ЖУРНАЛ

КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 7 ШОКОЛАДНОЕ ЗАНЯТИЕ

ИЮЛЬ 2019

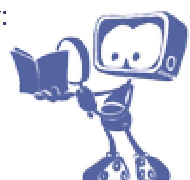
ПРИКЛЮЧЕНИЯ ТРИАКОНТАЭДРА

ПО ЧАСОВОЙ СТРЕЛКЕ

Enter

№ 7 | июль 2019
Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

Всю продукцию «Квантика» можно купить в магазине «Математическая книга» по адресу: г. Москва, Большой Власьевский переулок, д. 11 (сайт: **biblio.mccme.ru)**, в интернет-магазине **kvantik.ru**, в магазинах «Библио-Глобус» и в других магазинах (список на сайте: **kvantik.com/buy**)



www.kantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 7, июль 2019 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Е. А. Котко, Р. В. Крутовский, И. А. Маховая, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Yustas

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com

Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
• Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**

Формат 84x108/16
Тираж: 5000 экз.
Подписано в печать: 11.06.2019

Отпечатано в типографии ООО «ТДДС-Столица-8»
Тел.: (495)363-48-84
http://capitalpress.ru

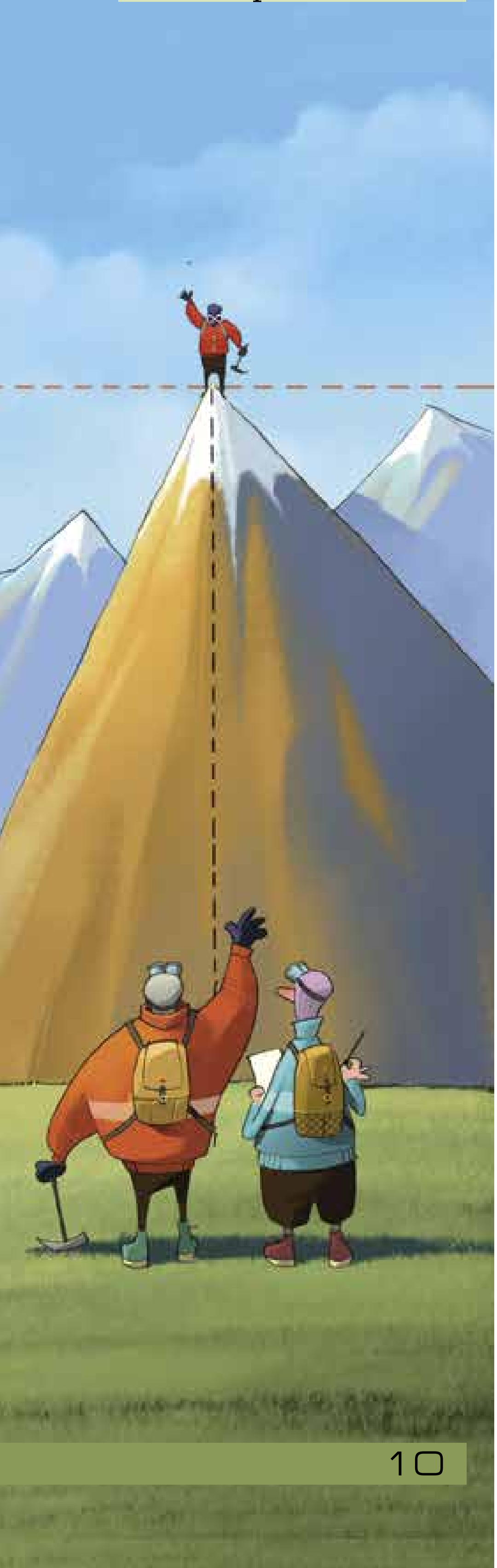
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

6+

СОДЕРЖАНИЕ

Егор Бакаев

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



Мы покажем, как можно находить площадь треугольника, и предложим вам подумать над задачами, где потребуется это умение применить. Как обычно, к некоторым задачам указания или решения даны сразу после их условий, а к некоторым – в конце журнала.

