№ 6 | июнь 2018

ЖУРНАЛ КВАНТИК
ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

№6
ИЮНЬ 2018

БОРИС БЕЛОУСОВ

ГРАВИТАЦИОННЫЙ БИЛЬЯРД

ВЕРТОСЛОВЫ

Enter

e-mail: kvantik@mccme.ru

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 06, июнь 2018 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С.А.Дориченко
Редакция: В.Г.Асташкина, В.А.Дрёмов, Е.А. Котко, И.А.Маховая, А. Ю. Перепечко, М.В.Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Вёрстка: Р.К.Шагеева, И.Х.Гумерова
Обложка: художник Елена Цветаева

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
- Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)
- «Каталог Российской прессы» МАП (индексы **11346** и **11348**)

Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» на сайте **vipishi.ru**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 5000 экз.
Подписано в печать: 15.05. 2018
Отпечатано в типографии ООО «ТДДС-Столица-8»
Тел.: (495)363-48-84
http://capitalpress.ru
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

СОДЕРЖАНИЕ

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Игорь Акулич

ЗЕРКАЛЬНОЕ ВРЕМЯ, ИЛИ ПОВТОРЕНИЕ ПРОЙДЕННОГО

– Позволь-ка, Даня, задать неожиданный вопрос.

– Хорошо, Федя, так уж и быть, задавай.

– Сначала представь себе обыкновенные часы с двумя стрелками – часовой и минутной...

– Как неожиданно такое слышать! Особенно от тебя. Ну ладно, представил.

– Так вот: существуют ли два таких момента времени, что часовые стрелки в эти моменты симметричны друг другу относительно вертикальной оси, проходящей через центр часов, и минутные – тоже симметричны относительно той же оси? И если да, то какие это моменты?

– Так ведь мы решали такую задачу! В смысле, использовали именно такую симметрию при её решении.

– Когда это?

– Напомню. Условие было таково: **«Придворный астролог называет время суток хорошим, если по ходу часов минутная стрелка расположена после часовой и перед секундной; а иначе – плохим. Какого времени больше – хорошего или плохого?»**[1]

– Нет, это что-то другое. Да и стрелок здесь три.

– Неважно! Вспомни, как мы доказывали, что хорошего и плохого времени поровну. Пусть после полудня прошло время t (в часах). В этот момент стрелки как-то расположились по циферблату, и время может быть как плохим, так и хорошим. Теперь возьмём «симметричный» момент – за t часов до наступления того же полудня. Обрати внимание: стрелки расположатся симметрично первоначальному их расположению относительно вертикальной оси, проходящей через центр часов. Ведь это то же самое, что «открутить» стрелки от вертикального положения на t часов назад! Ну а если первое положение стрелок было плохое, то «зеркальное» ему второе положение стало хорошим (и наоборот). Значит, плохого и хорошего времени поровну! То есть на твои вопросы: «существуют ли, и если да, то какие...» ответ таков: существуют, и главное, любому моменту времени

[1]См. статью «Новые приключения продолжаются» из «Квантика» № 5 за 2015 г. Задачу придумал Д. Ботин.

можно указать другой момент с симметричным первому расположением стрелок относительно вертикальной оси! Причём положения стрелок иногда могут полностью совпасть со своими отражениями – например, в 12:00 или в 6:00. Здесь все стрелки лежат как раз на вертикали и после отражения от неё остаются на тех же местах.

– Согласен на все сто. Ну а если ось симметрии *не вертикальна*?

– Наверно, зависит от оси. Хотя... Да ведь эту задачу мы тоже решали!

– Не может быть! Ну-ка, напомни.

– Пожалуйста: **«Сколько раз в сутки минутная и часовая стрелки часов совпадают?»**[2]

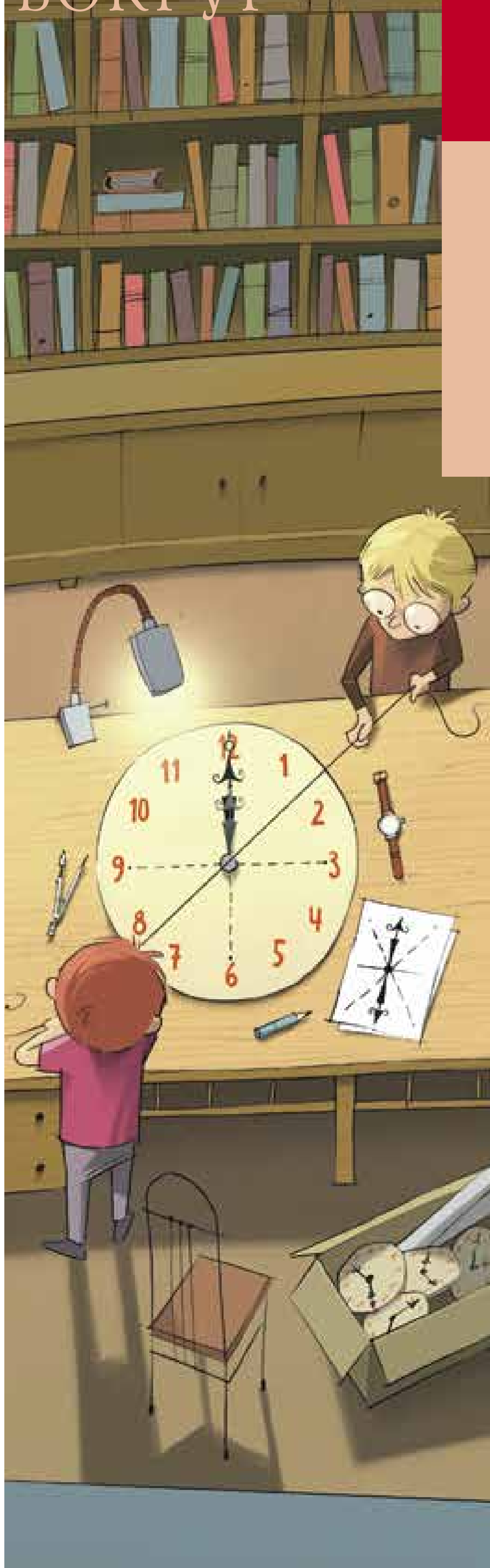
– Но *здесь-то* что общего?

– Давай сначала о том, в чём отличия. Прежде всего, в таких задачах нет необходимости рассматривать целые сутки – достаточно ограничиться полусутками (потому что часовая стрелка проходит полный оборот именно за такое время), а потом ответ удвоить. А за полсуток такое совпадение имеет место ровно 11 раз – когда обе стрелки вертикальны (в полдень и в полночь), и далее через каждые $\frac{12}{11}$ часа.

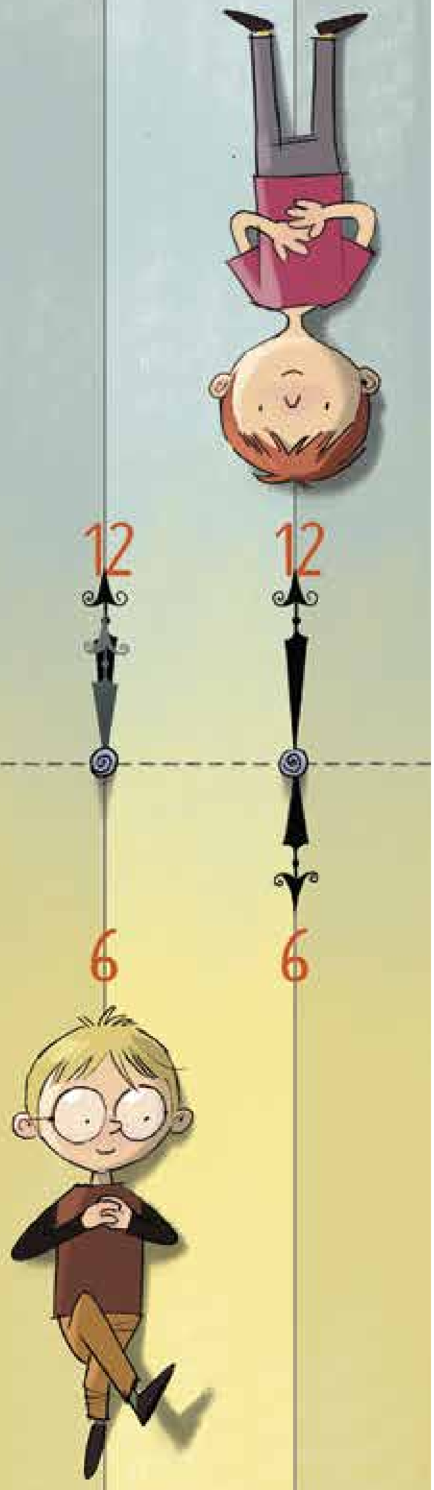
– Да помню я это!

– А теперь смотри. Возьмём любой из этих одиннадцати моментов и в качестве оси симметрии выберем именно ту прямую, на которой лежат совпадающие стрелки. Теперь возьмём два момента времени: один – через t часов *после* этого момента, а второй – наоборот, за t часов *до* этого момента (здесь t – как и ранее, произвольный промежуток времени). Чтобы получить эти моменты, надо перевести стрелки от момента их совпадения на одно и то же время вперёд, а также назад. Уж тут-то совершенно ясно, что положения соответствующих стрелок окажутся симметричны относительно выбранной наклонной оси.

– Итак, найдено 11 положений оси симметрии (включая вертикальную), при которой любому моменту времени можно поставить в соответствие другой момент с симметричным расположением стрелок.



[2]См. статью С.Дориченко «Приключения со стрелками» из «Квантика» № 1 за 2012 г.



Но думаю, это ещё не всё – ведь имеются и моменты, когда часовая и минутная стрелка направлены *строго в противоположные стороны*.

– А вот и нет! Моменты, конечно, другие, но оси-то *те же самые*.

– Это почему?

– А ты возьми момент, когда стрелки совпадают, а потом другой – ровно через 6 часов. Часовая стрелка при этом повернётся в противоположную сторону, а минутная-то останется на месте. Момент другой – а ось та же самая.

– Согласен. Но может, есть ещё какие-то «хорошие» положения оси? Как бы *принципиально* иные?

– Думаю, что нет.

– Думать – не значит доказать.

