№ 2 | февраль 2019

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 2
февраль 2019

КАК СДЕЛАТЬ СЛОНА ИЗ МУХИ

СВЕЧА В ЗЕРКАЛЬНОЙ КОМНАТЕ

ЧТО ТАКОЕ ТЕПЛО-ПРОВОДНОСТЬ

Enter

НАШИ НОВИНКИ

Второй выпуск «Библиотечки «Квантика» – книга С. Н. Федина «Перепутаница»

12-й выпуск **альманаха**, в котором собраны материалы журнала «Квантик» за второе полугодие 2017 года

Как приобрести новинки и другую продукцию «Квантика», смотрите в интернет-магазине kvantik.ru и на сайте kvantik.com/kupit.html

Кроме журнала редакция «Квантика» выпускает альманахи, календари загадок, наборы плакатов и книги серии «Библиотечка журнала «Квантик».

Электронную версию журнала «Квантик» вы можете приобрести на сайте **litres.ru**
О том, как оформить подписку на журнал, читайте по ссылке **kvantik.com/podpiska**

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru

instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12

vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 2, февраль 2019 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Е. А. Котко, Р. В. Крутовский, И. А. Маховая, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Yustas

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
▪ Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)
▪ «Каталог Российской прессы» МАП (индексы **11346** и **11348**)
Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» на сайте **vipishi.ru**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 5000 экз.
Подписано в печать: 22.01.2019
Отпечатано в типографии ООО «ТДДС-Столица-8»
Тел.: (495) 363-48-84
http://capitalpress.ru

Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

6+

СОДЕРЖАНИЕ

Юрий Маркелов

СВЕЧА В ЗЕРКАЛЬНОЙ КОМНАТЕ

В 1950 году Эрнст Штраус сформулировал такую задачу: «Всегда ли в комнате с зеркальными стенами можно поставить свечу так, чтобы вся комната была освещена, то есть через любую точку проходил луч света? (Лучи света, попадающие в углы, исчезают.)»

Целых 8 лет задача была открытой проблемой, но в 1958 году английский физик и математик Роджер Пенроуз придумал комнату, в которой так поставить свечу невозможно (рис. 1). Стены комнаты состоят из отрезков и половин эллипсов. Правда, доказательство того, что эта комната никогда не освещена вся, не простое.

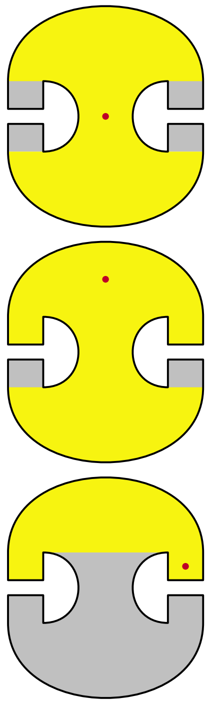


Рис. 1

На рисунке 2 вы видите пример, придуманный Игорем Маркеловым и Алексеем Кристевым, который был также упрощён мной. Если через центр окружности проходит луч, то после отражения он вернётся туда же, так как отразится от одной из дуг окружностей. То есть если луч света до первого отражения от зеркала не попал в центр, он туда никогда и не попадёт. Значит, чтобы левый центр был освещён, свечка должна быть в красной зоне, а чтобы правый – в зелёной зоне; так как эти две зоны не пересекаются, оба центра одной свечкой освещены быть не могут.

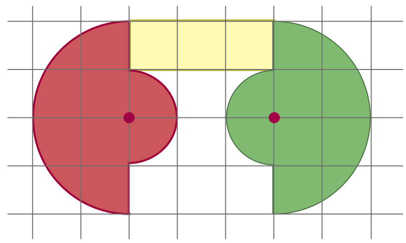
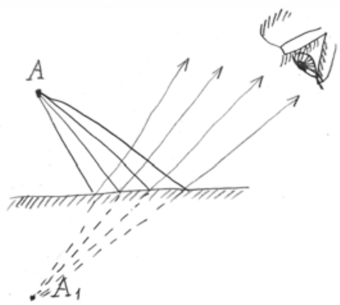


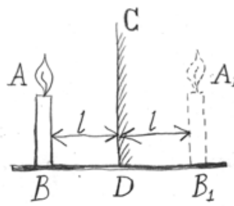
Рис. 2

Правда, в решении на рисунке 1 остаются неосвещёнными целые области, а на рисунке 2 – лишь точка.