Рассмотрим сначала треугольники, расположенные на квадратной сетке.

Задача 1. Найдите площади четырёх треугольников, изображённых на рисунке 1.

Ниже приводится решение, но сначала попробуйте решить задачу самостоятельно.

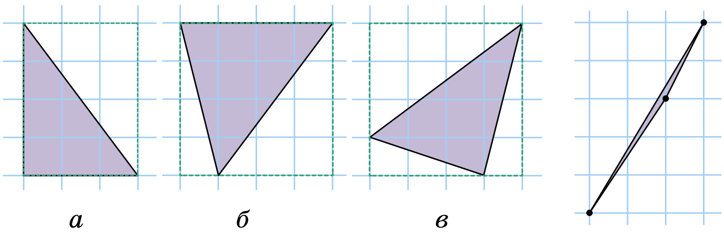


Рис. 1 *а* *б* *в* *г*

а) Этот треугольник – половина прямоугольника (рис. 2, *а*). Значит, нужно найти площадь прямоугольника и поделить её пополам. А чтобы её найти, надо перемножить его стороны. Ответ: $\frac{3\cdot 4}{2}=6$.

б) Проведём в треугольнике высоту (рис. 2, *б*). Она делит его на два прямоугольных треугольника. Их площади найдём как в пункте а). Ответ: $\frac{1\cdot 4}{2}+\frac{3\cdot 4}{2}=8$.

в) Здесь такое решение, как в пункте б), не сработает, потому что ни одна высота треугольника не идёт по линии сетки. Поступим по-другому: достроим треугольник до прямоугольника и найдём площади достроенных прямоугольных треугольников (рис. 2, *в*). Затем из площади прямоугольника вычтем площади добавленных частей. Ответ: $4\cdot 4-\frac{3\cdot 4}{2}-\frac{3\cdot 1}{2}-\frac{1\cdot 4}{2}=6{,}5$.

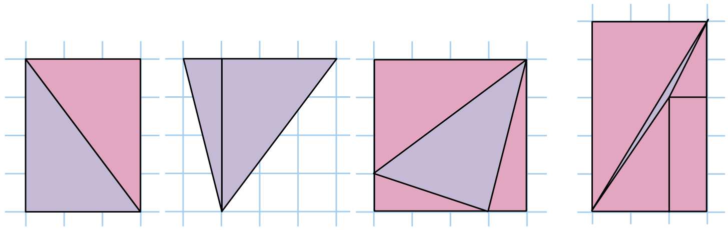


Рис. 2 *а* *б* *в* *г*

г) Снова достроим треугольник до прямоугольника. Добавленная область разрезается на прямоугольник и три прямоугольных треугольника (рис. 2,*г*). Ответ: $3\cdot5-3-\frac{3\cdot5}{2}-\frac{2\cdot3}{2}-\frac{1\cdot2}{2}=0{,}5.$

Задача 2. Найдите площадь многоугольника, изображённого на рис. 3.

Попробуйте решить задачу без скучных подсчётов. Такое решение есть!

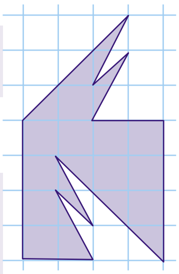


Рис. 3

Задача 3. Квадрат на рисунке 4 разрезан на восемь треугольников. Какие из них самые большие по площади?

Сначала можно найти площади прямоугольных треугольников. Теперь можно найти площадь соседних с ними, как в решении задачи 1…

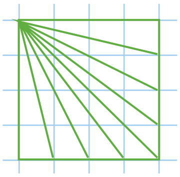


Рис. 4

Задача 4. Если одну клетку разрезать по диагонали, получится треугольник площадью $\frac{1}{2}$. У треугольника на рисунке 1,*г* площадь тоже $\frac{1}{2}$. А сколько всего различных треугольников с вершинами в узлах сетки и площадью $\frac{1}{2}$?

