чёрного Короля.

– *Милый*, правда? – спросил Траляля.

Алисе трудно было с ним согласиться. На Короле был красный ночной колпак с кисточкой и старый грязный халат, а лежал он под кустом и храпел с такой силой, что все деревья сотрясались.

– Так можно себе и голову отхрапеть! – заметил Труляля.

– Как бы он не простудился, – забеспокоилась Алиса, которая была очень заботливой девочкой. – Ведь он лежит на сырой траве!

– Ему снится сон! – сказал Траляля. – И как потвоему, кто ему снится?!

– Не знаю, – ответила Алиса. – Этого никто сказать не может.

– Ему снишься ты! – закричал Траляля и радостно захлопал в ладоши. – Если б он не видел тебя во сне, где бы, интересно, ты была?

Вот комментарий Гарднера к этому отрывку: «Алиса видит во сне Короля, который видит во сне Алису, которая видит Короля, и так далее, словно два зеркала, поставленные друг перед другом ...»

Что-то наподобие этого:

Конечно же, сон Алисы и сон Чёрного короля – это чрезвычайно запутанные состояния, которые не такто легко распутать.

3. Вот ещё один сюжет. Всё время от начала до конца истории Чёрный Король проспал без движения (на одном поле шахматной доски), а Алиса прошла весь путь до последней горизонтали, превратившись в Белую Королеву. Естественно, что в разные моменты времени она находилась по разные стороны от Чёрного Короля. Судя по всему, Алиса сейчас находится спереди. Или это только иллюзия?

Почему король такой крупный и размытый? Так могло получиться, если бы камера фотоаппарата была сфокусирована на более далёкой пешке. Но ведь король заслонён, а пешка видна полностью. В чём же тут дело? Отметьте на нижней фотографии, с какой стороны стояла камера, сделавшая верхнее фото.

Чтобы разобраться во всём этом, посмотрите сначала ролик **youtu.be/oJb9RnAVDuE** и заодно скажите: кто из присутствующих исполняет там роль Безумного Шляпника, а кто – Мартовского Зайца? А потом посмотрите **youtu.be/GAmWs6zfTj8**, где к предыдущим персонажам добавляется ещё один (во втором ролике есть пояснения на английском языке, но многое понятно и без них, просто по картинке).

Художник Алексей Вайнер

Константин Кохась

КАК БУСЕНЬКА ПЕРЕПРАВЛЯЛАСЬ ЧЕРЕЗ РУЧЕЙ

Кузька перевернул листок календаря и продолжил:

– Могут ли они переправиться на левый берег на двухместном каноэ так, чтобы ни в какой момент ни на каком берегу гномов (если они там присутствуют) не оказалось меньше, чем эльфов?

– Это вряд ли, – тут же заявил Ушася, – если бы на каждом берегу гномы были в большинс-с-стве, то в сумме их было бы больше, чем эльфов, а по условию их поровну – 3 гнома и 3 эльфа.

– Не запутывай нас, – строго сказала Бусенька, – если гномы не в меньшинстве, ещё не факт, что их больше, чем эльфов, – тех и других может быть поровну.

– Всё равно не с-с-смогут! – воскликнул Ушася. – В условии сказано, что гном Маша категорически отказался не то что плавать, но даже заходить в каноэ, и что на левый берег ему не нужно. А ещё сказано, что каноэ надо вернуть на правый берег. И кто же его вернёт? Из текста ясно, что вернуть его может только эльф Серёжа, когда все остальные уже переправятся. Так вот: когда Серёжа соберётся ехать с левого берега на правый – на левом берегу гномы будут в меньшинстве!

– Точно! – согласился Кузька. – И как я сам не догадался! Эта задача несколько дней не давала мне покоя. Уже кошмары с эльфами начали сниться. Спасибо, вы мне здорово помогли. Буду теперь спать спокойно.

– Вот и хорошо, – сказала Бусенька, – ещё одну проблему решили. Время позднее, мы, пожалуй, пойдём.

– Я вас провожу! – сказал Кузька. – До ручья. Сегодня полнолуние, с берега запруды такой вид открывается – просто дух захватывает.

* * *

– Слышите сопение? Наверно, там эльфы!

Задача с переправой, видимо, сильно впечатлила Кузьку. Он, как отчасти подземный житель, явно отождествлял себя и своих друзей с гномами. Но на берегу действительно кто-то сидел и перешёптывался.

– Нечего тут кома-а-андовать, – шептал один, – это моя лодка! После переправы, бульк, её надо вернуть на место! Да и вообще мне не нужно на ту сторону!

Интонации казались весьма характерными, будто говорит кто-то очень хорошо знакомый, но из-за шёпота никак было не угадать, кто же это. Бусенька, Ушася и Кузька вышли на берег. Сюрприз! На берегу под огромной луной сидели питон Уккх, Злобнопотам и коллега Спрудль и шёпотом беседовали о навигации.

– Без тебя обойдёмс-с-ся, – сердито прошипел Уккх коллеге Спрудлю. – Когда ещё такая светлая ночь будет, а ему лодку, видите ли, жалко!

– Смотрите, кто к нам пришёл! – радостно завопил Злобнопотам, щёлкая колючками на загривке. – Как жаль, что мы только что поужинали.

– Ищете компанию, чтобы переправиться? – нахально спросила Бусенька. – Вам повезло: нам как раз нужно перебраться на ту сторону ручья.

Коллега Спрудль восхищённо смотрел на Бусеньку:

– Похоже, наши проблемы решатся сами собой. Приступаете к пе-е-ереправе? Только не забудьте, бульк, лодочку мою вернуть на место. И меня тоже.

– Погодите-погодите, – сказала Бусенька, – сейчас мы составим расписание рейсов.

Друзья отошли в сторонку.

– Как всё ужасно! Просто какой-то кошмар! – зашептал Кузька. – Во-первых, если на каком-то берегу их будет больше чем нас, нам точно не поздоровится! А во-вторых, я боюсь воды и вообще не могу плавать на лодке!

– Где-то я уже видел эту задачу, – сказал Ушася.

– Это называется изоморфизм, – сказала Бусенька. – Ничего, прорвёмся. Проявим сообразительность!

Посовещавшись, друзья снова вышли на берег.

– Роль диспетчера предоставляется Ушасе, – объявила Бусенька. – Диспетчер, займите место на трибуне.

Ушася залез на пенёк, надел свой знаменитый чёрно-белый гипнотический бантик, поклонился и противным голосом вокзального диктора объявил:

– Первым рейс-с-сом на тот берег отплывают питон Уккх и Злобнопотам. После этого Злобнопотам должен привезти лодку обратно.

Питон со Злобнопотамом тут же отчалили, а через пару минут с сопением и ворчанием Злобнопотам вернулся обратно один.

– Вторым рейсом переправляются Злобнопотам и коллега С-с-спрудль, – объявил Ушася. – Обратно лодку перегоняет коллега Спрудль.

Художник Инга Коржнева

Когда лодка отплыла достаточно далеко, друзья занялись подготовкой.

– Я буду постукивать вот этими палочками, как метроном, – сказал Кузька.

– А я буду покачиваться из стороны в сторону, – сказала Бусенька.

– Ты встань сюда в тень, – скомандовал Ушася Кузьке, – а ты, Бусенька, стой перед пеньком, вот тут, немного правее, чтобы не заслонять меня.

Вскоре под Кузькино постукивание коллега Спрудль причалил обратно.

– Хрюкси-кукси-букси, – сказал Ушася свою фирменную гипнотическую мантру, – теперь ты – Горгулий, лучший друг нашей Бусеньки.

– Привет, Горгулий, – сказала Бусенька, прекратив раскачиваться.

– Здравствуйте, – очень вежливо ответил коллега Спрудль.

– С-с-следующим рейсом отправляются Горгулий и Бусенька, – объявил Ушася. – Обратно лодку должен переправить Уккх.

Бусенька и коллега Спрудль тут же уплыли.

– А почему обратно Уккх, а не Злобнопотам? – спросил Кузька.

– Чтобы никто не смог разгипнотизировать коллегу Спрудля раньше времени, – ответил Ушася.