– Могу и доказать. Рассуждаем так. Пусть имеются два момента времени, при которых часовые и минутные стрелки симметричны относительно одной и той же оси. Ясно, что если стрелки для одного из этих моментов передвинуть на какое-то время вперёд, а для второго – на такую же величину назад, то расположения стрелок останутся симметричными относительной той же оси (потому что углы перемещения стрелок равны, но противоположны). Поэтому давай передвинем стрелки для одного из моментов вперёд так, чтобы часовая стрелка совпала *с самой осью симметрии*. Тогда, если передвинуть стрелки для второго момента на такой же промежуток назад, то и там часовая стрелка займёт такое же положение! Ведь симметрия-то сохранится, и если одна из стрелок окажется на оси симметрии, то вторая должна будет оказаться на той же оси. Итак, часовые стрелки совпадут. Но тогда и минутные должны совпасть – ведь это же будет один и тот же момент времени. А поскольку минутные стрелки совпадут *между собой* и к тому же останутся симметричны относительно данной оси, то им просто некуда деваться, кроме как совпасть с этой осью.

Итак, что в результате? На оси симметрии лежат и часовая, и минутная стрелки. Это может быть достигнуто двумя путями: направления часовой и минутной стрелок либо совпадают, либо противоположны. А эти две возможности уже включены в найденные нами положения оси симметрии. Значит, других осей (сверх 11 найденных), при которых возможно симметричное положение стрелок, нет.

– Ура, с двумя стрелками разобрались. А если на часах *три* стрелки – возможна ли симметрия их всех?

– Наверное, ты удивишься, но *и эту* задачу мы когда-то решили! По крайней мере, наполовину.

– Не верю!

– Не шуми, не Станиславский. Вот эта задача: **«Сколько раз в сутки совпадут все три стрелки часов?»**[3] Помнится, мы тогда выяснили, что такое бывает, только если все они смотрят вверх (в полдень или в полночь). А ведь нам из найденных одиннадцати осей надо выбрать именно такую, что в какой-то прекрасный момент времени на ней будут лежать *все три* стрелки. Значит, вертикальная ось как раз подойдёт, а насчёт наклонных – надо ещё подумать...

– А почему ты говорил «наполовину»?

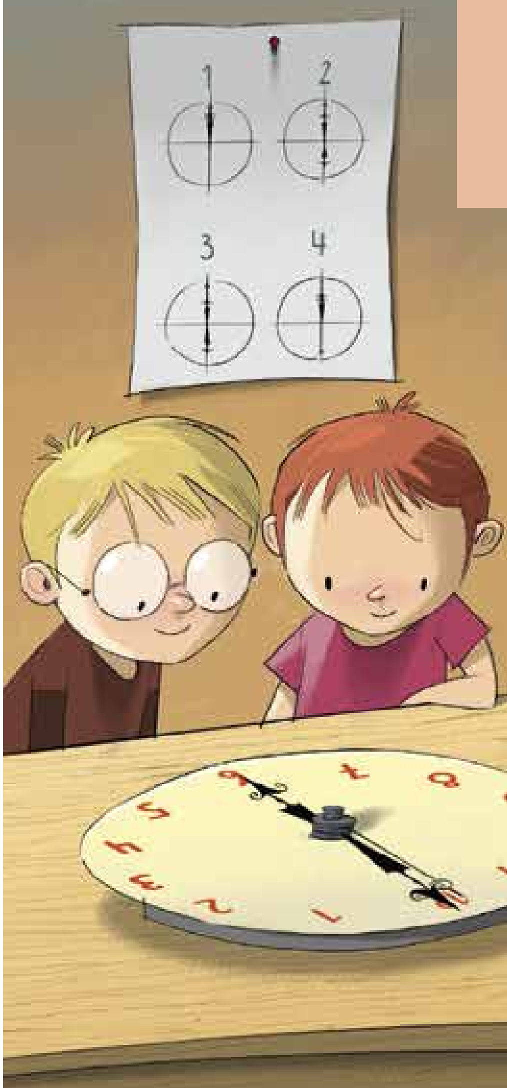
– Потому что «стрелки совпадут» и «стрелки лежат на одной прямой» – не одно и то же. Возможен вариант, когда две стрелки направлены в одну сторону, а третья – в противоположную.

– Так здесь всего, выходит, аж *четыре* варианта: либо все три стрелки совпадают, либо одна из них – часовая, минутная или секундная – «оторвалась от коллектива». Поэтому наше тогдашнее решение – это лишь четверть проблемы.

– Нет, всё-таки половина. Заметь, если минутная и секундная стрелки совпадают, а часовая им противоположна, то через 6 часов они все три отлично совпадут и будут лежать на той же самой прямой. Так что эти две возможности (из четырёх) фактически объединяются в одну. То же относится и к двум оставшимся вариантам – их тоже можно объединить в один.

– Ты прав! В самом деле, если часовая и минутная стрелки совпадают, а секундная смотрит в обратную сторону, то через шесть часов, наоборот, часовая сольётся с секундной. А ось останется той же.

– Значит, достаточно разобраться с одним-единственным случаем: когда часовая и минутная стрелки



[3]См. статью «Приключения продолжаются» из «Квантика» № 6 за 2012 г.

совпадают, а секундная им противоположна. Совпадение часовой и минутной стрелок в течение полусуток, как мы уже выяснили, происходит в полночь (полдень) и далее ещё 10 раз – через каждые $\frac{12}{11}$ часа. Пойдём многократно проверенным путём: полный оборот обозначим за единицу, начало отсчёта – вертикальное положение. Так как один оборот – это 12 часов, то $\frac{12}{11}$ часа соответствуют $\frac{1}{11}$ оборота, и потому в момент совпадения часовая стрелка прошла путь $\frac{n}{11}$, где n – целое число от 0 до 10. Скорость вращения минутной стрелки в 12 раз больше, и она пройдёт путь, равный $\frac{12n}{11}$. Так как $\frac{12n}{11} - \frac{n}{11}$ равно n, то есть целому числу оборотов, то действительно часовая и минутная стрелки совпадают (хотя это мы и так знали). А теперь – секундная. Она движется в 60 раз быстрее минутной и пройдёт путь $\frac{720n}{11}$. И если секундная опережает часовую на некоторое целое число оборотов m и ещё пол-оборота, то получается уравнение: $\frac{720n}{11} - \frac{n}{11} = m + \frac{1}{2}$.

Отсюда $2 \cdot 719 \cdot n = 11 \cdot (2m+1)$. И что дальше?

– Всё ясно – это невозможно! В левой части – *чётное* число (из-за сомножителя 2), а в правой – нечётное (произведение двух нечётных чисел).

– Итак, общий вывод (из всего, что мы сегодня наворотили): существуют 11 положений оси симметрии, относительно которых *любому* моменту времени можно поставить в соответствие момент, когда часовые стрелки обоих моментов симметричны между собой относительно этой оси и минутные – тоже симметричны. А если требуется, чтобы ещё и секундные стрелки были симметричны, то такое возможно только относительно единственной оси – вертикальной (но опять же для *любого* момента времени).

– Правда, к сожалению, почти все наши результаты основаны на ранее решённых задачах. По сути – повторение пройденного!

– Какое может быть сожаление? В этом и состоит глубинная суть математики – свести задачу к ранее решённой! Наоборот, гордиться надо!

Художник Алексей Вайнер

Вера Винниченко

Находка в Денали

Иногда научные открытия совершают не бородатые учёные, а маленькие дети. Об одной из таких «великих случайностей» и будет наш рассказ.

Река Текланика рождается из талых вод ледника Кантуэл и течёт по территории национального парка Денали (Аляска). В мае 2009 года работница парка прогуливалась вдоль берега реки со своим четырёхлетним сыном (имя мамы и ребёнка сотрудники парка по сей день держат в тайне). Мальчик увлечённо перебирал мелкие речные камни и вдруг извлёк странный острый предмет. Его мама подумала, что это рыбья косточка, но на всякий случай показала находку археологу Джереми Карчуту. Оказалось, что это наконечник стрелы из оленьего рога, такими стрелами охотились древние люди около 1100 лет назад. Так, благодаря четырёхлетнему мальчику, археологи смогли доказать, что на территории Аляски обитали представители древней атапасской культуры.

Художник Мария Усеинова

Андрей Андреев,
Алексей Панов

ГРАВИТАЦИОННЫЙ БИЛЬЯРД И МЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛАЗЕРНОГО РЕЗОНАТОРА

Для создания гравитационного бильярда нам понадобится стеклянная банка, воздушный шарик и ещё стальной шарик диаметром в несколько миллиметров. На стеклянную банку натянем кусок резиновой плёнки, вырезанной из воздушного шарика. Перед тем как герметично закрепить плёнку, нажмём на неё и выпустим из банки немного воздуха, чтобы под действием атмосферного давления плёнка прогнулась внутрь. Если банка круглая, то из-за разности давлений плёнка примет сферическую форму – будет представлять собой небольшой кусочек сферы.

Из-за разности давлений плёнка принимает сферическую форму

Если на нашу плёнку с малой высоты точно по центру отпустить небольшой металлический шарик, он будет многократно подскакивать вверх и снова падать в центр, и эти подскоки будут продолжаться достаточно долго (kvantik.com/stable.webm).

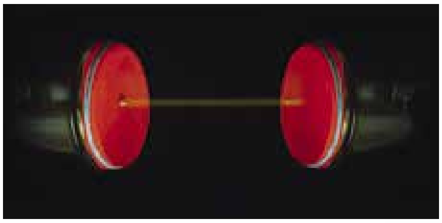
Шарик отпускается точно по центру плёнки

Если же начальная высота превышает некоторое критическое значение, то, как бы точно мы ни прицеливались по центру плёнки, всё равно после нескольких отскоков шарик будет выброшен за её пределы (kvantik.com/unstable.webm).

Оказывается, что критическая начальная высота, разделяющая эти два типа траекторий, равна половине радиуса сферы, частью которой является наша

плёнка. Это можно проверить экспериментально, а можно доказать и чисто математически.

А теперь отключим гравитацию – представим, что мы находимся в условиях невесомости. Возьмём две такие банки, расположим их друг против друга и запустим между ними стальной шарик.



В невесомости

Возникает аналогичный вопрос: при каких условиях шарик будет устойчиво двигаться, попеременно отражаясь от одной плёнки к другой, а при каких условиях его обязательно выбросит из пространства между банками?

На самом деле это важный вопрос, и он хорошо изучен. Дело в том, что у нашей механической системы имеется известный оптический аналог. Это лазерный резонатор – система из двух сферических зеркал, расположенных друг против друга. Он характеризуется тремя числами: радиусами зеркал R_1, R_2 и расстоянием между вершинами зеркал L.