Аналогичная проблема, но с тем условием, что стены комнаты должны образовывать многоугольник, до сих пор не решена. Может быть, именно тебе, дорогой читатель, удастся её осилить.

Удачи!





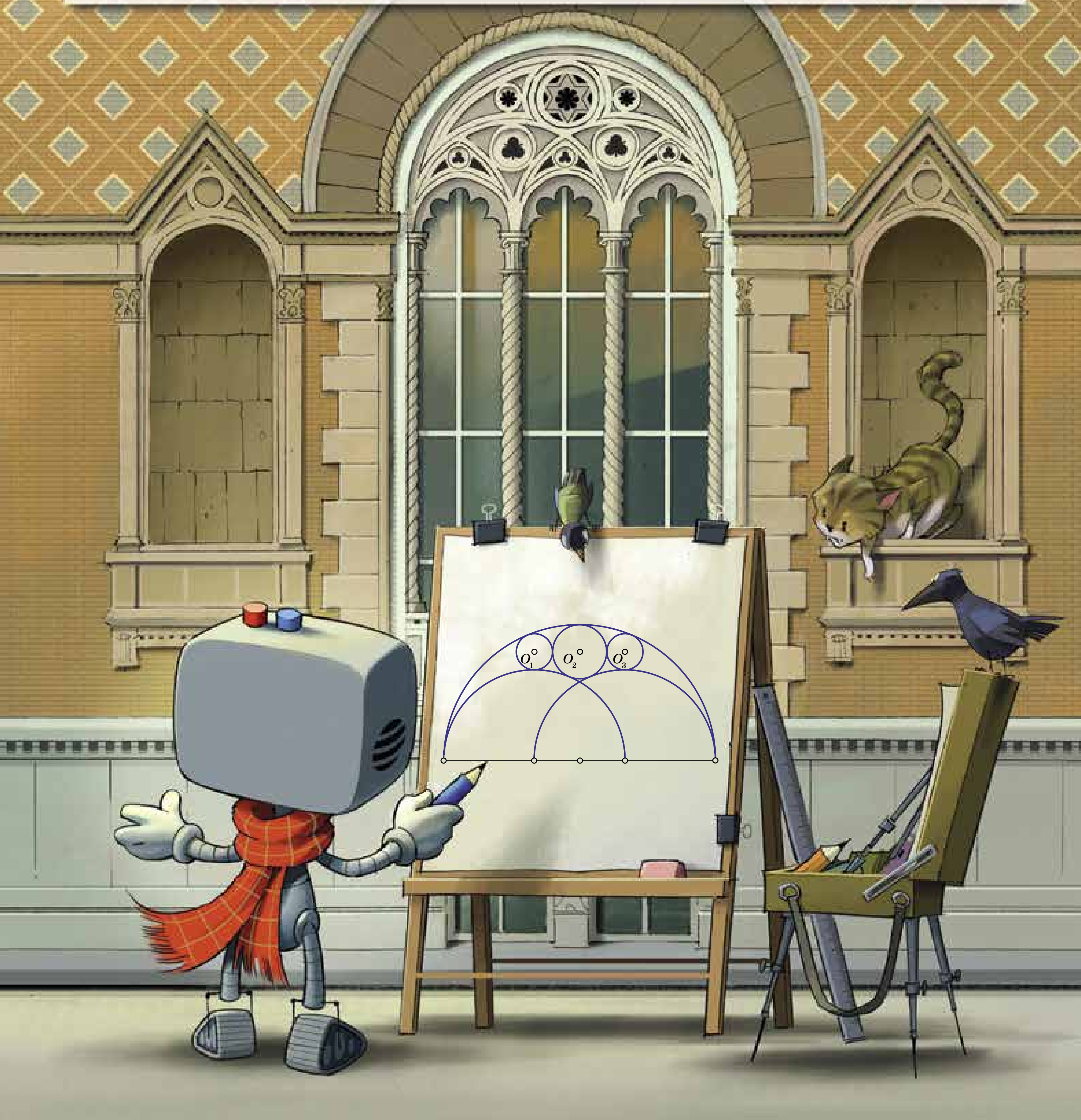
Художник Артём Костюкевич

ОКРУЖНОСТИ В ОКНЕ

Окна Одесской государственной филармонии (архитектор – А. И. Бернардацци) украшены узором из окружностей и дуг. А ещё это прекрасная геометрическая задача: *если три отмеченные точки внутри нижнего отрезка на чертеже Квантика – это центры полукругов, то центры* O_1, O_2, O_3 *маленьких окружностей лежат на одной прямой.*

Докажите!

Автор Юрий Белецкий Художник Алексей Вайнер



Александр Пиперски

Из мухи – СЛОНА

В повести известного писателя Юрия Трифонова (1925–1981) «Долгое прощание» рассказывается, как герой проводит время в поезде: «Третьи сутки Ребров, лёжа на верхней полке, мучил себя – делал из мухи слона. На листке бумаги писал: муха – мура – кура – кора – корт – торт – торс...».

Правила игры очень просты: надо построить цепочку слов от начального (МУХА) до конечного (СЛОН), на каждом шаге меняя только одну букву. При этом могут использоваться только русские 4-буквенные нарицательные существительные в начальной форме: например, слова БАЗА, НОЧЬ, САНИ допускаются, а слова