Появилась лодка с питоном Уккхом.

– Что вы сделали с коллегой Спрудлем? – спросил Уккх. – Он вообразил себя Горгулием и так улыбнулся Злобнопотаму, что тот заикал от неожиданности.

– Вежливость – страшная сила, – туманно ответил Кузька.

– В последний рейс отправляются Ушася и Уккх, обратно лодку дос-с-ставит коллега Спрудль, – объявил Ушася и, спрыгнув с пенька, тут же заполз в лодку.

Кузька тревожно смотрел им вслед. Вскоре послышался плеск вёсел – коллега Спрудль вернулся.

– Ну как там у них дела, Горгулий? – спросил Кузька. – Никто ни с кем не подрался?

– Всё мирно, – сказал коллега Спрудль. – Только вот Уккх как-то стра-а-анно себя вёл. Торопился бульк, в А-а-ам-Бар консервировать огурцы с строухом. Бусенька со Злобнопотамом еле его отговорили.

ЁЛОЧКА С ПОЧТОВОЙ МАРКИ

Николай Авилов

Почтовые марки – один из предметов коллекционирования. С 1904 года стали выпускаться новогодние марки. Можно собрать целую коллекцию красивых марок с новогодними сюжетами: зимними пейзажами, снеговиками, детьми, катающимися на санках, рождественскими звёздами.

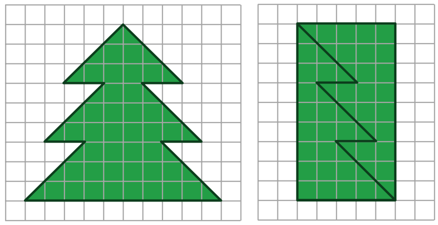
А вот эти марки выпущены в разных странах и в разные годы, но каждая содержит один из главных символов новогодних праздников – ёлочку:

Гренада Россия Беларусь Чехия Литва Канада

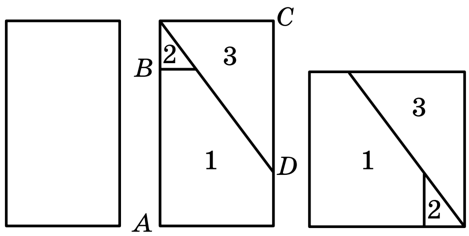
Беларусь Парагвай Гренландия Нидерланды Ирландия

Из представленного набора марок обращаю внимание на новогоднюю ёлочку из Литвы, имеющую строгую геометрическую форму. Наложив на неё квадратную сетку, можно более детально изучить её пропорции и определить размеры ёлочки. Оказалось, что её высота 9 клеточек, основание занимает 10 клеточек. Подсчитайте её площадь (именно такие задания на вычисление площади многоугольников неправильной формы предлагают старшеклассникам на экзамене по математике).

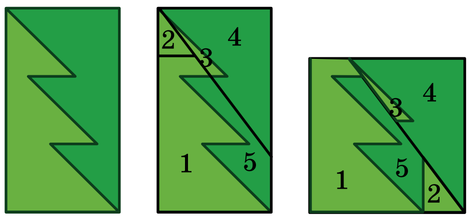
Когда форма и размеры ёлочки заданы, можно сформулировать задачу: разрежьте ёлочку на несколько частей и сложите из них квадрат. Задачи на разрезания многоугольников всегда имеют решение, потому что справедлива теорема Бойяи – Гервина: два многоугольника равной площади являются *равносоставленными*, то есть один из них можно разрезать на несколько частей, из которых складывается второй многоугольник.



Попробуем и мы. Разрезав ёлочку на две равные части, нетрудно сложить прямоугольник 5×9. Значит площадь ёлочки равна 45 квадратным единицам.



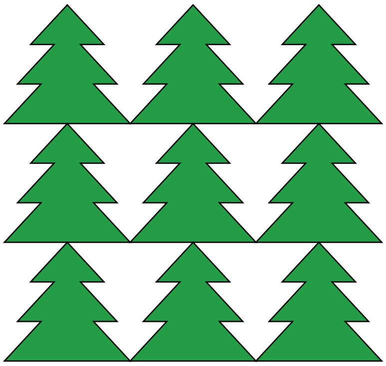
Этот прямоугольник легко перекроить в квадрат, разрезав его лишь на три части (рисунок справа). Здесь отрезки AB и CD равны $\sqrt{45}$ – стороне квадрата, равновеликого прямоугольнику. Убедитесь, что прямоугольник и квадрат равносоставлены, то есть сложены из соответственно равных фигур.

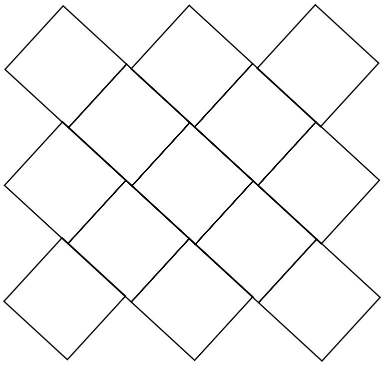


Если совместить эти два разрезания, то получим разрезание ёлочки из почтовой марки на 5 частей такое, что из полученных фигур складывается квадрат. Такое преобразование фигур в квадрат и называется *квадрированием*.

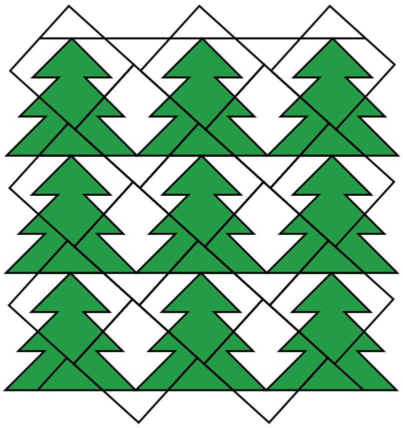
Задача решена, но возникает естественный вопрос: можно ли эту ёлочку разрезать на меньшее число частей, из которых тоже складывается равновеликий ей квадрат? Оказывается, можно!

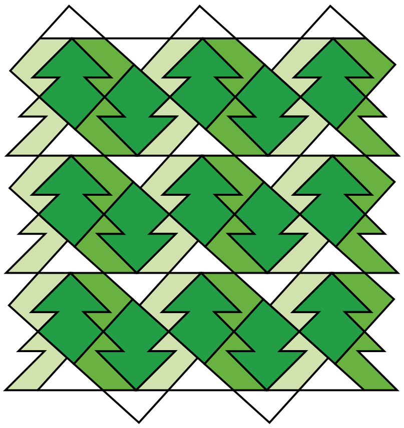
Заметим сначала, что и ёлочками, и равновеликими им квадратами можно замостить плоскость:



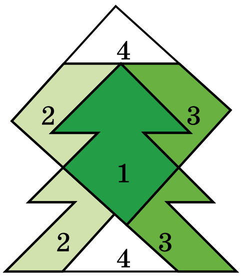


Паркеты мы выбрали довольно хитрые: тут не только полоски квадратов смещены друг относительно друга, но и этажи ёлочек тоже: каждая зелёная ёлочка расположена не ровно над той, что под ней, а со смещением примерно в 1/20 клеточки. Оказывается, если такой паркет из ёлочек нарисовать на бумаге, а паркет из квадратов нарисовать на плёнке и наложить их друг на друга, то можно подобрать такое их расположение относительно друг друга, что ёлочка и квадрат окажутся равносоставленными.* Равные фигуры раскрашены одним цветом:





Поскольку площади ёлочек и квадратов равны, мы получим разрезание ёлочки на 4 части, из которых складывается квадрат. Выделим отдельно одну ёлочку и один квадрат (рисунок справа).



Напоследок предлагаем поэкспериментировать с квадрированием ёлочек с большим числом «этажей» (у той, которую мы разрезали, этажей всего три).

* Попробуйте доказать это самостоятельно. Заметим, что одной картинки не достаточно – на глаз можно не заметить зазоры или наложения.