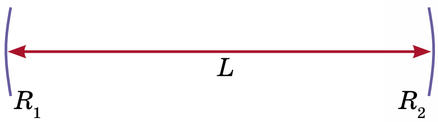


Схема лазерного резонатора

В зависимости от соотношения этих трёх параметров световой луч, движущийся вблизи оси резонатора, либо всегда остаётся внутри резонатора, либо после нескольких отражений вылетает оттуда. В первом случае резонатор называют *устойчивым*, и его можно использовать для генерации лазерного излучения, во втором случае резонатор называют *неустойчивым*.

Отыскание критерия устойчивости лазерного резонатора – увлекательная задача, и её можно решить с помощью школьной математики. На сайте Квантика (kvantik.com/laser.pdf – просматривать лучше в режиме 2 страницы на экран) вы найдёте подробное обсуждение этой задачи, одинаково применимое и к самому лазерному резонатору, и к его «двухбаночной» механической модели.

Фото авторов

Художник Артём Костюкевич

БОРИС БЕЛОУСОВ

Марина Молчанова

Вы смотрите на стакан с красно-лиловой жидкостью, а он вдруг становится ярко-синим. А потом снова красно-лиловым. И снова синим. И вы невольно начинаете дышать в такт колебаниям.

С.Э.Шноль

Борис Павлович Белоусов (19.02.1893 – 12.06.1970)

Солдат Первой мировой войны в противогазе

Мы знаем много историй про гениальных художников, которых при жизни не принимали всерьёз. Они бедствовали, и долгожданная слава приходила к ним только после смерти. Среди учёных такое в наше время бывает редко: обычно научный мир быстро признаёт и усваивает новые открытия, важные результаты сразу становятся известными всему свету, и учёному достаётся заслуженная (а иногда незаслуженная) слава. Поэтому такой странной кажется судьба Бориса Белоусова: человек, совершивший одно из самых необычных открытий в современной химии, при жизни не был известен почти никому.

РАННИЕ ГОДЫ

Белоусов родился в многодетной московской семье. Детство его было бурным: старший брат увлекался революционными идеями и вовлёк младших в свою деятельность. Их всех арестовали, даже двенадцатилетнего Бориса – в камере он спал в обнимку с плюшевым медведем... Но освободили, когда семья согласилась уехать в эмиграцию.

В Швейцарии Белоусовы тоже общались с революционерами. Сохранилось даже воспоминание Бориса Павловича о том, как он играл в шахматы с Лениным. Но с тех пор, к счастью, партийная политика его не интересовала – только химия.

После начала Первой мировой войны Белоусов приехал в Россию, чтобы пойти в армию добровольцем. Его не взяли: слишком худой! Но зато он начал работать в области военной химии. Ведь в той войне использовались отравляющие газы – а значит, нужны были средства их обнаружения, составы для противогазов...

После революции работа военного химика продолжилась. Белоусов вёл исследования – конечно, под грифом «секретно» – и читал лекции. Двигалась вверх и военная карьера: Белоусов получил звание комбрига (почти генерала). И чудом уцелел в период массовых арестов и расстрелов 1937–1938 годов, когда вокруг него погибли многие.

«Ну, знаете что, братцы, имея такую реакцию, можете не волноваться: на много лет хватит загадок и работы» – так отозвался о реакции Белоусова академик И. Е. Тамм

После этого он вышел в отставку и занимался только научной работой, по-прежнему в секретном институте. Никто, кроме ближайших сотрудников, о нём не знал, да и сам он не любил общаться с людьми. Но именно в этот период, когда его жизнь из бурной стала тихой и одинокой, он совершил своё открытие.

КАК ЭТО БЫЛО

Помимо военной химии, Белоусов интересовался и совсем другой, необычной темой. В живых организмах происходит немало циклических, повторяющихся процессов. Таких, как сердцебиение: пока мы живём, сокращения нашего сердца постоянно повторяются. Такие же повторяющиеся процессы в живых клетках есть и на химическом уровне. Например, все биохимики знают про цикл Кребса, без которого невозможно дыхание: лимонная кислота претерпевает много химических превращений, в результате которых выделяется углекислый газ и возникают некоторые важные вещества, а в итоге снова образуется та же лимонная кислота и всё повторяется сначала.

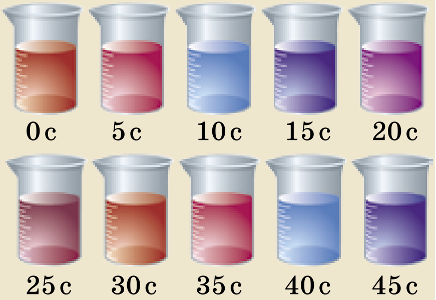
Но процессы в живых организмах – отдельная история. А можно ли устроить такой же повторяющийся процесс «на коленке», в пробирке? Большинство учёных считало, что невозможно: в классической химии процессы в заданной системе всегда идут в одном направлении – к положению химического равновесия.

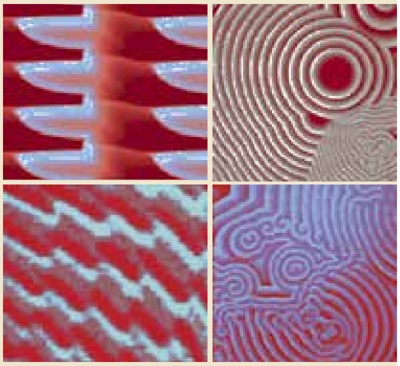
Но Белоусов считал, что невозможное возможно, и в 1951 году это показал. Он взял раствор, в котором было смешано несколько компонентов. Прежде всего, та же лимонная кислота. Туда же Белоусов добавил бромат калия – известный окислитель. Серную кислоту. И, главное, соль металла церия. (Кстати, с этим металлом мы часто встречаемся: сплав церия используется в зажигалках для высекания искры.)

Можно было ожидать, что этот раствор будет постепенно менять цвет. Ведь у соединений церия есть две формы, и бесцветная форма под действием окислителя переходит в жёлтую. Удивительным было другое:

Б. П. Белоусов
около 1956 – 1958 г.

Немецко-английский
биохимик
Ханс Адольф Кребс
(25.08.1900 – 22.11.1981)





Цветные волны на основе колебательных реакций. Подобные картинки даже украшали обложку самого престижного научного журнала Nature

Советский и российский биофизик Симон Эльевич Шноль (родился 21.03.1930)

в смеси у Белоусова жёлтый раствор затем снова становился бесцветным. А затем снова жёлтым. А затем снова бесцветным... И так много раз. Или можно добавить ещё одно вещество, индикатор, чтобы перемены цвета были ярче – от красно-лилового до синего.

Это напоминало колебания маятника часов, который отклоняется то в одну, то в другую сторону, пока завод часов не кончится.

Но одно дело – привычные часы, а другое – химические процессы. И Белоусову никто не поверил! Он приносил свою статью в редакции уважаемых научных журналов. Там на него смотрели с таким же недоумением и презрением, с каким, наверное, смотрят на горе-изобретателей, принёсших проект вечного двигателя... Белоусов пытался уговорить своих критиков хотя бы попробовать сделать такие «химические часы»: для этого не нужно ни дорогих реактивов, ни сложных приборов. Но и пробовать никто не стал.

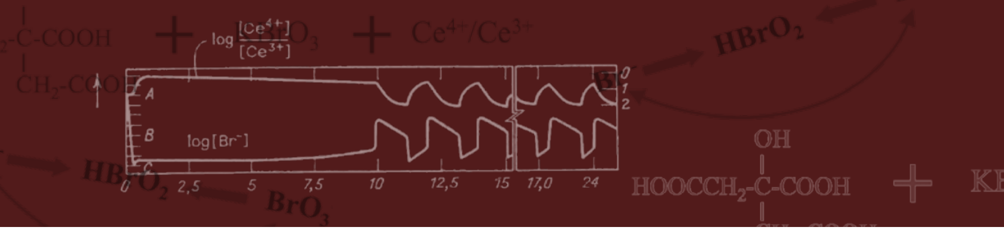
Опубликовать свой результат Белоусов смог лишь спустя годы, в крошечном ведомственном сборнике. И его открытие имело все шансы на забвение.

Но история снова сделала неожиданный поворот.

ШНОЛЬ, ЖАБОТИНСКИЙ И ДРУГИЕ

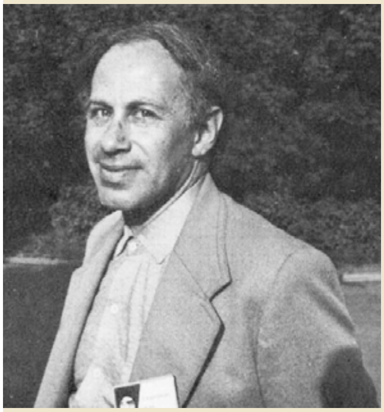
Молодой учёный Симон Шноль в 1950-е годы занимался изучением некоторых биохимических систем. И ему показалось, что он видит в них признаки колебаний: системы переходили то в одно, то в другое состояние. Здравый смысл химика говорил ему, что такого быть не может. Но среди коллег слухи разносятся быстро, и Шнолю сказали: есть один старик, он может поставить перед тобой стакан с жидкостью, и она будет то синей, то красной, то снова синей...

Шноль познакомился с Белоусовым. Оскорблённый непризнанием, Белоусов не хотел никак участвовать в дальнейшей работе над этой темой. Но был не против того, чтобы над ней работали другие. И Шнолю удалось привлечь молодёжь, прежде всего талантливого студента Анатолия Жаботинского.



Жаботинский многое развил и улучшил в постановке опыта. Он показал, что лимонную кислоту можно заменить некоторыми другими кислотами, церий – другими металлами. Но главное, чего он достиг, – это построение химической и математической модели. Стало понятно не только то, какие процессы происходят в смеси (а их чуть ли не сотня!), но и что́ их ускоряет и тормозит и почему возникают колебания.

Когда возникла теория, люди поверили. Постепенно началось признание: публикации, симпозиумы, затем получение и объяснение «химических волн» на основе колебательных реакций. Белоусов по-прежнему не хотел иметь к этому никакого отношения... Но в знак признания его заслуг открытая им реакция получила название «реакция Белоусова–Жаботинского», по-английски сокращенно BZ-реакция. И вскоре она стала известна всему миру.



Анатолий Маркович Жаботинский, 1983 г.

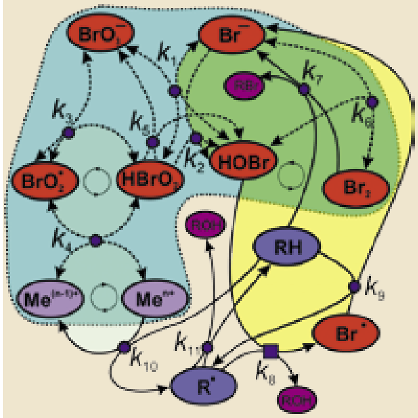
А ЧТО ПОТОМ?