ЛИТЬ, ХОТЯ, РУКУ, НОЧИ, САНЯ, ОСЛО, АБВГ, ФЦНМ – нет (первые два – не существительные, следующие два – не в начальной форме, следующие два – собственные, а не нарицательные, а два последних вовсе не существуют в языке).

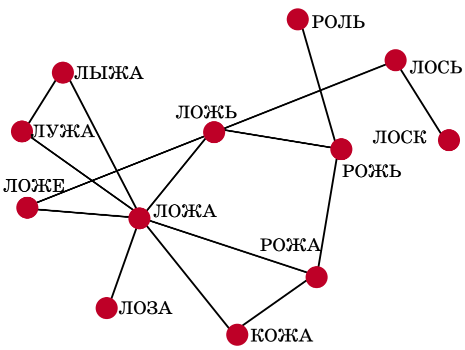
Эта игра под названием «Дублеты» приобрела известность благодаря Льюису Кэрроллу – не только автору книг про Алису, но ещё и замечательному математику. В марте 1879 года он начал раз в неделю публиковать в журнале «Ярмарка тщеславия» по три задания в форме броских фраз: «Turn POOR into RICH» – «Преврати бедного в богатого», «Evolve MAN from APE» – «Выведи человека из обезьяны», «Make TEA HOT» – «Сделай чай горячим». В том же году он выпустил брошюру «Дублеты», подробно описал в ней правила и предложил читателям попрактиковаться на нескольких десятках примеров.

Вот и вам пять пар для тренировки – попробуйте построить для них цепочки. Сразу предупреждаю, что в одном случае, скорее всего, не получится: БОРЩ → ПОСТ; ЛИПА → ЖАРА; КИНО → ВАТА; КЛЕН → ЕЛКА; ПАУК → ЛОСЬ (ответы см. в конце номера).

Вы наверняка нашли четыре из пяти цепочек, а не смогли построить только одну. Но как доказать, что это действительно невозможно? Может быть, мы просто не придумали способ, а вообще-то он есть. Разобраться нам поможет теория графов.