Художник Алексей Вайнер

Василий Птушенко

Ледяные чудеса

Делать изо льда разные постройки, от исключительно технологичных до чисто художественных – давнее развлечение человечества. Иногда изящество форм ледяных скульптур и искусство их мастеров поражают. Но тем более они поражают, когда... мастера нет. Тепло и холод, осадки или таяние и испарение, сила земного тяготения и силы упругости, чередуясь, действуя последовательно, или же, наоборот, вместе, создают необычные ледяные узоры, скульптуры, строения. С «малыми формами» все, наверняка, хорошо знакомы: узоры инея на окне. Да и снежинки: каждая – произведение искусства. Недаром часто говорят, что двух одинаковых снежинок не существует.

А вот, на фото ниже, формы более крупные: готовые архитектурные элементы для небольшого ледяного дворца. Может быть, подпорки для перил, а может быть – элементы декора стен и подсвечники для сотен освещающих дворец свечей... впрочем, тоже ледяных.

Правда, видно, что эти архитектурные элементы отлиты из замёрзшей воды на рукотворных отливных формах – хотя потом доведены уже тонкой подгонкой чисто «природными силами». Лёд постепенно намёрз на балясинах перил моста, образовав на них толстый ледяной «чехол». Затем, при потеплении, чехол отмёрз от своей подложки и под действием силы тяжести начал соскальзывать.

Но, упёршись в дорожное полотно (в «пол», попросту говоря), стал деформироваться. А шапка снега в вершине этой изящной ледяной ленты не позволила ей совсем оторваться и упасть. Заметим, что эта тонкая работа происходила, видимо, не один день: чтобы деформация стала пластической (то есть постоянной, а не исчезала бы сразу при снятии сил), нужно время, как говорят в физике, для релаксации внутренних напряжений.

Казалось бы, нет ничего удивительного в описанной здесь «технологии производства» архитектурных элементов для ледяных дворцов. Все её участники, физические и метеорологические явления, обычны для зимы в средней полосе России. Однако «продукцию» этого производства почему-то приходится встречать не так часто. Возможно, потому, что там, где люди чаще всего бывают, в оживлённых местах городов, снег убирают. Вот и этот «цех ледяных конструкций» обнаружился на одном из самых «глухих» мостов в Москве, над путями Окружной железной дороги в окрестностях Главного ботанического сада. Но город развивается, и этого моста уже нет. Один из немногих известных нам «заводов ледяных изделий» закрылся. Возможно, эти фотографии – последнее упоминание о нём в истории «заводов по производству элементов и конструкций для ледяных дворцов».

Фото автора • Художник Евгений Паненко

Дмитрий Кузнецов

О методе раскраски на примере одной задачи

На математических олимпиадах часто встречаются задачи, решаемые методом раскраски. Ознакомимся с этим методом, продемонстрировав его красоту сразу несколькими решениями одной известной задачи:

Докажите, что клетчатую доску 10×10 нельзя разрезать по линиям сетки на прямоугольники 1×4.

Решение 1. Разделим доску на квадраты 2×2 и раскрасим их в шахматном порядке (рис.1). Заметим, что любой прямоугольник 1×4 содержит поровну (по 2) чёрных и белых клеток, а всего на доске 52 чёрные клетки и 48 белых, то есть не поровну. Значит, разрезать доску 10×10 на тетрамино 1×4 не удастся.

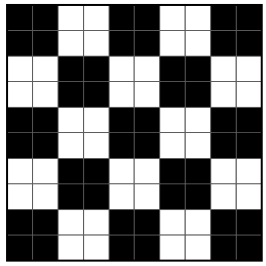


Рис. 1

Решение 2. Раскрасим доску диагональной раскраской в 4 цвета (рис.2). Заметим, что любой прямоугольник содержит по одной клетке каждого из четырёх цветов, но на доске по 25 клеток 1-го и 3-го цветов, 26 клеток – 2-го и 24 клетки – 4-го, то есть не поровну. Значит, требуемое разрезание невозможно.

1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
2	3	4	1	2	3	4	1	2	3
3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
4	1	2	3	4	1	2	3	4	1
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
2	3	4	1	2	3	4	1	2	3
3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
4	1	2	3	4	1	2	3	4	1
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
2	3	4	1	2	3	4	1	2	3

Рис. 2

Решение 3. Из решения 2 можно получить ещё одно, рассматривая клетки только 4-го цвета. Раскрасим доску диагональной раскраской в два цвета (рис.3). Заметим, что любой прямоугольник содержит одну чёрную клетку, а их на доске – 24. Таким образом, нам удастся вырезать не более 24 тетрамино, а по площади надо 25 штук.

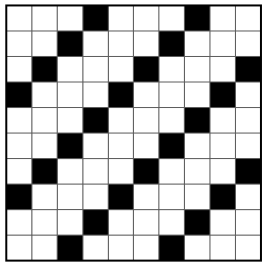


Рис. 3

УПРАЖНЕНИЕ 1. Закрасим клетки, которые на рисунке 2 имели цвета 1 и 2 (рис. 4). Используя рисунок 4, получите четвёртое решение задачи.

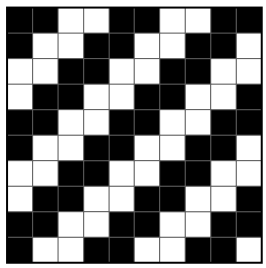


Рис. 4

Решение 5. Разделим доску на квадраты 2×2 и раскрасим их в 4 цвета одинаковым образом (рис.5). Тогда каждого цвета у нас по 25 клеток (нечётное число), но каждый прямоугольник содержит чётное число (0 или 2) клеток каждого цвета. И, как следствие, во всех вырезанных тетрамино должно быть в сумме по чётному числу клеток каждого цвета, а не 25, и снова доску разрезать нельзя.

1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4	3	4

Рис. 5

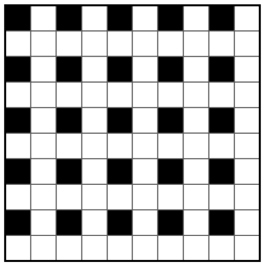


Рис. 6

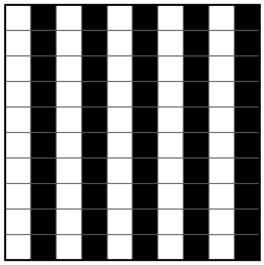


Рис. 7

УПРАЖНЕНИЕ 2. Получите шестое решение задачи, используя решётчатую раскраску рисунка 6; кстати, закрашенные клетки на рисунке 6 – это клетки цвета 1 на рисунке 5.

Решение 7. Применим вертикальную полосатую раскраску доски в два цвета (рис.7). Тогда любая вертикальная фигурка содержит кратное 4 (0 или 4) количество чёрных клеток, а любая горизонтальная – 2 чёрные клетки. Так как всего чёрных клеток – 50, что при делении на 4 даёт остаток 2, то общее число горизонтальных прямоугольников нечётно. Рассуждая аналогично для горизонтальной полосатой раскраски, мы докажем, что и вертикальных прямоугольников нечётное число, откуда число всех прямоугольников чётное и не может равняться 25. То есть вывод прежний – разрезать не удастся.

В этом решении в полной мере проявилась специфика полосатой раскраски – разделение фигурок на два направления. Самое интересное заключается в том, что если мы обозначим при вертикальной полосатой раскраске белый и чёрный цвета соответственно через 0 и 1, а при горизонтальной полосатой раскраске – соответственно через 1 и 3, то при наложении этих раскрасок друг на друга и подсчёте суммы чисел в каждой клетке у нас получится не что иное, как раскраска квадратами 2×2 в четыре цвета с рисунка 5.

Решение 8. При вертикальной полосатой раскраске в 4 цвета (рис. 8) вертикальная фигурка содержит кратное 4 (0 или 4) число клеток каждого цвета,

а горизонтальная – по одной клетке каждого цвета. Но каждого цвета на доске либо 20 (кратно 4), либо 30 клеток (остаток 2 при делении на 4), а значит, число горизонтальных фигурок будет одновременно делиться на 4 и давать остаток 2 при делении на 4. Противоречие.

УПРАЖНЕНИЕ 3. Получите девятое решение, используя вертикальную раскраску рисунка 9 и аналогичную горизонтальную раскраску.