Уже после смерти Белоусова Жаботинский получил за открытие колебательных реакций Ленинскую премию – самую почётную в Советском Союзе. Позже он успешно работал в США. Десять лет назад его не стало.

История открытия колебательных реакций подробно изложена в книге Шноля «Герои, злодеи, конформисты отечественной науки».

Белоусов не успел получить ни премий, ни признания. Он умер через год после выхода на пенсию, забытый всеми, кроме коллег.

Впрочем, и сейчас его имя мало что говорит широкой публике. Но по теме, которую он открыл, опубликованы тысячи статей и книг. Она повлияла на развитие важнейших областей науки, например на теорию автоволновых процессов. Вопросы, связанные с ней, изучают химики, физики, математики, биологи по всему миру. И даже те из них, кто вряд ли вспомнит фамилию «Белоусов», точно знают, что такое BZ-реакция. А значит, память всё-таки осталась.



Упрощенная схема BZ-реакции

P.S. В интернете есть много красивых видео. Поищите «реакция Белоусова–Жаботинского», «реакция Бриггса–Раушера» (ещё одни «химические часы»), «химические волны» – и просто посмотрите.

Сергей Федин

ГЕРБЕРТ УЭЛЛС, ПОЛЬ ГОГЕН, ЛЕ КОРБЮЗЬЕ

Две из этих историй известны, а одна полностью придумана. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

ГЕРБЕРТ УЭЛЛС

Английский писатель Герберт Уэллс – несомненно, один из самых известных фантастов в истории. Ведь это именно он написал знаменитые книги «Машина времени», «Человек-невидимка» и «Война миров», принёсшие ему мировую славу.

Однако в молодости литературная карьера Уэллса складывалась не совсем удачно. Будучи ещё никому не известным писателем, он со своим другом стал выпускать литературный журнал, на который подписались всего лишь четыре человека.

Однажды утром, когда друзья грустно обсуждали судьбу своего журнала, они услышали за окном звуки похоронного марша. Встревоженные писатели тут же бросились к окну.

– Слава Богу, – вздохнул с облегчением Уэллс, вглядевшись в траурную процессию, – это не наш подписчик!

ПОЛЬ ГОГЕН

Знаменитый французский живописец Поль Гоген в конце своей не очень длинной жизни перебрался на остров Таити, где и создал свои самые знаменитые картины.

Однажды вечером, гуляя по острову, он увидел на небе уникальное явление – одна из звёзд почти вплотную касалась внутренней (то есть вогнутой) стороны лунного серпа. Гоген тут же зарисовал это в блокнот, и на следующее утро пришёл с ним к местному губернатору.

– Это редчайшее событие – счастливое предзнаменование для всего острова, – сказал он чиновнику, показывая рисунок. – Поэтому предлагаю поместить эту картинку с полумесяцем и звездой на флаге Таити.

Губернатор только расхохотался в ответ страдающему дальтонизмом художнику:

– Не верю, что такое могло быть, – сказал он твёрдо, – потому что Луна не бывает фиолетовой.

Через много лет эту картинку на листке из блокнота приобрёл король одной из ближневосточных стран – почитатель творчества Гогена. С той поры на флаге этой страны изображён полумесяц, «целующийся со звездой».

ЛЕ КОРБЮЗЬЕ

Выдающийся французский архитектор-новатор Ле Корбюзье спроектировал много оригинальных зданий в самых разных странах мира, в том числе и в России. Одно из них представляло собой дом-башню.

Когда ученики спросили знаменитого архитектора, почему в этом здании он спроектировал все комнаты круглыми, тот, улыбнувшись, ответил:

– Просто меня в детстве очень часто ставили в угол.

Художник Капыч

ДЕТЕКТИВНЫЕ ИСТОРИИ

Борис Дружинин

БЛЕДНЫЙ МАВР

После приключений на горнолыжном курорте Лиза и Вова решили сводить Риту в Театр драмы, где главным режиссёром был их старый приятель Афанасий Спиридонович Курбский. Он когда-то ставил «Приключения Буратино» с Лизой в роли Мальвины. А ещё друзья помогли ему найти злодея, укравшего череп Йорика и чуть не сорвавшего спектакль «Гамлет». Так что Лиза и Вова всегда были желанными гостями в театре Курбского. Лиза, Рита и Вова отправились смотреть «Отелло».

И вот спектакль начался. Когда на сцене появился Отелло, по залу прокатились смешки. Ещё бы – у чернокожего Отелло из рукавов виднелись абсолютно белые руки. Это гримёры в спешке забыли нанести на них грим. Актёры на сцене тоже заулыбались, а сам Отелло в отчаянии прятал руки за спину.

Наступил антракт. В фойе и в буфете только и было разговоров про белые руки главного героя. А сам знаменитый артист Пупков в гримёрке рвал на себе волосы и грозился больше не выходить на сцену.

– Я в Англии играл Отелло на английском, в Италии на итальянском, в Аргентине на аргентинском, – причитал он, – а тут на родине такой позор.

– Нет аргентинского языка, – пробурчал режиссёр. – Там испанский.

– Какая разница, – ещё больше горячился Пупков. – Какой был успех! Что же делать? Что делать?

В этот момент в дверь постучали.

– Кого ещё черт принёс? – закричал Пупков. – Не до автографов.

В гримёрку вошла Рита.

– Я знаю, как спасти положение!

И она изложила свою идею. После антракта на сцену вышел Отелло и...

Что сделал Отелло по совету Риты?

Зал разразился аплодисментами. Уже ничто не мешало наслаждаться великим произведением Вильяма Шекспира в исполнении мастеров сцены.

Через несколько дней Рита, гуляя по Москве, увидела огромную афишу

ТЕАТР ДРАМЫ
премьера
РОМЕО И ДЖУЛЬЕТТА
в роли Джульетты
АНФИСА БУЛКИНА

и захотела увидеть премьеру. Увы, на кассе висело объявление: «ВСЕ БИЛЕТЫ ПРОДАНЫ». Рита загрустила.

– Ничего, – успокоила её Лиза, – Афанасий Спиридонович наш друг, он нас проведёт на спектакль.

В назначенный час Вова, Лиза и Рита ожидали режиссёра у служебного входа. Рядом нервно пытался закурить молодой брюнет с огромным букетом алых роз. Дверь распахнулась, и Афанасий Спиридонович жестом предложил друзьям войти, потом на секунду задумался и хлопнул себя по лбу.

– Молодой человек, – обратился он к брюнету. – Не одолжите ли ваш букет? Он будет очень кстати в сцене на балконе. Там Джульетта просит Ромео сменить фамилию, ведь ей запрещают встречаться с кем-нибудь из рода Монтекки. Она сравнивает имя человека с запахом розы. Букет мы вам вернём, а я за это проведу вас на премьеру.

– Согласен, – обрадовался брюнет.– Этот букет для моей невесты Олечки Крыловой.

Режиссёр провёл друзей в ложу, где, похоже, сидели завзятые театралы.

– Додумался Афанасий, – сказал седой мужчина, – Джульетту играет пятидесятилетняя Булкина. Хотя она и выдающаяся актриса, но Джульетте всё-таки по пьесе всего четырнадцать.

– Да, – согласилась дама в очках. – А роль её няни досталась молоденькой Оле Крыловой. Это несправедливо.

И вот началась знаменитая сцена на балконе. Джульетта просит Ромео сменить имя и фамилию:

Неужто больше нет других имён?
Что значит имя? Роза пахнет розой.

Джульетта выдержала паузу, взяла букет алых роз и понюхала. Вдруг она как-то странно вздохнула и оглушительно чихнула. Потом ещё раз и ещё. С трудом сдерживаясь, она произнесла:

Хоть розой назови её, хоть нет

и дальше чихала уже без перерыва. Зал хохотал, премьера была сорвана.

– Это провокация, – бушевал режиссёр.

– Я... я больше не буду Джульеттой, – чихая сквозь слёзы, лепетала Булкина. А в коридоре брюнет успокаивал свою невесту Олечку Крылову.

– Надо звать полицию, – продолжал режиссёр.

– Не надо, – заявил Вова. – Я, кажется, знаю, кто всё это натворил.

Кого заподозрил Вова?

На такой грустной ноте и закончилось посещение театра.

Художник Ольга Демидова

Алексей Панов,
Дмитрий Ал. Панов

БУМАЖНАЯ МОДЕЛЬ ПЛОСКОСТИ ЛОБАЧЕВСКОГО

Часть 2

В прошлом номере мы хорошо поработали с нашей бумажной моделью. Обсудили её сходство с настоящей плоскостью Лобачевского и одновременно рассказали о некоторых отличиях. А теперь мы поговорим о другой – чисто геометрической модели, которая абсолютно точно представляет собой плоскость Лобачевского, а также добавим несколько слов о правильных паркетах.

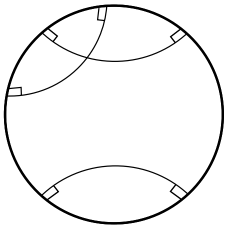
Диск Пуанкаре

Как мы уже говорили в первой части, по теореме Гильберта плоскость Лобачевского нельзя расположить в нашем трёхмерном пространстве. Но точно так же сферу или полусферу нельзя без искажений расположить на обычной плоскости. Тем не менее, у нас в распоряжении имеются удобные географические карты – плоские листы (рис. 12), по которым можно ориентироваться и с помощью простой школьной математики вычислять расстояния между различными земными пунктами.

Рис. 12. Школьная карта Восточного полушария, 1941 г.

Точно так же имеется замечательная карта плоскости Лобачевского – *диск Пуанкаре*. На этой карте плоскость Лобачевского тоже размещается внутри круга, и прямые на этой карте – это дуги окружностей, перпендикулярные границе круга (рис. 13). Сравните этот рисунок с рисунком 9 из первой части.

Рис. 13. Три прямые в плоскости Лобачевского изображены на диске Пуанкаре, две из прямых параллельны третьей (не пересекают её) и проходят через одну точку



Опять же плоскость Лобачевского изображается на диске Пуанкаре, то есть на обычном круге, с большим искажением, и опять же имеется несложная математика, позволяющая с помощью этой карты рассчитывать истинные расстояния на плоскости Лобачевского, а также длины окружностей, площади треугольников и других фигур и всё остальное.