Заметьте, что не нужно находить *все* такие треугольники – в задаче спрашивается, сколько их.

Задача 5. Нарисуйте шестиугольник с вершинами в узлах сетки, у которого все стороны длиннее 4, а площадь не больше 2.

В любом шестиугольнике можно провести диагонали так, чтобы он распался на 4 треугольника. Видимо, эти треугольники должны быть длинными, но маленькими по площади…

Задача 6*. Докажите, что площадь многоугольника с вершинами в узлах сетки всегда является целым числом или целым числом, делённым на 2. (В частности, треугольников площадью меньше $\frac{1}{2}$ не бывает.)

На этом закончим изучение фигур на квадратной сетке и рассмотрим произвольный треугольник, не обязательно с вершинами в узлах. Его площадь можно найти по формуле $S=\frac{1}{2}\,ah$, где a – длина стороны треугольника, а h – длина высоты, проведённой к этой стороне.

Доказательство формулы похоже на решения пунктов а) и б) задачи 1. Для начала вспомним, что пло-

Художник Алексей Вайнер

щадь произвольного (не обязательно клетчатого) прямоугольника равна произведению длин его сторон.

Отсюда сразу следует справедливость формулы, если высота h треугольника совпадает с одной из его сторон (рис. 5,*а*): ведь тогда наш треугольник – половина прямоугольника со сторонами h и a.

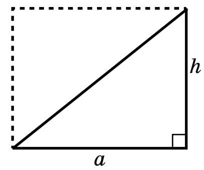


Рис. 5,*а*

Если же высота h лежит внутри (рис. 5, *б*) или снаружи (рис. 5, *в*) треугольника, то его площадь получается соответственно как сумма или как разность площадей двух прямоугольных треугольников с основанием b (выделен красным) и основанием c (выделен синим), для которых формула верна. В первом случае $a=b+c$ и $S=\frac{1}{2}bh+\frac{1}{2}ch=\frac{1}{2}ah$, а во втором $a=b-c$ и $S=\frac{1}{2}bh-\frac{1}{2}\,ch=$ $=\frac{1}{2}\,ah$.

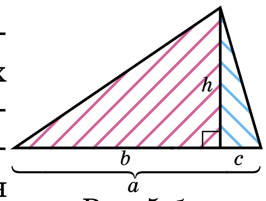


Рис. 5,*б*

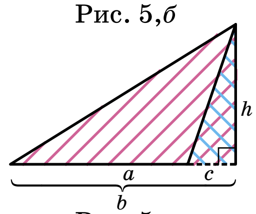


Рис. 5,*в*

Итак, формула доказана!

Заметим, что с помощью формулы можно дать такое решение задачи 3: у всех этих треугольников есть сторона, равная 1, а высота, проведённая к ним, равна 4 (она проходит по стороне квадрата). Поэтому площадь каждого из них равна $\frac{4\cdot 1}{2}=2$.

Задача 7. Докажите, что медиана треугольника делит его на два треугольника одинаковой площади (рис. 6).

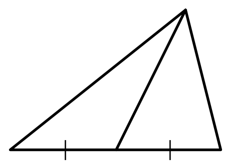


Рис. 6

Здесь можно применить формулу площади треугольника. Для этого надо сначала провести высоту.

Задача 8*. На сторонах треугольника построили квадраты и соединили их вершины, как на рисунке 7. Докажите, что у четырёх закрашенных треугольников одинаковая площадь.

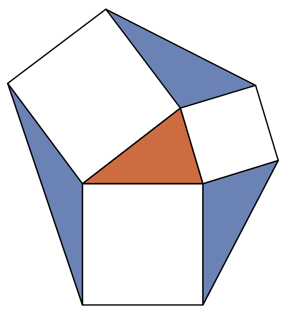


Рис. 7

Хоть здесь и не видно медиан, но в решении этой задачи помогает предыдущая!

