№ 2 | февраль 2021
Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 2
февраль 2021

СНЕГ, ЛЁД, ВОДА И ЛЫЖИ

ФРАНСУА ВИЕТ: УЧЕНИК ДЬЯВОЛА

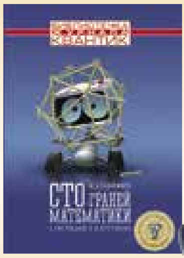
ЛЮБОЙ НЕ ВСЯКИЙ

Enter

БИБЛИОТЕЧКА ЖУРНАЛА «КВАНТИК»

Книги, выходящие по материалам и в добавление к журналу

ВЫПУСК 1



Михаил Евдокимов

СТО ГРАНЕЙ МАТЕМАТИКИ

100 интересных тест-задач с занимательными иллюстрациями. Задачи снабжены ответами – нужно выбрать верный, но будет ли правильным тот ответ, что первым пришёл на ум?
В конце книги приведены комментарии и подробные решения.
Большинство задач были придуманы автором и предлагались на различных математических олимпиадах или публиковались в журнале «Квантик».

ВЫПУСК 2

Сергей Федин

ПЕРЕПУТАНИЦА

Книга, в которой собраны материалы из рубрик «Словечки» и «Две трети правды» журнала «Квантик». Познавательные и занимательные истории позволят весело провести досуг в семье и дополнят внеклассные занятия в школе.
Для всех, кто ценит необычные задачи и юмор.

ВЫПУСК 3

Константин Кохась

КАК БУСЕНЬКА ЧТО-ТО-ТАМ. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ

Книга, в которой собраны истории о приключениях Бусеньки и её друзей, публиковавшиеся в рубрике «Математические сказки» журнала «Квантик».

Сказочный сюжет переплетается с увлекательными математическими вопросами и задачами – от совсем простых до сложных, «на вырост».

Книги серии «Библиотечка журнала «Квантик» можно приобрести в интернет-магазинах **kvantik.ru, biblio.mccme.ru** и других магазинах – подробнее по ссылке **kvantik.com/buy**

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 2, февраль 2021 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С.А. Дориченко
Редакция: В.Г. Асташкина, Е.А. Котко, Р.В. Крутовский, Г.А. Мерзон, А.Ю. Перепечко, М.В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р.К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Мария Усеинова

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях Почты России:
- Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индекс **84252**)
- Объединённый каталог «Пресса России» (индексы **11346** и **11348**)

Онлайн-подписка
на сайте агентства «Роспечать» **press.rosp.ru**
на сайте агентства АРЗИ **www.akc.ru/itm/kvantik**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 18.01.2021
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус» г. Нижний Новгород, ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 216-40-40
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

СОДЕРЖАНИЕ

Василий Птушенко

МАГНИТЫ, РАДИО, ЭЛЕКТРОНЫ и ЯДРА

Окончание. Начало в «Квантике» № 1, 2021

– Оставалось непонятным самое главное: как устроены сами атомы. До тех пор, пока – почти век спустя – Джозеф Томсон не открыл электрон.

– А как можно было его открыть? Он его увидел?

– Нет, он исследовал его «поведение», и этого оказалось достаточно. Он изучал так называемые катодные лучи – по сути, электрический ток в разреженном газе. «Лучи» – то есть что-то похожее на свет, какое-то электромагнитное излучение, так долго думали. А он смог измерить их скорость, и она оказалась намного меньшей скорости света – значит, это не электромагнитное излучение, а поток частиц. Эти частицы несли электрический заряд, и их свойства не зависели от того, из какого вещества они вылетают. А значит, они есть в любом веществе. И появилась первая серьёзная модель атома: атом – как пудинг (то есть пирог), по которому «размазан» положительный заряд, а в нём, как изюминки, плавают отрицательно заряженные электроны. Её так и назвали – моделью пудинга, или моделью Дж. Томсона.

– В физике бывают и съедобные модели!