Правильные паркеты

Расскажем ещё об одном замечательном свойстве плоскости Лобачевского. Помните, в первой части мы пытались из правильных треугольников составить многогранник, в каждой вершине которого сходилось бы по шесть таких треугольников, а у нас получилась целая плоскость (рисунок 1 из части 1)? Оказывается, что на обычной плоскости существует только конечное число таких паркетов, составленных из правильных многоугольников. Другое дело – плоскость Лобачевского, там их бесконечно много.

На рисунке 14 представлен один из них (на диске Пуанкаре). Это ближайший родственник нашей бумажной модели, тут тоже в каждой вершине сходятся семь равносторонних треугольников, только на плоскости Лобачевского углы у них уже не по 60°, а по $360^\circ/7$.

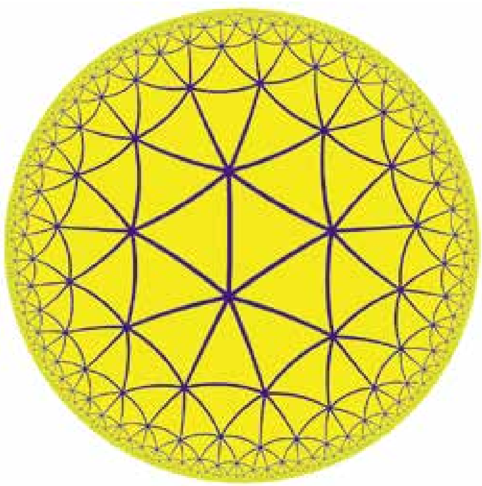


Рис. 14. Правильный паркет на плоскости Лобачевского: в каждой вершине, как и на нашей модели, сходятся семь равносторонних треугольников

Обратите внимание, что на этом рисунке все стороны треугольников искривлены, но так и должно быть – ведь на диске Пуанкаре они должны быть представлены дугами окружностей, перпендикулярных границе диска.

Кроме того, на первый взгляд не похоже, что длины сторон во всех треугольниках равны между собой. Но мы уже говорили, что расчёт расстояний на диске Пуанкаре происходит не так, как на обычной плоскости, и этот расчёт показывает, что все треугольники на рисунке 14 равносторонние и действительно равны между собой.

Наконец, обратите ещё внимание на то, что по мере приближения к граничной окружности треугольники визуально уменьшаются, и это говорит о том, что наиболее сильные масштабные искажения происходят именно вблизи граничной окружности диска Пуанкаре. Наверное, так и должно быть – ведь плоскость Лобачевского не помещается даже в нашем трёхмерном пространстве, а мы попытались разместить её внутри обычного круга.

Другие паркеты и другие бумажные модели

На плоскости Лобачевского существует ещё, например, паркет, составленный из правильных шестиугольников и семиугольников (рис. 15).

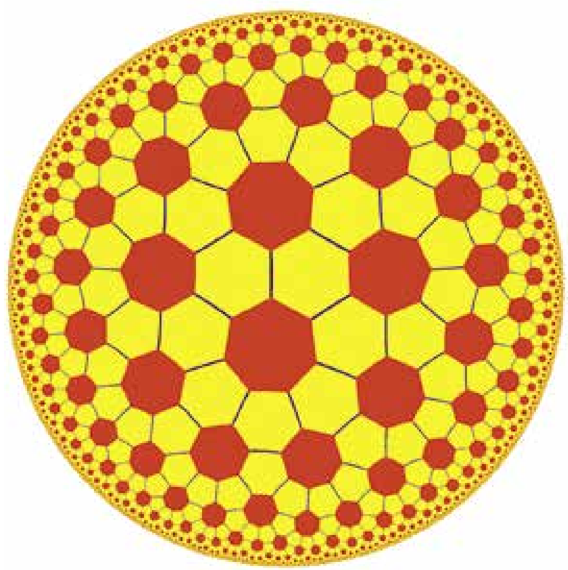


Рис. 15. Паркет из правильных шестиугольников и семиугольников на плоскости Лобачевского

Его тоже можно использовать для построения бумажной модели плоскости Лобачевского. Эта бумажная модель называется «гиперболический футбольный мяч» (hyperbolic football), и вот как она выглядит в руках математика Фрэнка Соттайла и его учеников (рис. 16)[1]. Они, кстати, скрепляют свои многоугольники не резинками, а скотчем. На фотографии все модели повернуты к нам цветной стороной, а все геометрические построения находятся на противоположной – однотонной белой. Мы тоже действовали по этому образцу, все рисунки делали на удобной – гладкой стороне.

Рис. 16. Фрэнк Соттайл со своими учениками, каждый из них держит собственноручно собранный гиперболический футбольный мяч

Сборку подобных моделей можно осуществлять и на экране компьютера. Посмотрите, как это происходит, в трёхминутном ролике под названием Growable surface[2], созданном Atelier Panda.

А на сайте Matematicas Visuales в разделе «Сборка многогранников из бумаги и резиновых колечек»[3] можно познакомиться с другими красивыми объектами, собранными из конструктора, придуманного Фредом Бассетти.

В заключение приводим ссылку на сайт компьютерной игры Hyperrogue, в которой можно побродить по плоскости Лобачевского: roguetemple.com/z/hyper.

Художник Алексей Вайнер

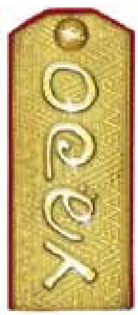
[1] www.math.tamu.edu/~sottile/research/stories/hyperbolic_football/
[2] vimeo.com/22005174
[3] How to build polyhedra with paper and rubber bands, goo.gl/anPwiM

Сергей Федин

ВЕРТОСЛОВЫ

Недавно я сделал удивительное открытие. Оказывается, каждая лошадь – немного лягушка! Не веришь? Но ведь она же **ля**гается. А как можно назвать того, кто лягается? Только лягушкой! Думаешь, я пошутил? Тогда посмотри на эту симпатичную лошадку, а потом поверни картинку на 90 градусов (то есть не вверх ногами, а набок) по часовой стрелке, и перед тобой появится … лягушка.

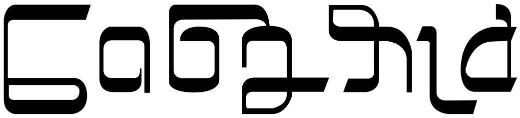
Ну что, убедился? Теперь ты, конечно, не удивишься, если я тебе скажу, что каждый орёл – немножечко … осёл. А вот и доказательство!



Если этот расшитый золотом генеральский погон с гордой надписью **ОРЁЛ** опять повернуть на 90 градусов, только уже в другую сторону (то есть против часовой стрелки), то ты увидишь, как эта надпись превратится в противоположную по смыслу. Так что если вдруг почувствуешь себя орлом, не зазнавайся!

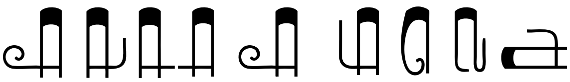
Как раз о таких хитрых надписях, которые можно как-то прочитать и после поворота на 90 градусов, я и хотел поговорить в этот раз. Называются они *ортогоналами*, и придумывать их чрезвычайно трудно. Мне, например, пришлось испортить немало бумаги, прежде чем стали получаться надписи вроде той, что на погоне. Зато потом мне так понравились эти волшебные превращения, что я стал превращать всех и всё подряд. Взял, например, и превратил свою знакомую Ольгу в рубль (эту и последующие надписи мне помог красиво оформить художник Сергей Орлов):

Такие превращения даже Бабе-Яге не снились! А вот, кстати, и она:

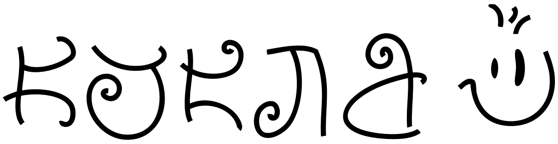


Хочешь с ней подружиться? Нет ничего проще! Поверни эту надпись по часовой стрелке, и Баба-Яга вмиг станет твоей подругой.

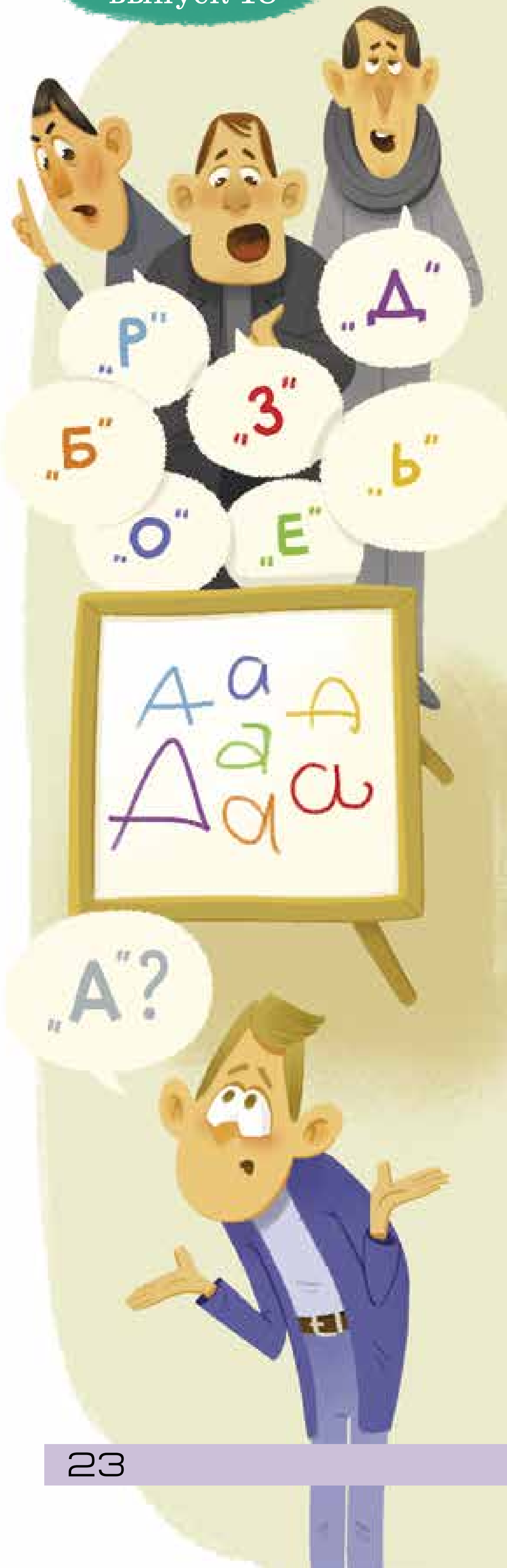
Подружиться с ортогоналами так же просто, как с Бабой Ягой, не получится. Для этого надо сначала научиться писать одну и ту же букву по-разному. Вот, например, в надписи БАБА-ЯГА три буквы **А**, и все написаны по-своему. При повороте одна переходит в букву **О**, другая – в букву **Р**, а третья – опять в **А**. Да что там три! При желании эту замечательную букву можно превратить в половину алфавита! Я както сидел и выписывал самые разные по написанию буковки **А**, и вдруг они у меня сами собой сложились во фразу ВЕРЬ В БОГА (наверное, у букв есть какоето своё божество, которого они боятся). В этой удивительной надписи восемь разных букв **А**, и каждая превращается при повороте в новую букву!