Первым делом договоримся о том, что́ именно мы считаем словами, а то может получиться, что я дам вам задание МУХА → СЛОН и вы скажете: «4 хода! МУХА → МУХН → МУОН → МЛОН → СЛОН». Тогда мне придётся со словарями в руках доказывать, что это жульничество, потому что слов МУХН, МУОН и МЛОН не существует. Чтобы избежать этого, мы обратимся к словарю с самого начала и постановим, что будем пользоваться только теми 4-буквенными существительными, которые есть в заранее выбранном источнике. Для этой статьи я взял «Грамматический словарь русского языка» Андрея Зализняка – этот словарь чаще всего применяют в компьютерной лингвистике. Кстати, мысль о том, что очень важно заранее договориться о словаре, пришла в голову ещё Льюису Кэрроллу: 28 из 39 страниц его книги как раз и занимает перечень английских слов, которые можно использовать в игре. Кроме того, условимся, что мы не используем в игре букву Ё и заменяем её на Е.

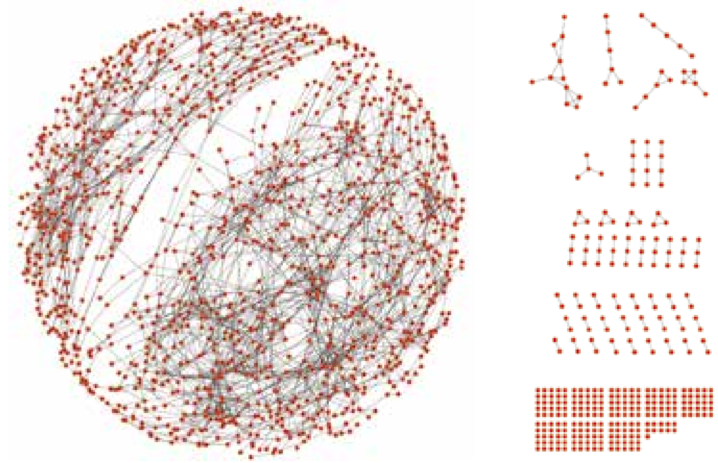
Всего в «Грамматическом словаре» 1712 четырёхбуквенных существительных. Возьмём, к примеру, существительное ЛОЖЬ и изобразим его точкой. Найдём в словаре все слова, которые отличаются от него на одну букву; их ровно четыре: ЛОЖА, ЛОЖЕ, ЛОСЬ и РОЖЬ. Изобразим их точками, соединёнными со словом ЛОЖЬ; наличие связи означает, что между словами можно перейти за один ход. (Кстати, какую ещё пару слов надо не забыть соединить?) Затем добавим слова, которые за один ход получаются из этих четырёх слов: КОЖА, ЛОЗА, ЛУЖА, ЛЫЖА, РОЖА, РОЛЬ, ЛОСК, – и нарисуем нужные связи.



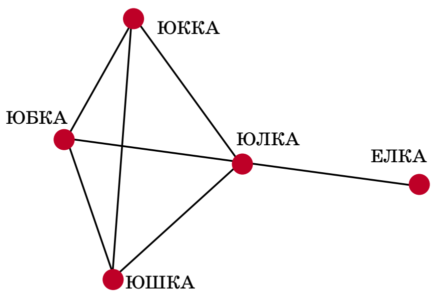
В итоге у нас получился граф, в котором некоторые из 12 точек (вершин) соединены отрезками (рёбрами). Если нам нужно превратить одно слово в другое, на математическом языке это формулируется так: найти путь между соответствующими вершинами, желательно кратчайший. Так, если нам надо пройти от ЛЫЖА до РОЛЬ, это займёт четыре шага,

и пути могут быть разными: ЛЫЖА → ЛОЖА → → РОЖА → РОЖЬ → РОЛЬ или ЛЫЖА → ЛОЖА → → ЛОЖЬ → РОЖЬ → РОЛЬ. (Докажите, что более короткого пути между словами ЛЫЖА и РОЛЬ нет.)