УПРАЖНЕНИЕ 4. Получите десятое решение, используя раскраску рисунка 10 (это наложение вертикальной и горизонтальной раскрасок из решения 9 по принципу «чёрный цвет – перекрашивание клетки в противоположный цвет»).

Решение 11. Если вертикальную и горизонтальную раскраски с рисунка 9 наложить друг на друга и для красоты поменять цвета местами, то получится следующая решётчатая раскраска (рис. 11). Тогда любой прямоугольник накрывает кратное 3 (0 или 3) количество чёрных клеток, а их на доске не кратное 3 количество (64). Делаем вывод, что все чёрные клетки принадлежать прямоугольникам не могут, и разрезать доску нельзя.

УПРАЖНЕНИЕ 5. Получите двенадцатое решение задачи, используя раскраску в 4 цвета на рисунке 12.

Оказывается, исходная задача – частный случай более общей:

Прямоугольную доску можно разрезать на одинаковые клетчатые полоски $1 \times N$ в том и только в том случае, когда длина хоть одной из сторон доски делится на N.

1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2

Рис. 8

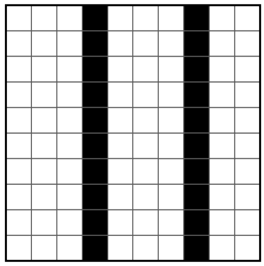


Рис. 9

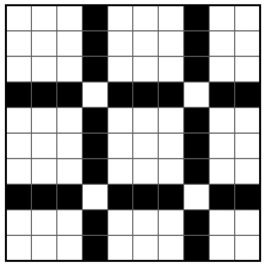


Рис. 10

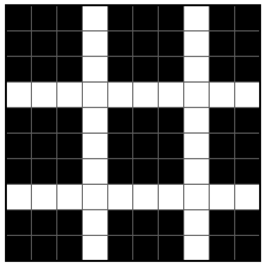


Рис. 11

1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4	3	4
2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
4	3	4	3	4	3	4	3	4	3
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4	3	4
2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
4	3	4	3	4	3	4	3	4	3
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4	3	4

Рис. 12

Иными словами, если хоть какой-то способ разрезания есть, то обязательно есть и «тривиальный» способ – когда все полоски расположены «одинаково» (все вертикально, либо все горизонтально).

Решить эту задачу непросто, но и тут поможет метод раскраски. Попробуйте! (Для начала докажите, что доску 15×20 нельзя разрезать на фигурки 1×6.)

КЛАССИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ НА «МЕТОД РАСКРАСКИ».

1. Можно ли шахматным конём обойти все клетки доски 5×5, побывав на каждой клетке по одному разу и вернуться последним ходом в исходное положение?

2. Мышка грызёт куб сыра с ребром 3, разбитый на 27 единичных кубиков. Съедая какой-либо кубик, она переходит к кубику, имеющему общую грань с предыдущим. Может ли мышка съесть весь куб, кроме центрального кубика?

3. На каждой клетке-треугольничке треугольной доски со стороной 5 сидит жук. В некий момент все жуки взлетают и приземляются на соседние (по стороне) клетки этой доски. Докажите, что найдутся по крайней мере 5 пустых клеток.

4. На каждой клетке доски 9×9 сидело по жуку. По сигналу каждый жук переполз на одну из соседних клеток а) по стороне; б) по диагонали. Найдите наименьшее возможное число клеток, которые станут пустыми.

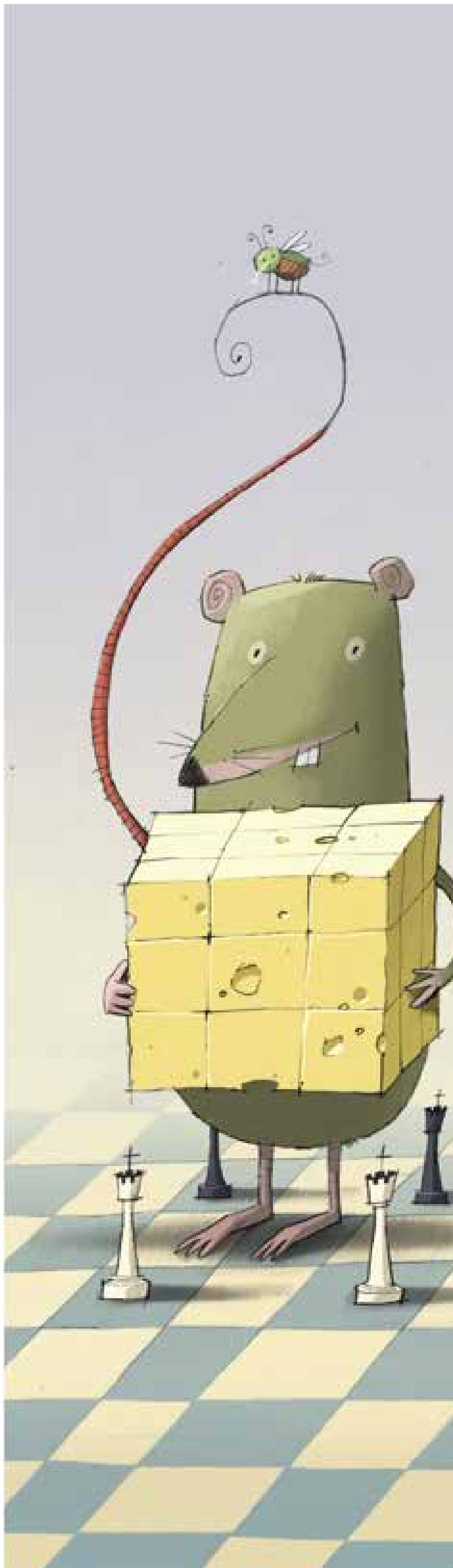
5. На шахматной доске стоят несколько королей. Докажите, что их можно разбить не более чем на четыре группы так, чтобы короли каждой группы друг друга не били.

6. В левом нижнем углу доски 8×8 стоят 8 шашек, образуя квадрат 3×3. За один ход можно выбрать какие-то две шашки и переставить одну из них симметрично относительно другой (не выходя за пределы доски). Можно ли за несколько ходов переместить эти шашки так, чтобы они образовали квадрат 3×3: а) в левом верхнем углу; б) в правом верхнем углу?

7. Какими видами тетрамино (фигурки из 4 клеток) можно покрыть доску размером 10×10?

8. Прямоугольное дно коробки было выложено квадратами 2×2 и прямоугольниками 1×4. Один квадрат потеряли и вместо него нашли прямоугольник. Возможно ли, что и теперь удастся сложить дно прямоугольной коробки?

9. Можно ли три попарно соседние грани кубика $4\times4\times4$ оклеить 16 полосками 3×1?



Художник Алексей Вайнер

Червонцы

Приведены фотографии четырёх монет эпохи Николая II – аверс (лицевая сторона) и надпись на гурте (ребре). Одна из них отчеканена до реформы С. Ю. Витте 1895–1897 годов, когда использовалась старая монетная стопа (сумма денег в монетах, отчеканенных из пуда золота). Какая это монета? В чём состояла реформа?

чистаго золота 1 золотникъ 34,68 долей

чистаго золота 1 золотникъ 78,24 доли

чистаго золота 6 золотниковъ 77,4 доли

чистаго золота 6 золотниковъ 77,4 доли

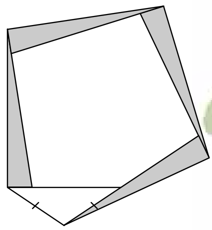
Автор Михаил Гельфанд
Художник Артём Костюкевич

XL ТУРНИР имени М.В.ЛОМОНОСОВА

В сентябре 2017 года прошёл Турнир Ломоносова – ежегодная олимпиада с заданиями на очень разные темы, от математики и физики до истории и лингвистики. Во время турнира школьники переходят из одной аудитории в другую, самостоятельно выбирая предметы и распределяя время. Мы приводим некоторые задачи прошедшего турнира.