Антон Сорокин

ОПЫТЫ В ВОДЕ С САХАРОМ И ПЕСОЧНЫМИ ЧАСАМИ

Ежегодно на базе Кировского Центра дополнительного образования одарённых школьников проводятся турниры по физике для учащихся 7–9-х классов. Ниже описаны две задачи турниров 2018–2019 учебного года.

РАСТВОРЕНИЕ САХАРА

Оказывается, обычное чаепитие может стать весьма увлекательным мероприятием, если взять пару кусочков сахара-рафинада и немного физики!

Для проведения экспериментов вам понадобится 2 прозрачных стаканчика, 4 кусочка сахара-рафинада, подкрашенная жидкость и вода. В качестве подкрашенной жидкости лучше всего использовать чернила, но будьте аккуратны – не испачкайтесь и не пейте чернильную воду!

Наполните стаканчики почти доверху водой и проведите следующие эксперименты.

Первый эксперимент

Возьмите 2 кусочка сахара-рафинада и аккуратно отпустите их в первый стаканчик с водой так, чтобы они оба упали на дно. Когда кусочки практически полностью распадутся (~7 мин.), капните 20 капель подкрашенной жидкости на поверхность воды в стаканчике. Пронаблюдайте, что происходит (см. видео по ссылке youtu.be/4yok1f4nKis).

Первый эксперимент

Второй эксперимент

Объясните, почему жидкость в верхней части стаканчика окрашивается, а в нижней – нет.

Второй эксперимент

Возьмите 2 кусочка сахара-рафинада и капните на каждый из них по 10 капель подкрашенной жидкости, после чего аккуратно отпустите их во второй стаканчик с водой так, чтобы они оба упали на дно. Пронаблюдайте, что происходит (см. видео по ссылке youtu.be/EfnXVpJJqEI).

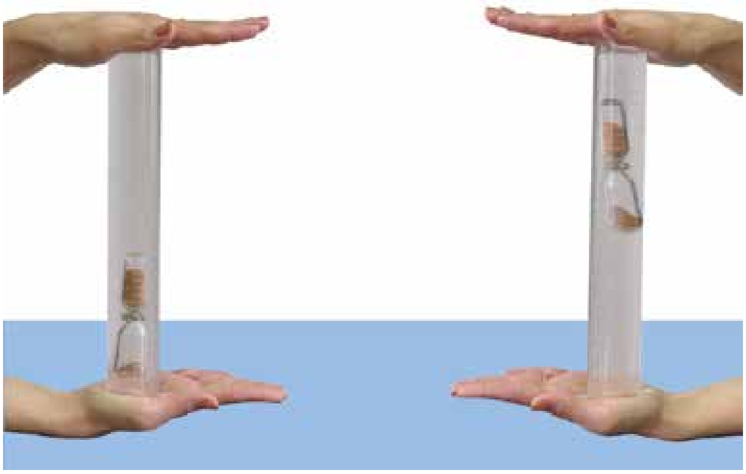
Объясните, почему жидкость в нижней части стаканчика окрашивается, а в верхней – нет.

Объяснение экспериментов

Сахар, растворяясь в воде, даёт сироп, более тяжёлый и вязкий, чем чистая вода. Поэтому сироп лежит прослойкой на дне, не смешиваясь с остальной водой, и чернила из сахара во втором эксперименте окрашивают только сироп, практически не попадая в воду. Соответственно, чернила в первом эксперименте, хоть и могут перемещаться с потоками воды, не проникают в сироп.

РЕЖИМ ЗАВИСАНИЯ

Оказывается, песочные часы, погружённые в воду, с течением времени («песка») могут тонуть, а могут всплывать. Для наблюдения описанного эффекта возьмите цилиндрический сосуд с водой (например, мензурку) и поместите в него песочные часы (см. видео по ссылке youtu.be/xI9W015eAsM).