– Да только эта долго не продержалась. В те же годы Анри Беккерель открыл радиоактивность, а Эрнест Резерфорд обнаружил в составе радиоактивного излучения положительно заряженные частицы – он назвал их альфа-частицами. И, облучая ими металлическую фольгу, увидел, что иногда (хотя и очень редко) частицы не проходят через неё, а отражаются. Но если вещество состоит из атомов-пудингов, это невозможно! Представьте, что в пирог попадает пуля; конечно же, через рыхлое тесто она пройдёт без проблем. Отскочить назад она сможет, лишь наткнувшись на какое-то плотное препятствие – например, монетку, запрятанную в пудинг. Выходит, вещество в атоме не может быть «размазано» в пространстве как тесто; оно собрано в очень маленькие плотные «ядра». Положительные ядра и отрицательные электроны – вот из чего состоит вещество.

– То есть вместо пудинга получается смесь гороха и чечевицы, как у Золушки?

– Не совсем. Уже тогда хорошо знали, что если собрать вместе несколько заряженных частиц, они не смогут просто так удержаться вместе неподвижно – либо разлетятся в разные стороны, либо будут вращаться друг вокруг друга. А раз атомы стабильны, то есть не распадаются сами по себе на ядра и электроны, в них электроны должны вращаться вокруг атомов – примерно как планеты вокруг Солнца.

– А, так это и есть планетарная модель атома?! Мы такие на картинках видели. А ещё скульптуру – помнишь, Вить, на каком-то большом шоссе?

– Точно! Шарик, а вокруг него орбиты с шариками поменьше. Только забыл, где это было.

– Такие памятники есть в Москве, Обнинске, Зеленограде, Волгодонске, Каменске-Уральском, Новосибирске и во многих других местах, связанных с ядерной физикой. А теперь вспомните, о чём мы с вами говорили чуть раньше: электрический ток, бегущий по кругу, ведёт себя как магнит. Но ведь электрический ток – это движение заряженных частиц. А значит, заряженный электрон, вращающийся вокруг ядра, – это кольцевой электрический ток, и он превращает атом в маленький магнит! А как ведут себя магниты, оказавшиеся рядом?

– Притягиваются!

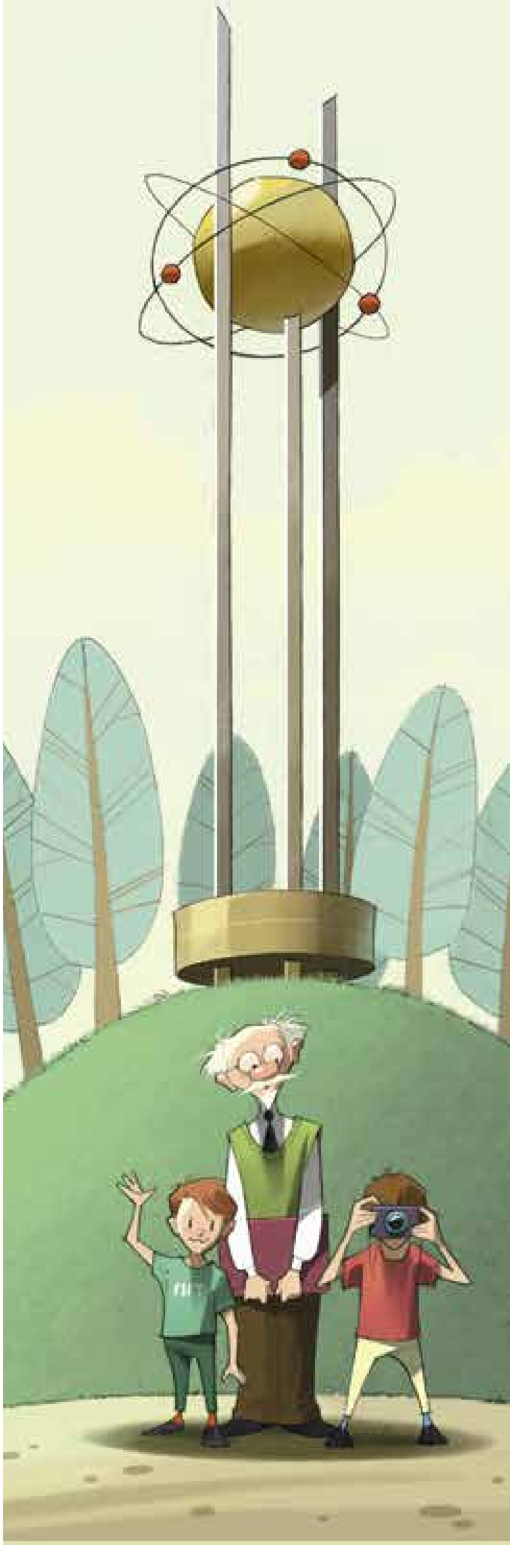
– Разве только притягиваются?