Математика

1. Саша и Илья должны были пробежать 600 метров. Но Саша первую половину времени бежал, а вторую – шёл. А Илья первую половину дистанции бежал, а вторую – шёл. И стартовали, и финишировали мальчики одновременно. Ходят они оба со скоростью 5 км/ч. С какой скоростью бежал Илья, если Саша бежал со скоростью 10 км/ч?



2. Лёша нарисовал геометрическую картинку, обведя четыре раза свой пластмассовый прямоугольный треугольник, прикладывая короткий катет к гипотенузе и совмещая вершину острого угла с вершиной прямого (см. рисунок). Оказалось, что «замыкающий» пятый треугольник – равнобедренный (равны именно стороны, отмеченные на рисунке). Какие углы у Лёшиного треугольника?

3. Существует ли треугольная пирамида, среди шести рёбер которой:

а) два ребра по длине меньше 1 см, а остальные четыре – больше 1 км?

б) четыре ребра по длине меньше 1 см, а остальные два – больше 1 км?

Математические игры

Двое по очереди закрашивают клетки поля $m \times n$, каждый своим цветом. Первым ходом они закрашивают противоположные угловые клетки. Далее каждый ведёт свою «змейку», всякий раз закрашивая клетку, соседнюю по стороне с той, что он красил предыдущим ходом. Змейкам соперников запрещено соприкасаться по стороне клетки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто – начинающий или его соперник – победит в этой игре, как бы ни играл его партнёр?

Рассмотрите случаи: а) $m = n = 9$; б) $m = 8$, $n = 10$; в) $m = 9$, $n = 10$; г) $m = 2$, $n = 15$.

XL ТУРНИР имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Лингвистика

Даны арифметические примеры с использованием некоторых грузинских числительных от 1 до 10 (в латинской транскрипции):

erti + *ori* = *sami*
xuti + *erti* = *ekvsi*
ori × *sami* = *erti* + *ori* + *sami*
sami × *sami* = *cxra*
cxra + *erti* = *ati*

1. Запишите цифрами:

otxi + *rva* = *ekvsi* × *ori*
švidi × *sami* = *otxi* × *ekvsi* – *sami*

***

Даны ещё несколько арифметических примеров:

sami × *xuti* = *txutmet'i*
ati × *ori* = *oci*
ekvsi × *ori* = *tormet'i*
oci + *erti* = *ocdaerti*
xuti + *ekvsi* = *tertmet'i*
sami × *ati* = *ocdaati*
oci × *ori* + *oci* = *samoci*

2. Заполните пропуски по-грузински и запишите примеры цифрами:

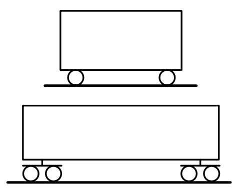
ocdatxutmet'i – *tormet'i* =?
ocdaati × *ori* + *cxra* + *erti* =?
rva × *ori* =?

3. Запишите по-грузински: 74.

Примечание: *c*, *x*, *t'*, *š* – особые согласные грузинского языка.

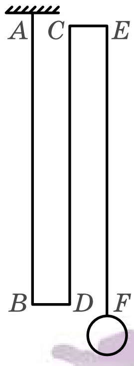
Физика

1. Железнодорожные вагоны XIX века были двухосными – у каждого вагона было четыре колеса, закреплённые на двух осях. А современные вагоны, как правило, четырёхосные, причём колёсные оси жёстко связаны не с корпусом вагона, а с колесными тележками – небольшими платформами, расположенными под концами вагона. Каждая тележка вместе с двумя колёсными парами



может поворачиваться относительно вагона вокруг вертикальной оси. Почему современные вагоны делают такими? Назовите две причины (или хотя бы одну).

2. Большинство материалов расширяются при нагревании и сжимаются при охлаждении. Это явление мешало созданию точных маятниковых часов, так как длина маятника менялась при изменении температуры, и скорость хода часов менялась. Чтобы решить эту проблему, в XVIII веке был изобретён подвес маятника, не расширяющийся при нагревании. Он состоит из трёх металлических стержней, соединённых так, как показано на рисунке. Боковые стержни (AB и EF) сделаны из одного и того же металла, а центральный (CD) – из другого. Во сколько раз удлинение центрального стержня при нагревании должно отличаться от удлинения боковых, чтобы длина подвеса не изменялась?



3. Мальчик, стоящий перед зеркалом, зажмурил левый глаз и закрыл его изображение пальцем, приложенным к зеркалу. Затем он открыл левый глаз и зажмурил правый. Что он увидит в зеркале? Что будет закрывать его палец? Ответ обоснуйте чертежом.

Астрономия

Как часто с Луны можно наблюдать заход Земли за горизонт? Где на Луне это лучше видно? Наблюдал ли кто-нибудь из людей это явление?

Биология

1. Практически у всех организмов есть структуры, которые отделяют тело от окружающей среды. У человека это кожа, а у дерева – кора. Сравните эти две структуры.

а) Что в них сходно, а чем они отличаются?

б) Чем, с вашей точки зрения, могут объясняться эти сходства и различия?

2. Принято считать, что растения только страдают от животных, которые ими питаются. Могут ли растения получать от поедающих их животных пользу? Если да, то какую?

Художник Сергей Чуб

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ

В этом номере мы подводим итоги прошлогоднего конкурса по русскому языку.

ПОБЕДИТЕЛЯМИ СТАЛИ

Дацковский Алексей	Москва	Школа № 444	7 кл.
Лаврушин Денис	Санкт-Петербург	Физико-математический лицей № 30	6 кл.
Леонтьева Дина	Москва	Гимназия № 1540	5 кл.
Лепихина Евгения	Москва	Школа № 1450 «Олимп»	4 кл.
Половникова Анастасия	Саров	Лицей № 3	7 кл.
Савин Михаил	Протвино	Лицей г. Протвино	4 кл.
Смирнова Таисия	Домодедово	Школа № 4	6 кл.
Трунова Валентина	Москва	Школа № 1329	5 кл.

ПОЗДРАВЛЯЕМ ПРИЗЁРОВ КОНКУРСА

Альмукамбетова Жания	Алматы (Казахстан)	Спец. лицей № 165	6 кл.
Некрасов Александр	Ижевск	Лицей № 41	8 кл.
Орлов Константин	Чебоксары	Школа № 1	3 кл.
Тужик Ольга	Москва	Школа № 179	9 кл.

КРОМЕ ТОГО, МЫ ОТМЕЧАЕМ ДВУХ ЮНЫХ УЧАСТНИКОВ

Судниченко Анна	Новосибирск	Школа № 119	4 кл.
Черкашин Лев	Омск	Школа № 107	3 кл.

И БЛАГОДАРИМ ВСЕХ ОСТАЛЬНЫХ РЕБЯТ, РЕШАВШИХ ЗАДАЧИ КОНКУРСА!

А если вы не стали победителем или не успели принять участие в конкурсе – не беда. Ведь в этом номере мы начинаем конкурс 2018 года и публикуем задачи I тура. Присоединяйтесь! Победителей ждут призы.

Решения отправляйте по адресу **ruskonkurs@kvantik.org** не позднее 1 марта. В письме кроме имени и фамилии укажите ваш город, а также школу и класс, где вы учитесь.

Можно (и нужно!) предлагать на конкурс задачи собственного сочинения – лучшие будут опубликованы.

Желаем успеха!

ИТОГИ КОНКУРСА «АРАБСКИЕ МОНЕТЫ»

(см. «Квантик» №№ 8, 9, 10 за 2017 год)

ПОБЕДИТЕЛЯМИ СТАЛИ

Бахтина Аксинья	Москва	ЧОУ СОШ «Наши Пенаты»	4 кл.
Лылова Софья	Новосибирск	МБОУ Гимназия № 5	8 кл.
Махлин Мирон	Москва	Гимназия 1543	6 кл.

Они награждаются призами от автора.

БОЛЬШОЕ СПАСИБО ВСЕМ, КТО УЧАСТВОВАЛ В КОНКУРСЕ!

КОНКУРС
ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ

I ТУР

1. Если к глаголу ***стричь*** добавить приставку *по-*, этот глагол будет выглядеть точно так же, как и без приставки: ***постричь***. Найдите глагол, который ни с одной приставкой не выглядит так же, как без приставок.