Но лучше мы перейдём к примерам попроще и повеселее. Если это подмигивающее слово **КУКЛА** повернуть по часовой стрелке, оно превратится в другое, очень солнечное и тоже радостное слово – **ПАПУАС**.

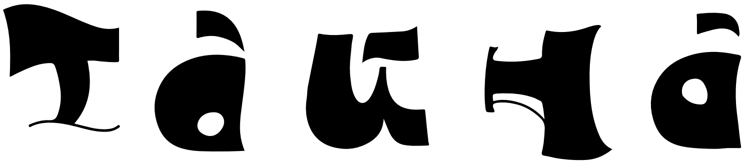


Ну, а это слово – **ДУНАЙ** – нарисовано в виде рыбки неспроста. При повороте (против часовой стрелки) оно превращается в название рыбы – **ВОБЛА**. Правда, вряд ли вобла водится в реке Дунай. Впрочем, в таких случаях как раз и говорят, что вобла и Дунай перпендикулярны…

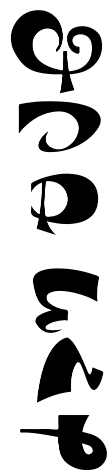


Следующее хитрое словечко наверняка понравится тому, кто вечно ссорится с девчонками, потому что после поворота листа (или головы) изящная надпись **ДАМЫ** превращается в обидную – **БЕДА.**

В общем, ты видишь, что в каждом слове заключена тайна. Встряхнув слово, переставив буквы или записав их разными почерками, мы можем разбудить его, и тогда хоть краешком эта тайна приоткроется нам, неуловимая и прекрасная. Как речная нимфа, наяда… Может быть, поэтому я и придумал такой ортогонал: **ТАЙНА–НАЯДА**.

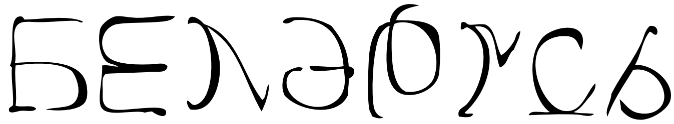


Как бы то ни было, играть со словом, раскрывать его удивительные тайны, чрезвычайно интересно и здорово! Иногда так и кажется, что оно трепещет у тебя в руках, как чудесная серебристая форель, только что выловленная из речки по имени Речь… Словно в подтверждение, слово **ФОРЕЛЬ**, если «положить» его горизонтально, превращается в **ЭРУ ИГР**.

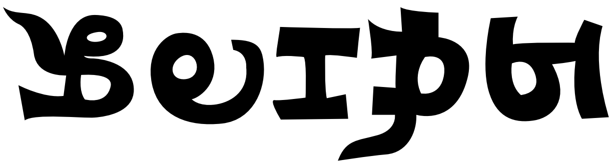


Рисовать «перпендикулярные» словечки нравится не только мне. Посмотри, например, на ортогонал Дмитрия Дмитриева из Беларуси. Название его родной страны

БЕЛАРУСЬ после поворота по часовой стрелке превращается в слово **ПТУШАЧКА**, что в переводе с белорусского означает «птичка».

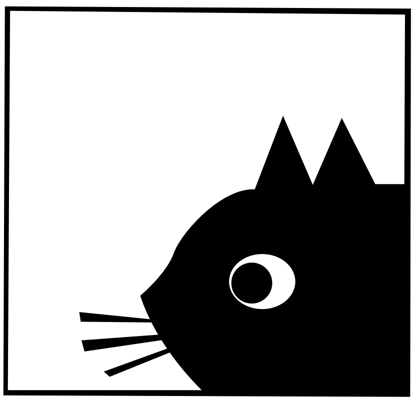


Ну и, конечно же, не мог пройти мимо ортогоналов знаменитый мастер всяческих игр с почерком Дмитрий Авалиани (1938-2003). Вот только два из его примеров: **ВЕТРЫ** – **БАНДА** (поворот против часовой стрелки)



и **СКАЗКА** – **ОБРАЗ** (поворот по часовой стрелке).

Об этих удивительных и загадочных ортогоналах можно говорить ещё долго, но надо вовремя остановиться. А то боюсь, как бы у тебя уже не возникло отвращения от вращения в разные стороны привычных с первого класса буковок. Поэтому закончу тем же, чем и начал – хитрой картинкой (автор – И. Явнели). Посмотри на эту зловещую киску и догадайся, на кого она смотрит. Ну, а как искать ответ, ты уже прекрасно знаешь, не правда ли?



Художник Мария Усеинова

LXXXIV САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Материал подготовил Константин Кохась

Санкт-Петербургская олимпиада по математике проводится для школьников с 6 по 11 класс. Мы приводим несколько задач второго (городского) тура для 6 и 7 классов, прошедшего 11 февраля 2018 года.

Городская олимпиада – устная. Решив задачу, школьник рассказывает решение одному из членов жюри, который ищет ошибки и задаёт уточняющие вопросы. Отвечающий может исправлять и дополнять решение «на ходу», но если он не может сделать этого достаточно быстро, то засчитывается неверный подход. Всего участник может сделать три подхода по каждой задаче. При подведении итогов учитывается только количество задач, решённых каждым участником.

Избранные задачи городского тура

6 класс

1. В тетрадь записали все натуральные делители натурального числа a, а затем – все натуральные делители натурального числа b. В результате в тетради оказалось записано чётное количество чисел. Катя разбила все эти числа на пары и посчитала произведение чисел в каждой паре. (Например, при $a=2$, $b=6$ в тетради окажется 6 чисел – 1, 2, 1, 2, 3, 6; они будут разбиты на 3 пары.) Все Катины произведения оказались равными. Докажите, что $a=b$.

Сергей Берлов

2. За круглым столом сидят 300 человек: некоторые из них рыцари, а остальные – лжецы. Антон спросил у каждого из них: «Сколько лжецов среди твоих соседей?» и сложил полученные числа. Затем Аня сделала то же самое. Отвечая на вопрос, рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут, но называют лишь числа 0, 1 или 2. Оказалось, что сумма чисел у Антона на 400 больше, чем у Ани. Сколько за столом лжецов? Найдите все возможные варианты ответа и докажите, что других нет.

Антон Чухнов

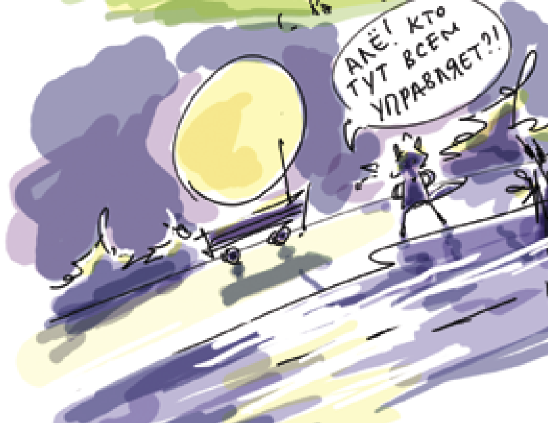
3. На доске написано число 2018. Игроки ходят по очереди, начинает Саша. За один ход Саша может приписать справа к числу на доске одну цифру, а Андрей – две. Если после хода Андрея число на доске станет делиться на 112, он побеждает. Если

этого не произойдёт и на доске окажется выписано 2018-значное число, выигрывает Саша. Кто из игроков может обеспечить себе победу вне зависимости от действий соперника?

Александр Кузнецов

4. На прямой дороге, идущей с севера на юг, стоит воз, которым управляет Лебедь. Ровно в полночь Рак и Щука выбрали натуральные числа $m > n$. Каждые n минут (то есть через n, $2n$, $3n$... минут после полуночи) Щука командует «На юг!», а каждые m минут (через m, $2m$, $3m$... минут после полуночи) Рак командует «На север!». Услышав любую команду, Лебедь немедленно начинает (или продолжает) тащить воз в указанную сторону со скоростью 1 м/мин. До первой команды воз был неподвижен. Через mn минут после полуночи Рак и Щука впервые дали Лебедю одновременно две разные команды, и уставший Лебедь остановил воз. На каком расстоянии от исходного места он оказался в этот момент?

Константин Тыщук



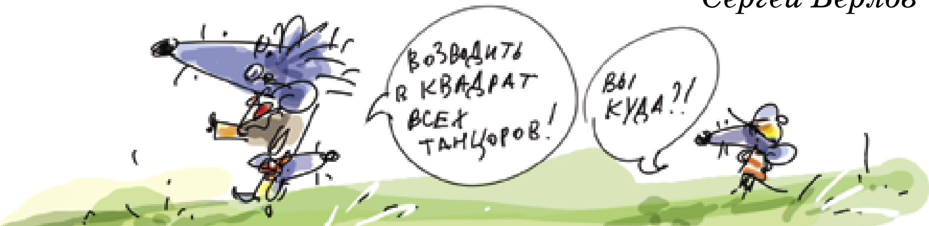
7 класс

5. Многие жители города занимаются танцами, многие – математикой, а хотя бы один – и тем, и другим. Тех, кто занимается только танцами, ровно в $p+1$ раз больше, чем тех, кто занимается только математикой, где p – некоторое простое число. Если возвести в квадрат количество всех математиков, получится количество всех танцоров. Сколько жителей увлекается и математикой, и танцами одновременно?

Дмитрий Ширяев

6. Вася расставил во всех клетках доски 99×99 числа от 1 до 99^2 по одному разу. Петя выбирает клетку доски, ставит на неё шахматного короля и хочет сделать как можно больше ходов королём так, чтобы число под ним постоянно увеличивалось. Какое наибольшее число ходов Петя заведомо сможет сделать, как бы Вася ни расставлял числа?