Спустя некоторое время песочные часы начинают всплывать

Первый эксперимент

Добейтесь того, чтобы песочные часы плавали, едва выступая над поверхностью воды. Затем плотно закройте сосуд ладонью и переверните. Пронаблюдайте, как после переворачивания сосуда с водой песочные часы, оказавшиеся внизу, побыв там, только через некоторое время достаточно быстро всплывут. Объясните наблюдаемый эффект.

Второй эксперимент

Вновь поместите песочные часы в открытый цилиндрический сосуд с водой. Добейтесь того, чтобы они плавали, едва касаясь дна сосуда. Пронаблюдайте, как после переворачивания сосуда песочные часы, оказавшиеся вверху, утонут, но не сразу, а спустя заметное время. Объясните наблюдаемый эффект.

В обоих опытах при погружении песочных часов в цилиндрический сосуд с водой весь песок должен находиться в нижнем резервуаре. Чтобы часы плавали, едва выступая над поверхностью воды (едва касаясь дна сосуда), их можно снабдить добавочными грузами (например пластилином) или поплавками.

Объяснение первого эксперимента

Сила тяжести, действующая на песок в слегка наклонённых часах, создаёт нескомпенсированный момент сил. Это приводит к тому, что часы наклоняются ещё сильнее, пока данный момент не уравновесится моментом, обусловленным силой реакции со стороны стенок сосуда. В результате этого появляется сила трения, действующая на песочные часы и направленная вертикально вниз. С течением времени момент силы тяжести песка уменьшается. Сила реакции, а как следствие, и сила трения также уменьшаются. Сумма сил тяжести и трения становится меньше силы Архимеда, и часы всплывают.

Второй эксперимент объясняется аналогично.

Художник Мария Усеинова

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Высылайте решения задач XI тура, с которыми справитесь, не позднее 1 августа в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: v.ht/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

XI ТУР

51. Как поётся в русской народной песне, «три деревни, два села, восемь девок, один я» – и в каждом из указанных населённых пунктов кто-то из нас живёт. При этом в любой деревне больше девок, чем в любом селе. А Новый год мы всегда празднуем в том единственном месте, где проживает больше всего девок. Где живу я – в деревне или в селе?

52. Среди 111 монет часть – настоящие и весят одинаково, а остальные – фальшивые и тоже весят одинаково, но они легче настоящих. Монеты разложили на чашечные весы, на левую чашку – 60 монет, на правую – 51 монету, и весы пришли в равновесие. Какое а) наименьшее; б) набольшее число фальшивых монет могло быть?

В каждом случае определите, во сколько раз фальшивая монета легче настоящей.

Авторы: Игорь Акулич (51), Григорий Гальперин (52), Александр Перепечко (53), Сергей Костин (54), Лев Емельянов (55)