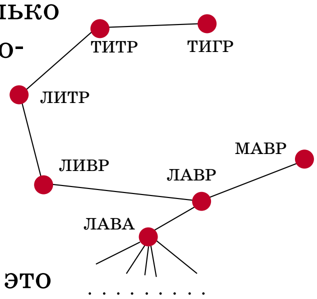
А теперь изобразим так не 12 слов, а все 1712, и посмотрим, как устроен этот граф. Вручную это сделать едва ли возможно, так что понадобится компьютер. Видно, что на графе выделяется большой кусок, где от любого слова можно дойти до любого другого; в теории графов такой подграф называют *компонентой связности*. Есть ещё несколько таких кусков поменьше и много точек, которые не связаны вообще ни с чем (такие отдельно стоящие точки тоже можно считать компонентами связности). Ясно, что от одного слова можно дойти до другого тогда и только тогда, когда они входят в одну и ту же компоненту связности.



Самая большая компонента связности включает в себя 1361 слово (то есть 79,5% всех слов). Кроме неё есть компонента размером 11 слов, ещё одна – размером 6 слов, 3 – размером 5 слов, 4 – размером 4 слова, 14 – размером 3 слова, 25 – размером 2 слова и ещё 211 отдельно стоящих слов (АЛОЭ, ВДОХ, ДЖАЗ, НЕБО, ОПЫТ, СОЮЗ, ТАЙМ и другие). Слово КЛЕН входит в большую компоненту связности, а слово ЕЛКА – в маленькую, 5-словную; этим и объясняется тот факт, что из слова КЛЕН не получится ЕЛКА.



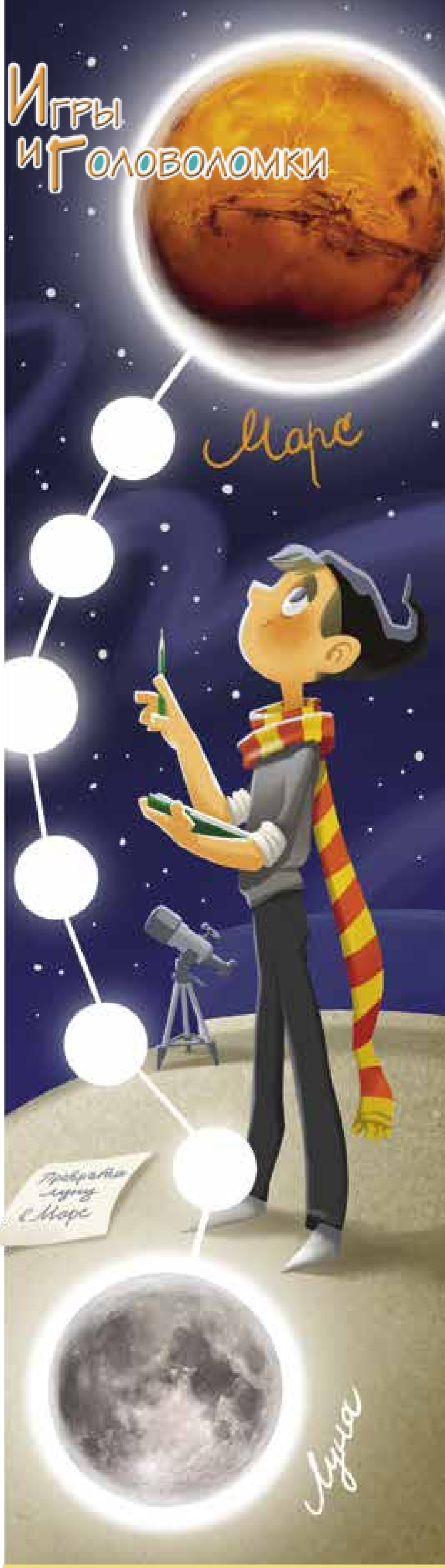
Всего в нашем графе 3172 ребра, а значит, у слова в среднем $\frac{3172}{1712}\cdot 2 = 3{,}7$ соседей. Возвращаясь к самой большой компоненте связности, обратим внимание на то, что из неё торчат «хвосты». Дело в том, что даже в ней у некоторых слов совсем мало соседей. Скажем, от слова ТИГР можно перейти только к слову ТИТР, от него – только к слову ЛИТР, дальше – только к слову ЛИВР (это старинная французская монета, вспомните «Трёх мушкетёров»), дальше – только к слову ЛАВР, а уже от него – к словам МАВР и ЛАВА, после чего возможностей становится резко больше: от слова ЛАВА отходит ещё 5 слов, и мы попадаем в основую гущу вершин.