Сергей Берлов



Художник Сергей Чуб

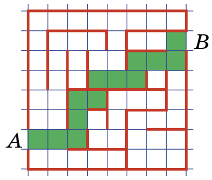
ОШИБКА РЕЗЧИКА

Приведены три монеты первой половины XIX века (Александр I и Николай I). На одной из них резчик сделал ошибку в штемпеле. Какую? (Полтина – это 50 копеек.)

Автор Михаил Гельфанд
Художник Артём Костюкевич

НАШ КОНКУРС («Квантик» № 5, 2018)

36. *Перед вами рисунок лабиринта. В нём разрешается сломать одну из перегородок между клетками. Сделайте это так, чтобы длина кратчайшего пути по клеткам от выхода A к выходу B была наименьшей. Не забудьте обосновать ответ.*



Ответ приведён на рисунке. Зелёный путь кратчайший, потому что идёт всегда либо слева направо, либо снизу вверх, а количество шагов слева направо (снизу вверх) не может быть меньше расстояния по горизонтали (по вертикали) между начальной и конечной клетками.

37. *В Шиловске шило стоит на 1% дешевле, чем в Мыловске, а мыло – на 1% дороже. Проезд из одного города в другой стоит 1000 рублей. У юного бизнесмена, живущего в Шиловске, есть 100 тысяч рублей и он мечтает разбогатеть, меняя шило на мыло.*

Сбудутся ли его мечты?

Ответ: нет.

По условию, в Шиловске цена шила – 99/100 его цены в Мыловске, а цена мыла – 101/100 его цены в Мыловске. Значит, купив шило в Шиловске на x рублей, мы выручим за него в Мыловске $100x/99$ рублей, то есть прибыль составит $x/99$ рублей. Аналогично, купив мыло в Мыловске на y рублей, мы выручим за него $101y/100$ рублей, то есть прибыль составит $y/100$ рублей. Поскольку на каждый переезд надо иметь в запасе 1000 рублей, изначально мы не можем закупить товара больше чем на 99000 рублей, а тогда прибыль от продажи составит не более 1/99 или даже 1/100 потраченного, и во всяком случае не более той самой тысячи рублей, которая уходит на проезд. Тогда у нас снова не более 100000 рублей, и мы никогда не превысим эту сумму.

38. *Можно ли квадрат разрезать на трапеции, в каждой из которых есть угол 179°?*

Ответ: можно.

Если взять достаточно тонкую прямоугольную полоску, её удастся разрезать на две трапеции с углом 179°, проведя через центр полоски прямую под углом 179° к длинной стороне полоски (как показано на рисунке ниже). А квадрат можно разрезать на такие тонкие полоски.

39. *Расшифруйте ребус НЕ + МНЕ = ЕМУ. (Найдите все ответы и докажите, что других нет. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными – разные, и ни одно число не начинается с ноля.)*

Ответ: $76 + 576 = 652$.

При сложении число сотен изменилось. Но прибавляя двузначное число к трёхзначному, мы можем увеличить число сотен максимум на 1. Значит, $Е = М + 1$. Подставив в исходное равенство, получаем: $10Н + (М + 1) + 100М + 10Н + (М + 1) = 100(М + 1) + 10М + У$. Приведём подобные: $20Н = 8М + 98 + У$. Число $98 + У$ должно делиться на 4, так как остальные слагаемые делятся. Значит, $У = 2$ или $У = 6$.

Если $У = 2$, то $5Н = 25 + 2М$. Левая часть делится на 5, значит $М$ делится на 5. Но $М \neq 0$ (так как $МНЕ$ не начинается с нуля), откуда $М = 5$, и тогда $Н = 7$, $Е = 6$, это решение.

Если $У = 6$, то $5Н = 26 + 2М$. Левая часть делится на 5, значит, $2М = 4$ или $2М = 9$. Второй вариант невозможен, значит, $М = 2$, $Н = 6$. Противоречие, поскольку $Н = У$.

40. *Гравировщик шлифует алмаз, имеющий форму выпуклого многогранника, превращая его постепенно в бриллиант. Начинает он с того, что сначала срезает все уголки алмаза-многогранника (маленькие пирамидки при вершинах) остро отточенным плоским ножом. Докажите, что после этой операции число вершин у полученного многогранника будет чётным, а число рёбер – делиться на 3.*

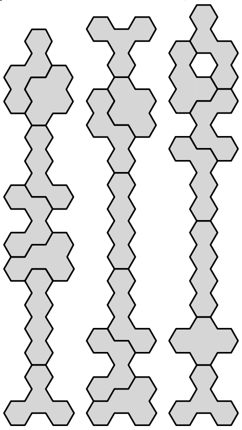
Пусть в полученном многограннике $В$ вершин и $Р$ рёбер. Заметим, что из каждой его вершины выходит 3 ребра – два новых маленьких и кусочек старого. Умножим число вершин на 3: тогда мы посчитаем все рёбра, причём каждое ребро – по два раза (ведь у ребра две концевые вершины). Значит, $3В = 2Р$. Но тогда $В$ делится на 3, а $Р$ – на 2, что и требовалось.

МОНЕТЫ КАРИБСКОГО МОРЯ («Квантик» № 5, 2018)

Номинал на каждой монете указан в новых и старых единицах: $\frac{1}{2}$ цента и $2\frac{1}{2}$ бита, 40 центов и 2 франка, 4 далера и 20 франков. 20 франков равны 400 центам и равны 4 далерам. Значит, в далере 100 центов. 40 центов равны 200 битам и равны 2 франкам. Значит, во франке 100 битов.

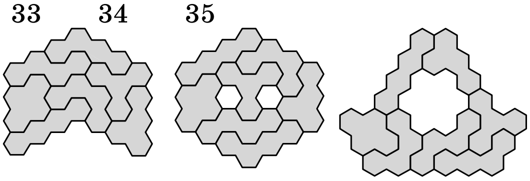
БАШНИ ИЗ ТЕТРАГЕКСАГОНОВ И ДРУГИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

(«Квантик» № 5, 2018)

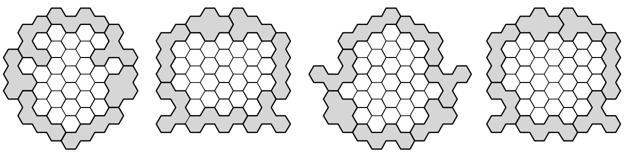


33 34 35

Башни наибольшей высоты



Построение фигур по силуэтам

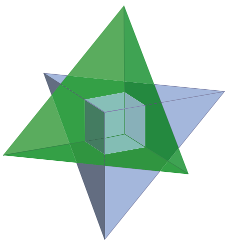


28 29 30 31

Симметричные фигуры с наибольшей пустой областью

ДВЕ ПИРАМИДКИ («Квантик» № 5, 2018)

Ответ: куб (см. рисунок).



Чтобы объяснить ответ, возьмём сначала куб и поставим его одной вершиной в угол прямоугольной комнаты. Возьмём равносторонний треугольник такого размера, что, если совместить его центр с противоположной вершиной куба, все стороны треугольника окажутся на стенах и полу комнаты. Тогда куб окажется внутри такой же пирамидки, как в условии задачи.

Построим ещё одну точно такую же пирамидку, содержащую наш куб, но симметричную первой относительно центра куба. Пересечение этих пирамидок есть наш куб (так как симметричная комната пересекает исходную ровно по этому кубу). Осталось показать, что эти пирамидки удовлетворяют условию задачи.

Действительно, по построению вершина каждой пирамидки оказалась в центре основания другой пирамидки – в вершине куба. Основания оказались повёрнуты друг относительно друга на 60°, если смотреть перпендикулярно основаниям, потому что по построению они суть правильные треугольники, симметричные друг другу относительно центра куба.

ГЕРБЕРТ УЭЛЛС, ПОЛЬ ГОГЕН, ЛЕ КОРБЮЗЬЕ

Выдумана история про Гогена. Нельзя увидеть звезду, «целующуюся с месяцем», так как это означало бы, что она видна сквозь невидимую в данный момент часть Луны. Такого рода изображение действительно встречается на флагах некоторых современных государств.

БЛЕДНЫЙ МАВР

Рита посоветовала артисту нанести грим на руки и надеть перчатки телесного цвета. Выйдя на сцену, Пупков демонстративно снял перчатки и показал загримированные руки.

Жених Оли Крыловой тоже считал, что Джульетту должна играть его молодая невеста. Он насыпал табак из своих сигарет в букет, и, понюхав его, Булкина расчихалась.

LXXXIV САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

1. Допустим, что a и b различны: например, $a > b$. Среди записанных чисел есть две единицы: одна из них – делитель a, другая – делитель b. Поскольку произведения во всех Катиных парах равны, двум самым маленьким числам (единицам) должны быть поставлены в пару два самых больших (и одинаковых) числа. Но самое большое число на доске лишь одно – это a. Противоречие. Значит, допущение неверно, и $a = b$.

2. Ответ: за столом 200 лжецов.

Каждый рыцарь дал два одинаковых ответа. А лжец может по-разному ответить на два вопроса, и его ответы отличаются не более чем на 2. Поскольку суммы у Ани и Антона отличаются на 400, лжецов было не меньше 200.

Пусть было $k \leqslant 100$ рыцарей. Каждый из лжецов мог внести вклад 1 или 2 в разность сумм Ани или Антона, причём лжецы с вкладом 2 имеют ровно одного соседа-рыцаря – таких лжецов не более $2k$. Тогда разность сумм не может превышать (всего лжецов) + (количество лжецов с вкладом 2) $\leqslant (300 - k) + 2k = 300 + k$. Эта сумма достигает 400 только при $k = 100$, то есть лжецов было ровно 200.

3. Ответ: выиграет Саша.

Пусть перед очередным ходом Саши написано число x, причём Саша ещё не проиграл. Тогда после хода Саши и Андрея на доске окажется одно из чисел $1000x+000$, $1000x+001$, ..., $1000x+999$, причём Саша поставит на своём ходу цифру в разряд сотен этого числа, а Андрей – цифры в разряды десятков и единиц. Среди этих чисел не более 9 чисел делятся на 112 (потому что для 10 чисел, делящихся на 112, разность между наибольшим и наименьшим числом будет не менее $9 \cdot 112 = 1008$). Значит, найдётся цифра, которая задаёт сотню, не содержащую ни одного числа, делящегося на 112. Саша поставит эту цифру и тем самым не даст Андрею выиграть на следующем ходу.

Саша может действовать так на каждом своём ходу, пока не появится 2018-значное число (что случится после 672-го хода Саши).

4. Ответ: $(m-n)n$ метров.