И.Б. Иткин

2. Эти два глагола, обозначающие не слишком хорошие чувства, происходят от слова, называющего одну из основных способностей человека и животных. Что это за глаголы?

О.А. Кузнецова

3. Маленькая Света вместо «макароны» говорит *карамоны*, а вместо «зелёный» – *лезёный*. Названия каких двух транспортных средств – старинного и современного – Света произносит одинаково?

А.Л. Леонтьева

4. Какое мужское имя в русском языке может употребляться в значении «способ действия»?

С.И. Переверзева

5. Квантик написал программу, которая делит все целые числа от 0 до 1000 на две группы по некоторому принципу. Оказалось, что в первую группу попадают всего четырнадцать чисел: 0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 100, 102, 1000 и ещё два; все остальные числа попадают во вторую группу.

Какие ещё два числа попадают в первую группу? Кратко поясните ваше решение.

Художник Николай Крутиков

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ
(«Квантик» № 10, 2017)

16. *«... край», «... бутылка»*

Какое прилагательное (в разных грамматических формах) мы пропустили?

Конечно, на место пропуска можно подставить много разных прилагательных: *зелёный*, *красивый*, *новый*... Но сочетания этих прилагательных именно со словами *край* и *бутылка* ничем не примечательны, и выбрать между ними невозможно. Очевидно, нужно найти такое прилагательное, которое чаще всего сочетается именно со словами *край* и *бутылка*. Это прилагательное – ***непочатый***. *Дел – непочатый край* означает, что дел очень много и к ним ещё не приступали (знакомая картина, правда?). А *непочатая бутылка* – это бутылка, которую ещё не открывали.

17. *Один маленький мальчик принёс маме рисунок с подписью: «Парасёнок». «Почему через два «а»?» – удивилась мама. – «Как?! – ещё больше удивился сын. – Проверочное слово –...!»*

Какое пятибуквенное слово назвал мальчик в качестве «проверочного»?

Маленькие дети не всегда понимают, что проверочное слово должно не просто быть как-то связано по смыслу с проверяемым, но и иметь тот же корень. Вот и мальчик, о котором идёт речь в задаче, в качестве «проверочного» для слова «парасёнок» (через два «а») назвал слово... **«кабан»**! (Эта история, как и история, описанная в задаче 19, произошла на самом деле.)

18. *Эти два любимых детьми предмета (Икс и Альфа) словно бы поменялись названиями. Название Икса происходит от материала, из которого состоит Альфа, а название Альфы образовано от того, что делают с Иксом (правда, с Альфой некоторые тоже ухитряются это делать). Назовите Икс и Альфу.*

Эти предметы – **леденец** и **сосулька**. Если задуматься, их привычные нам с детства названия покажутся очень странными. Леденец, конечно, прозрачный, но всё-таки сделан не изо льда. Зато леденец сосут. А сосулька как раз состоит изо льда, но её почему-то не сосут... То есть, как и сказано в задаче, некоторые, конечно, ухитряются, но, честное слово, этого лучше не делать.

19. *Однажды Серёжа отправился в магазин купить финтифлюшку. Продавщица финтифлюшек назвала ему цену в рублях. «Надо же, как дёшево, – подумал Серёжа, – меньше тысячи!» Однако когда Серёжа увидел цену на ценнике, она оказалась почти в десять раз выше, чем то, что он услышал.*

Известно, что продавщица назвала цену правильно. Что услышал Серёжа, и сколько стоила финтифлюшка на самом деле? (Решение не единственно: достаточно привести любой подходящий вариант.)

Некоторые составные числительные, начинающиеся на «триста...» и «четыреста...», на слух звучат почти так же, как числительные, начинающиеся на «три сто...» и «четыре сто...» (проверьте!). Слово «тысяча» при назывании таких сумм часто опускается, слово «рубль», если дело происходит в обычном российском магазине, где все цены указываются в рублях, – тоже.

Таким образом, Серёжа мог, например, услышать «**350**» («триста пятьдесят»), хотя на самом деле продавщица сказала «**3150**» («три сто пятьдесят»).

20. *– Если ориентироваться на ______ русских букв, можно подумать, что буквы С и Ф обозначают ______ согласные, – не без удивления заметил один лингвист.*

Заполните пропуски. Кратко поясните своё решение.

Правдоподобных вариантов заполнения первого пропуска совсем немного. У букв есть начертания (что в данном случае ничего нам не даёт) и, конечно, **названия**. Буквы С и Ф называются «эс» и «эф». По той же схеме (с «э» в начале) устроены названия букв Л, М, Н и Р («эль», «эм», «эн» и «эр»)... и всё. Как известно, Л, М, Н и Р – это **звонкие непарные** (они же **только звонкие**, они же **сонорные**) согласные. А поскольку С и Ф – никакие не звонкие непарные, а, наоборот, глухие парные звуки, у наблюдательного лингвиста были основания удивиться.

НАШ КОНКУРС («Квантик» № 11, 2017)

11. *В ряд стоят 100 шкатулок, в них всего 2017 монет. На каждой шкатулке написано: «В какой-то из остальных шкатулок не меньше одной монеты». Известно, что не все надписи правдивы, а в шкатулке №37 есть хотя бы одна монета. Сколько монет в каждой из шкатулок?*

Ответ: Все 2017 монет находятся в шкатулке №37. Возьмём шкатулку с неправдивой надписью. Тогда во всех остальных шкатулках меньше одной монеты, то есть ноль. Значит, все монеты находятся в выбранной шкатулке. По условию, это может быть только шкатулка №37.

12. *Из чисел 1, 2, 3, ..., 998, 999 выбрали 997 чисел. Оказалось, что их сумма делится на*

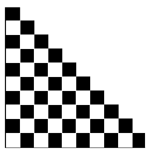
500, но не делится на 1000. Какое число заведомо присутствует среди выбранных?

Ответ: 500. Заметим, что сумма всех 999 чисел тоже делится на 500, но не делится на 1000 (так как они, кроме 500, разбиваются на пары 1 – 999, 2 – 998, ..., 499 – 501 с суммой 1000). Тогда сумма двух невыбранных чисел кратна 1000, а значит, и равна 1000. Любое число x, кроме $x=500$, может оказаться невыбранным: надо отложить его и «парное» число $1000-x$, а выбрать все остальные числа. Для 500 такого «парного» числа нет.

13. *Несколько ребят сходили в лес по ягоды. Оказалось, что все собрали ягод поровну. Алёша нашёл 1/9 всех собранных ягод черники и 1/11 всех собранных ягод брусники. Ягоды других видов ребята не собирали. Докажите, что Алёша собрал столько же ягод брусники, сколько черники.*

Пусть Алёша собрал Ч ягод черники и Б ягод брусники. Тогда каждый собрал по Ч + Б ягод и всего собрано 9Ч + 11Б ягод. Если ребят не больше 9, то всего ягод не больше 9(Ч + Б), а если ребят не меньше 11, то ягод не меньше 11(Ч + Б), в каждом случае имеем противоречие. Значит, ребят 10 и 9Ч + 11Б = 10Ч + 10Б, откуда Б = Ч.

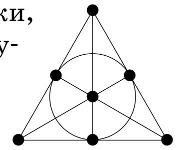
14. *«Лесенка» состоит из тех клеток квадрата 10×10, которые лежат на главной диагонали или под ней. Может ли король обойти всю эту фигуру, начав с некоторой клетки, не посещая никакую клетку дважды и делая только горизонтальные и диагональные ходы на соседние клетки (нельзя делать ход на клетку, соседнюю по вертикали)?*



Ответ: нет. Предположим, что королю удалось обойти фигуру. Подсчитаем, сколько раз король переходит в 1-ю вертикаль (самую длинную) из 2-й. В каждую клетку 1-й вертикали, если это не начало пути, король мог прийти только из 2-й, значит, переходов из 2-й в 1-ю либо 9, либо 10. Но во 2-й вертикали всего 9 клеток, значит, из 2-й вертикали король всегда переходил в 1-ю, а в 3-й вертикали никогда не побывал, противоречие.