Таким образом, слово ТИГР – это конец хвоста, и если понадобится пройти из одного такого хвоста в другой, путь может получиться очень длинным, даже если это кратчайший путь между этими двумя вершинами. Самые длинные пути имеют длину 23 – например, от слова ДЖИП до слова ТУЕС (берестяная коробочка) всего 22 шага: ДЖИП → ДЖИН → УЖИН → УДИН → → ОДИН → ОВИН → ОВЕН → ОВЕС → СВЕС → → СВЕТ → СВАТ → СВАН → СТАН → СТЕН → → СТЕК → САЕК → РАЕК → РОЕК → БОЕК → → БУЕК → БУЕР → ТУЕР → ТУЕС. Глядя на эту цепочку, вам наверняка хочется пожаловаться: «Я же не знаю половины этих слов!» (признаюсь честно: я тоже не знаю). Но раз мы договорились использовать «Грамматический словарь», то и будем на него опираться, а к борьбе с незнакомыми словами вернёмся чуть позже.

Для 5-буквенных слов английского языка такой граф впервые построил знаменитый американский учёный и автор классических пособий по программированию Дональд Кнут. А почему, кстати, у него 5 букв, а у нас – 4? Есть ли какое-то объяснение тому, что в игру «Из мухи – слона» по-русски обычно играют 4-буквенными словами? Интуитивно кажется, что так интереснее всего. Но попробуем оценить этот интерес и количественно.

Окончание следует



Художник Мария Усеинова

НАШ КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Высылайте решения задач VI тура, с которыми справитесь, не позднее 1 марта в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: v.ht/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

VI ТУР

26. Среди 12 человек нет людей одного роста. Они выстроились в круг, после чего те, кто выше обоих своих соседей, подняли левую руку, а кто ниже обоих своих соседей – правую. Могло ли случиться, что а) никто не поднял руки; б) все подняли руку?

27. Можно ли на некоторые клетки шахматной доски 8×8 поставить по фишке так, чтобы количества фишек в любых двух соседних вертикалях и в любых двух соседних горизонталях были ненулевыми и отличались а) в 5 раз; б) в 6 раз?

Авторы: Игорь Акулич (27), Григорий Гальперин (28), Николай Авилов (29), Егор Бакаев (30)

28. 31 декабря 19 человек справляли Новый год. Каждому гостю дали две карточки, маленькую и большую, и попросили написать на маленькой карточке свой возраст (число полных лет), а на большой – свой год рождения. После этого все карточки смешали и произвольно разделили на две группы. В первой группе сумма чисел поделилась на 19. Обязательно ли тогда и во второй группе сумма чисел поделилась на 19?

29. Ёлочка украшена тремя горизонтальными гирляндами и четырьмя гирляндами, спускающимися с вершины вниз. Во всех гирляндах по четыре шарика. Впишите в шарики все целые числа от 1 до 13 (в каждый шарик по одному числу) так, чтобы сумма четырёх чисел в каждой из семи гирлянд была одной и той же.

30. Можно ли раскрасить все точки бесконечной плоскости в а) 3; б) 4 цвета так, чтобы все цвета присутствовали, но нельзя было провести окружность, на которой есть точки всех цветов? (Кисточка, которой красится плоскость, настолько тонкая, что можно любую точку покрасить в любой цвет, не запачкав никакие другие точки.)

Художник Николай Крутиков

ДВЕ ВЕРЁВКИ

На пустой сцене вы видите Квантика и Ноутика, которые хотят связать порвавшуюся верёвку. Квантик сможет сделать это, если оба конца верёвки будут у него в руках. Но взявшись за один конец, он не дотягивается до другого. Помогите им справиться с задачей без помощи посторонних.

По задаче Мартина Гарднера

Художник Yustas

ISSN 2227-7986
9 772227 798190
19002