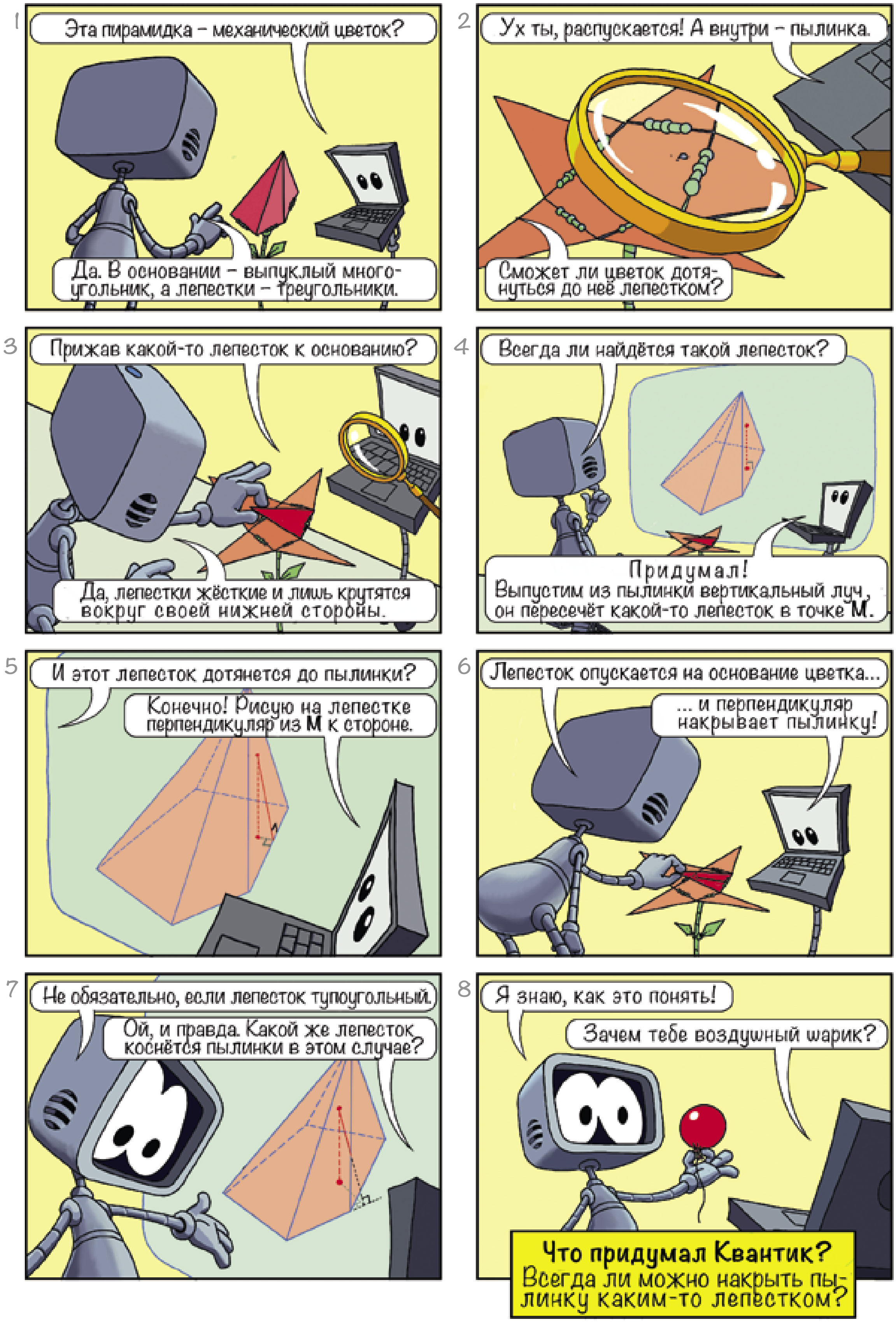
53. В клетчатой таблице 8×8 строки и столбцы пронумерованы числами от 1 до 8. Квантик отметил некоторые клетки так, что количество отмеченных клеток в каждой строке не больше номера строки, а в каждом столбце – не меньше номера столбца. Сколько всего клеток он мог отметить?

54. К некому натуральному числу каждую секунду прибавляют 67, 78 или 89. Докажите, что когда-нибудь обязательно получится число, десятичная запись которого заканчивается на 67, 78 или 89.

55. Верно ли, что из пяти диагоналей каждого невыпуклого пятиугольника можно выбрать три, из которых складывается треугольник? (Диагональ – это отрезок, соединяющий несоседние вершины, некоторые диагонали будут лежать вне пятиугольника.)

Художник Николай Крутиков

Цветок-пирамидка



По задаче Игоря Пака со Всероссийской математической олимпиады 2012 года

Художник Yustas

ISSN 2227-7986