Ясно, что воз остановился, когда Щука подала m-ю команду, а Рак – n-ю. Назовём промежуток времени между последовательными командами Щуки (и промежуток между полночью и первой командой) *часом* (это не приведёт к недоразумению, так как соображения о длительности такого *часа* мы использовать не будем). Тогда с полуночи до конца поездки прошло m *часов*. Так как $m>n$, в течение *часа* Рак мог скомандовать не более одного раза.

Рассмотрим *час*, содержащий k-ю по счёту команду Рака, и *час*, на который пришлась $(n-k)$-я команда Рака. На рисунке ниже мы взяли $k=2$, интересующие нас *часы* выделены на оси времени фигурными скобками. Так как вся поездка длилась целое число *часов*, k-я команда Рака дана спустя mk минут после полуночи, а $(n-k)$-я команда Рака дана за mk минут до остановки, рассматриваемые *часы* симметричны: в первом от начала *часа* до команды Рака прошло столько же минут, сколько во втором от команды Рака до конца *часа*.

Тогда в течение этих двух *часов* воз проехал равные расстояния на север и на юг. (Для рассматриваемых *часов* интервалы времени, когда воз двигался на юг, изображены на рисунке сплошной линией, а на север – штриховкой.)

Значит, перемещение воза определяется лишь теми *часами*, во время которых не было подано команд Рака. Таких *часов* $m-n$, в течение каждого из них воз ехал n минут на юг.

Вопрос на засыпку. Если n чётное, то при $k=n/2$ имеем $k=n-k$. Это значит, что вместо двух симметричных *часов* мы получаем в этом случае один и тот же *час*. Что же делать?

5. Ответ: 1 человек.

Пусть a человек занимаются только математикой, $b \geqslant 1$ человек – и танцами, и математикой. Тогда по условию $(a+b)^2=(p+1)a+b$. Вычтем $a+b$ из обеих частей: $(a+b)^2-(a+b)=pa$. Вынесем за скобки общий множитель в левой части: $(a+b)(a+b-1)=pa$.

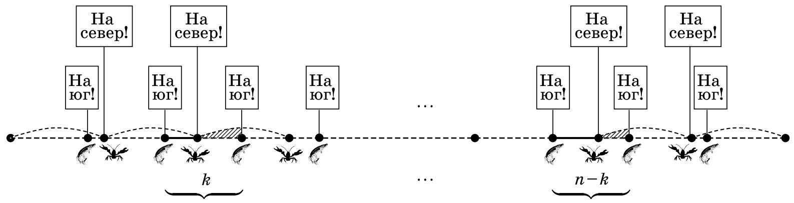
Так как p простое, одна из скобок в левой части делится на p. Тогда a должно делиться на другую скобку! Но очевидно, что первая скобка больше a, а вторая не меньше a. Значит, a может делиться лишь на вторую скобку, причём лишь в случае, когда вторая скобка равна a. Это возможно только при $b=1$.

6. Ответ: 3 хода (король посетит 4 клетки).

Правило, по которому ходит шахматный король, даёт возможность обойти клетки квадратика 2×2 (лежащего внутри доски) в любом порядке, поэтому Петя всегда сможет сделать три хода королём: он поставит короля на наименьшее число в квадратике, потом сдвинет его на следующее по величине число, потом опять на следующее по величине и, наконец, на максимальное число в квадратике.

Покажем, как расставить числа, чтобы Петя не смог сделать на доске больше трёх ходов королём. Покроем доску непересекающимися квадратиками 2×2 (некоторые квадратики будут выходить за край доски). Пусть Вася ставит числа на доске по возрастанию: сначала в левые верхние угловые клетки квадратиков, потом, когда все эти клетки заполнены, в правые верхние клетки; когда и они заполнятся, Вася заполнит левые нижние клетки, и в самом конце – правые нижние (пример для доски 5×5 см. справа). На такой доске король не сможет сделать больше трёх ходов.

1	10	2	11	3
16	22	17	23	18
4	12	5	13	6
19	24	20	25	21
7	14	8	15	9



НАШ КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем
заочном математическом конкурсе.

Высылайте решения задач X тура, с которыми справитесь, не позднее 1 июля в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: goo.gl/HiaU6g), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

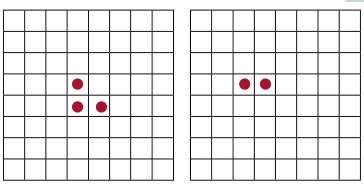
В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

X ТУР

46. Расшифруйте ребус АХ + ОХ = ОДА. (Найдите все ответы и докажите, что других нет. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными – разные, и ни одно число не начинается с ноля.)

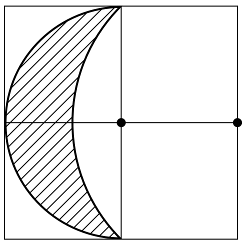
47. На клетчатой доске стоят три фишки (как показано на левом рисунке). Одним ходом можно одновременно передвинуть одну фишку вверх (на одну клетку), одну фишку влево (на одну клетку) и одну фишку по диагонали вправо-вниз (на одну клетку). После нескольких таких ходов две фишки встали, как показано на правом рисунке. Где могла оказаться третья фишка?



Авторы: Сергей Шашков (46), Егор Бакаев (47, 49),
Евгений Братцев (48), Михаил Евдокимов (50)

48. Олег устраивает вечеринки исключительно по пятницам 13-го. Мог ли он остаться без вечеринок в каком-нибудь году? А какое наибольшее число вечеринок может быть у Олега за год?

49. На клетчатой бумаге провели две окружности с центрами в отмеченных точках. Их дуги ограничивают заштрихованную фигуру. Найдите её площадь, если площадь одной клетки равна 1.



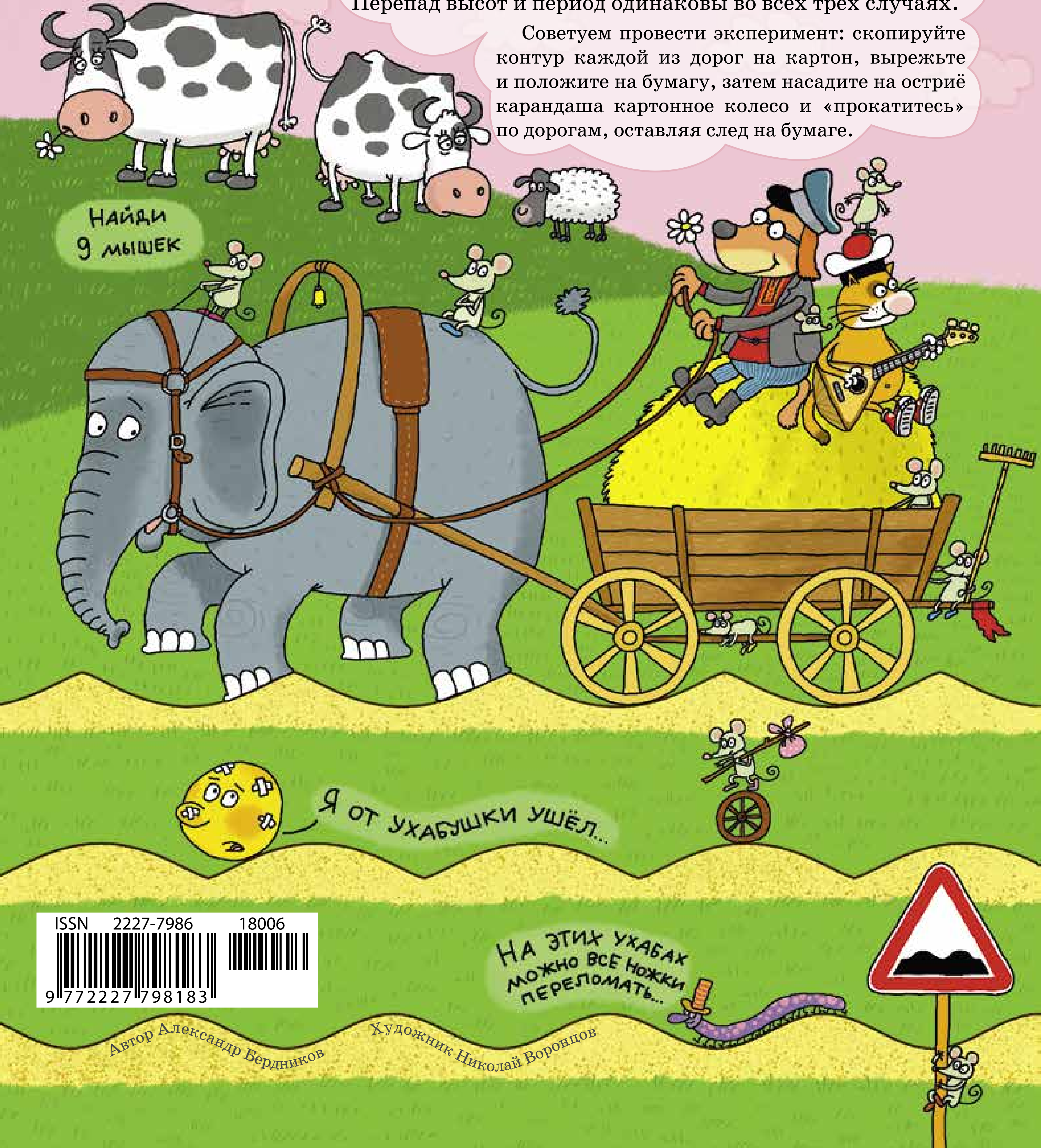
50. У эксперта есть 8 золотых пластин, промаркированных 10 г, 20 г, 30 г, 40 г, 50 г, 60 г, 70 г и 80 г, а также слабочувствительные двухчашечные весы без гирь. Более тяжёлая чашка этих весов перевесит, если разность весов на чашках больше 10 г, иначе весы останутся в равновесии. Эксперт знает, что вес ровно одной из пластин меньше заявленного. Как ему определить эту пластину на таких весах за 3 взвешивания?

Художник Николай Крутиков

ТРЯСКАЯ ДОРОГА

Телега едет с постоянной скоростью (не подлетая) по ухабам. Какая из трёх приведённых форм ухабов приведёт к большей тряске, а какая к меньшей и почему? Перепад высот и период одинаковы во всех трёх случаях.

Советуем провести эксперимент: скопируйте контур каждой из дорог на картон, вырежьте и положите на бумагу, затем насадите на остриё карандаша картонное колесо и «прокатитесь» по дорогам, оставляя след на бумаге.



ISSN 2227-7986 18006
9 772227 798183

Автор Александр Бердников
Художник Николай Воронцов