15. *Оказалось, что в группе по изучению французского языка для любых двух девочек есть ровно один мальчик, который нравится им обеим, и каждый мальчик нравится по крайней мере трём девочкам. Приведите пример такой группы, в которой учится больше одного мальчика.*

Изобразим девочек точками на плоскости, а мальчиков – линиями. Девочке нравится мальчик, если соответствующая ей точка лежит на соответствующей мальчику линии. В качестве мальчиков возьмём стороны равностороннего треугольника, его медианы и вписанную окружность, а в качестве девочек – точки, где пересекаются три линии. Получится 7 девочек и 7 мальчиков, см. рисунок. Такая конфигурация называется *плоскостью Фáно*.



ГИРЛЯНДЫ («Квантик» № 12, 2017)

Вот гирлянда со всевозможными четвёрками красных и синих флажков:

ФИГУРКОВОЕ ЗАНЯТИЕ («Квантик» № 12, 2017)

При таком понимании слова «сосед», как в варианте «б», треугольнички имеют, в основном, больше соседей, чем квадратики (скажем, треугольничек, окружённый со всех сторон другими треугольничками, имеет аж 12 соседей, а квадратик, окружённый квадратиками – 8). Поэтому может показаться, что для большинства n такой перелёт мух возможен. Но впечатление обманчиво: такое возможно только при $n=1$ и $n=2$ (то есть ответ такой же, как и в задаче 2б). И способ пересадки для этих n тоже такой же, как и там (только «в обратном направлении»).

Пусть теперь $n\geqslant3$. Рассмотрим любой угловой треугольничек (обозначим его A). У него 3 соседа – треугольнички $Б$, $В$ и $Г$. Легко проверить, что два из них имеют по 7 соседей, а один – 6 соседей.

С какого квадратика могла перелететь муха, попавшая в треугольничек A? Только из углового квадратика, имеющего трёх соседей (остальные квадратики имеют больше соседей). Обозначим эту муху M_1. Так как $n\geqslant3$, сидевшая в соседнем с ней квадратике по диагонали муха M_2 имеет 8 соседей. Если муха M_1 перелетела в A, то муха M_2, оставаясь её соседкой, обязана перелететь в один из треугольничков $Б$, $В$ и $Г$. Но любой из них имеет меньше 8 соседей, поэтому муха M_2 не может соседствовать со всеми теми мухами, с которыми соседствовала до перелёта.

Значит, для $n\geqslant3$ такой перелёт невозможен.

КРИВАЯ СОСУЛЬКА («Квантик» № 12, 2017)

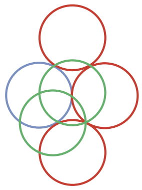
Обратим внимание на то, откуда растёт сосулька: это плавно съезжающий с крыши и загибающийся под своим весом пласт снега. Сосулька постоянно растёт прямо вниз, но пласт, поворачиваясь со временем, поворачивает и сосульку (см. рисунок), вот она и вырастает кривой.

НЕОБЫЧНЫЕ ПОСТРОЕНИЯ

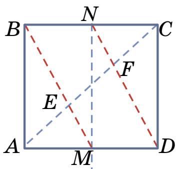
(«Квантик» № 12, 2017)

1. Вписанный прямой угол опирается на диаметр окружности. Чтобы построить центр окружности, достаточно построить два различных её диаметра и найти их точку пересечения.

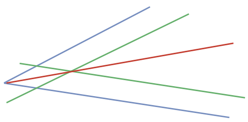
2. Отметим получившуюся окружность синим цветом. Трижды приложив монету, получим три одинаковые окружности, касающиеся данной (красные на рисунке). Через точки касания проведём две зелёные окружности (см. рисунок). Одна из точек их пересечения и есть искомый центр исходной окружности.



3. Пусть нам нужно разделить диагональ AC бумажного квадрата $ABCD$ на три равные части. Сначала согнём квадрат вдоль диагонали и разогнём его обратно. Получится след от диагонали AC. Далее, согнув квадрат пополам, получим среднюю линию квадрата MN (M и N – середины сторон). Теперь перегибаем лист вдоль прямых BM и ND, получая точки E и F. Эти точки будут искомыми. Так как NF и EM – средние линии в треугольниках EBC и FDA соответственно, то $CF = FE = EA$.

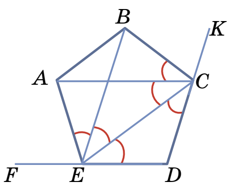


4. Заметим, что с помощью двусторонней линейки легко построить биссектрису угла.



Для этого сначала приложим линейку к сторонам угла и проведём две зелёные прямые. Затем через точку их пересечения и вершину угла проведём прямую (красная прямая на рисунке). Легко доказать, что она будет биссектрисой угла.

Заметим, что в правильном пятиугольнике все отмеченные углы равны по 36°, а внешние углы FEA и KCB вдвое больше и равны 72°. Поэтому если стёрты две вершины A и B, то их можно восстановить, построив последовательно биссектрисы углов FEC, AEC, KCE и ECB. Точками пересечения соответствующих пар построенных прямых и будут A и B.



ШНУРКИ И ТРАВОЛАТОР

(«Квантик» № 12, 2017)

Ответ: выгоднее завязать шнурки на траволаторе. Пройденное расстояние равно сумме вклада траволатора (произведение скорости траволатора и времени, которое провела Лена на траволаторе) и вклада Лены (произведение скорости Лены на общее время её ходьбы). Если Лена завязывает шнурки на траволаторе, то и времени на нём она проведёт больше. Значит, в этом случае вклад траволатора больше. Поэтому вклад Лены меньше, то есть она шла меньше времени.

МЯЧИ И ТРУБКИ, ИЛИ ЧТО ТАКОЕ ФУЛЛЕРЕНЫ

1. *Почему в молекуле фуллерена всегда 12 пятиугольных граней?*

Пусть в молекуле x пятиугольных и y шестиугольных граней. Так как в каждой вершине сходится три грани, вершин будет $\frac{(5x+6y)}{3} = \frac{5}{3}x + 2y$. А так как каждое ребро входит в две соседние грани, рёбер будет $\frac{(5x+6y)}{2} = \frac{5}{2}x + 3y$. Подставив в формулу Эйлера, получим $2 = \frac{5}{3}x + 2y - \left(\frac{5}{2}x + 3y\right) + (x+y) = \frac{x}{6}$, откуда $x = 12$.

2. *Почему в молекуле фуллерена может быть только чётное число атомов?*

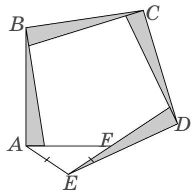
Так как в каждой вершине сходятся три ребра, утроенное число вершин равно удвоенному числу рёбер, то есть чётно. Но тогда и само число вершин чётно.

XL ТУРНИР ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

Математика

1. Ответ: 15 км/ч. Пусть мальчики двигались t часов. Тогда Саша шёл $5 \cdot t/2$ км, а бежал $10 \cdot t/2$ км, что в сумме равно 0,6 км, откуда $t = 0{,}08$. Илья прошёл 300 м за $0{,}3/5 = 0{,}06$ часа. Значит, оставшиеся 300 м Илья пробежал за 0,02 часа. То есть, его скорость равна 0,3 км/0,02 ч = 15 км/ч.

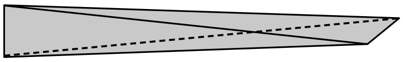
2. Ответ: $(90/11)°$. Обозначим меньший из углов Лёшиного треугольника через α, а угол при основании равнобедренного треугольника через β. Заметим, что в пятиугольнике $ABCDE$ углы B, C и D равны $90° + \alpha$ и все стороны, кроме AE, равны друг другу. Из этого следует, что пятиугольник симметричен относительно биссектрисы угла C. Значит, углы A и E равны: $90° + \beta = 180° - 2\beta + \alpha$, откуда $\beta = \alpha/3 + 30°$.



Но сумма всех углов пятиугольника равна 540°, то есть $3(90° + \alpha) + 2(90° + \beta) = 540°$, откуда $3\alpha + 2\beta = 90°$. Подставляя найденное ранее выражение β через α, получим: $3\alpha + 2(\alpha/3 + 30°) = 90°$, откуда $11\alpha/3 = 30°$, то есть $\alpha = (90/11)°$.

3. Ответы: а) да; б) нет.

а) Возьмём два равнобедренных треугольника со сторонами 0,9 см, 1001 км, 1001 км. Расположим их друг на друге в одной плоскости, а дальше «приподнимем» один из них над плоскостью, не трогая его основание. Иными словами, повернём один из треугольников вокруг прямой, содержащей основания треугольников. Понятно, что можно это сделать так, чтобы расстояние между вершинами треугольников было меньше 1 см.



б) Пусть это возможно. Ввиду неравенства треугольника не может быть грани, где одна сторона больше 1 км, а две меньше 1 см. Возьмём какое-нибудь ребро длиной больше 1 км. Оно входит в две грани. Но хотя бы в одной из них нет второго ребра длиной больше 1 км, противоречие.

Математические игры

а) Выигрывает 2-й. Повторяя ходы 1-го симметрично относительно диагонали, он всегда сможет сделать ход: 1-й не сможет закрасить клетку на диагонали, потому что соседнюю с ней клетку закрасил 2-й своим последним ходом, и игроки будут красить клетки каждый в своей половине поля, разделённого диагональю.

б) Выигрывает 2-й, повторяя ходы 1-го симметрично центру поля. Докажем, что 2-й всегда сможет сделать ход. Заметим, что на поле нет клетки, симметричной самой себе, и что после любого хода 2-го каждой закрашенной клетке соответствует симметричная клетка другого цвета. Пусть в какой-то момент 2-й не может сделать ход. Тогда он вынужден покрасить какую-то клетку A, рядом с которой клетка $Б$ 1-го цвета. Так как A и $Б$ соседние, они не могут быть симметричны друг другу. Рассмотрим тогда пару клеток, симметричных клеткам A и $Б$. Это другие клетки, они тоже соседние, и обе закрашены, причём разными цветами – противоречие.

в) Выигрывает первый. Вторым ходом он закрашивает клетку так, чтобы она и закрашенная клетка соперника были угловыми клетками некоторого квадрата 9×9, лежащего внутри поля. Дальше первый использует стратегию из пункта а), симметрично повторяя ходы второго относительно диагонали этого квадрата 9×9.

г) Выигрывает первый. Разделим поле на три части: две центральные клетки, часть первого игрока (клетки по одну сторону от центральных) и часть второго (клетки по другую сторону). Пусть за первые 8 ходов первый закрасит ряд клеток, включая центральную, затем покрасит вторую центральную клетку, а потом будет красить оставшиеся клетки из своей части. Так в его распоряжении окажется больше половины клеток поля. Второй не сможет ему помешать. Второй может закрасить клетку, соседнюю с центральной, ровно в одном случае: на 7-м ходу перед тем, как первый на 8-м ходу закрасит первую центральную клетку. Но тогда 8-й ход второй игрок не сможет сделать.

Лингвистика

Поскольку $sami \times sami = cxra$ и все числа, упомянутые в первой части условия, лежат в диапазоне от 1 до 10 и предположительно целые, есть две возможности: $sami = 2$ или $sami = 3$. Если $sami=2$, $cxra=4$; тогда $erti+ori=2$, но составить 2 из двух разных целых слагаемых от 1 до 10 невозможно – противоречие. Значит, $sami=3$. Тогда $cxra=9$; раз к 9 ещё можно прибавить *erti* и получить число *ati* в диапазоне от 1 до 10, то $erti=1$, $ati=10$. Тогда $ori=2$. У нас остаются числительные *xuti*, *ekvsi*, *otxi*, *rva* и *švidi*, которые обозначают числа от 4 до 8. Мы знаем, что $švidi \times sami = otxi \times ekvsi - sami$, или, перенося *sami* в левую часть, $(švidi+1)\times3 = otxi \times$ $\times\, ekvsi$. В левой части могут стоять кратные 3 числа от $5\times3=15$ до $9\times3=27$, но только одно из них можно получить перемножением двух чисел из набора от 4 до 8: $24=4\times6$. Тогда $švidi+1=8$, а значит, $švidi=7$. Одно из чисел *otxi* и *ekvsi* – это 4, а другое 6. Но если $ekvsi=$ $=4$, $otxi=6$, то в первом равенстве задания 1 получаем $6+rva=4\times2$; тогда $rva=2$, но это число уже занято – противоречие. Значит $otxi=4$, $ekvsi=6$, $rva=8$. Тогда из равенства $xuti+erti=$ $=ekvsi$ получаем $xuti=5$.

1. $4+8=6\times2$; $7\times3=4\times6-3$.

Из второй части задачи видно, что основа числительных не включает в себя конечное *i* (то есть, например, основа слова *erti* выглядит как *ert-*). Образование числительных, больших 10: $10+X=$ *t*-{основа X}-*met'-i* (например, $5=$ *xut-i*, $15=$ *t-xut-met'-i*, $oci=20$); далее счёт двадцатеричный: $20\,Y=$ {основа Y, если $Y\geqslant2$}-*oc-i* (например, $3=$ *sam*, $60=$ *sam-oci*); $20\,Y+X=$ {основа Y, если $Y\geqslant2$}-*oc-da*-{основа X}-*i* (например, $10=$ *ati*, $30=$ *oc-da-ati*).

2. $35-12=23$, и $23=$ *ocdasami*; $30\times2+9+$ $+1=70$, и $70=$ *samocdaati*; $8\times2=16$, и $16=$ $=$ *tekvsmet'i*.

3. $74=$ *samocdatotxmet'i*.

Решения задач по физике, астрономии и биологии читайте в следующем номере.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Высылайте решения задач V тура, с которыми справитесь, не позднее 1 февраля в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: goo.gl/HiaU6g), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

V ТУР

21. Читая книгу Мартина Гарднера, Настя заметила, что её папе в n^2 году исполнится n лет. Сколько лет исполняется отцу в 2018 году?

22. Марсианская роза каждую ночь меняет свою высоту. Если высота была не больше метра, то она удваивается, иначе – уменьшается на метр. Спутник пролетает над розой каждый третий день. Может ли он каждый раз видеть розу одной и той же высоты?

Авторы: Александр Домашенко (21), Александр Перепечко (22, 25), ученик 7 класса Данила Боханов (23), Михаил Евдокимов (24)

23. Петя придумал признак равенства четырёхугольников. Он утверждает, что если даны четырёхугольники $ABCD$ и $A'B'C'D'$ (не обязательно выпуклые), причём три стороны одного соответственно равны трём сторонам другого ($AB = A'B'$, $BC = B'C'$, $CD = C'D'$) и диагонали одного соответственно равны диагоналям другого ($AC = A'C'$, $BD = B'D'$), то и сами четырёхугольники равны. Не ошибается ли Петя?

24. Квадрат 5×5 разбили на единичные квадратики и в каждом из них одним из двух возможных способов провели диагональ. Получилось какое-то разбиение исходного квадрата на 50 маленьких треугольников. Всегда ли удастся окрасить 25 треугольников в чёрный цвет так, чтобы чёрные треугольники не имели общих сторон?

25. В куче 131 камень. Двое берут камни по очереди. Сначала первый игрок берёт k камней, где k – некоторое фиксированное число. Каждым следующим ходом игрок берёт либо столько же камней, сколько брал его соперник на предыдущем ходу, либо на один больше. Кто не может сделать ход – проиграл. Кто из игроков может гарантировать себе победу, как бы ни играл его соперник, если а) $k = 9$? б) $k = 1$?

Художник Николай Крутиков

Меняется ли ВЕС?

Когда мы пишем карандашом или ручкой на бумаге или наносим текст на бумагу типографской краской, вес бумаги немного увеличивается (за счёт наносимых чернил).

А возможна ли ситуация, когда после написания текста вес того, на чём текст написан, уменьшается (и даже существенно)?

Автор Григорий Гальперин Художник Елена Цветаева

ISSN 2227-7986 18001

9 772227 798183