– Ну, могут и отталкиваться, смотря как повернёшь. Но только, оттолкнувшись, они развернутся и всё равно притянутся друг к другу.

– Вот это ты, Витя, очень точно заметил: магнит, если ему «неуютно» (физики говорят: энергетически невыгодно) быть повёрнутым к другому магниту одной стороной, повернётся другой. Но ведь его можно развернуть и обратно, приложив для этого небольшое усилие. К тем магнитам, что висят у нас на холодильнике, его можно приложить руками, а к микроскопическим атомным магнитикам – с помощью радиоволн.

– То есть атомом можно управлять почти как машинкой на радиоуправлении!

– Точно! И каждый атом – как такая машинка, или, лучше сказать, как миниатюрный радиоприёмник – настроен на свою частоту. И частота эта зависит от того, что это за атом, в какой молекуле или в каком



кристалле он находится, какое магнитное поле его окружает. Иногда это примерно такие радиоволны, какие ловят наши коротковолновые радиоприёмники, а иногда – такие, которые используются у нас на кухнях в микроволновых печах. А кроме того, оказалось, что магнитом может быть не только атом в целом, но и его ядро. Ядерные магнитики слабее, и они ловят радиосигнал на других частотах. Но и их частоты зависят от их соседей в молекуле. А значит, облучая их радиоволнами разной частоты, можно узнать, что́ за атомы входят в состав вещества и как они между собой связаны, то есть можно определить структуру молекулы. Вот только надо ещё исследуемое вещество поместить внутрь большого магнита, и чем сильнее магнитное поле он даёт, тем лучше. А само явление поворота микроскопических магнитиков в магнитном поле под действием радиоволны подходящей (физики говорят – резонансной) частоты называется магнитным резонансом. Если поворачиваются ядра, то это – ядерный магнитный резонанс, сокращённо ЯМР. А если атомы, точнее, их электроны, – то электронный парамагнитный резонанс, или ЭПР.

– А какой резонанс в МРТ?

– В магнитно-резонансной томографии используется поворот ядер в магнитном поле под действием радиоизлучения, то есть явление ЯМР. Как видите, с помощью радио можно прослушивать не только земную атмосферу или глубины космоса, но и глубины человеческого организма. В этом, Федя, ты имел возможность убедиться недавно.

– Да, здорово придумано! Эх, жаль только, что так недавно открыли этот магнитный резонанс! Мама рассказывала, насколько сложнее было пациентам в её детстве, когда томографов ещё не было.

– Нет, Федя, открыли магнитный резонанс очень давно. Явление ЭПР открыл в 1944 году Евгений Константинович Завойский, а в 1946 году Эдвард Парселл и Феликс Блох в Америке открыли ЯМР. Но от открытия этих явлений до создания МР-томографии был ещё долгий путь. Во-первых, чтобы получить пространственную картину обследуемого организма, придумали создавать изменяющееся в пространстве магнитное поле. Благодаря этому в каждом маленьком участочке тканей пациента атомные ядра настроены на свою собственную частоту – то есть у каждого атома словно появляются свои собственные радиопозывные, которые он может передать прибору, чтобы «сообщить» о своём местоположении. Во-вторых, как я уже вам говорил, для исследования вещества с помощью магнитного резонанса нужно сильное магнитное поле. А человек ведь гораздо крупнее, чем какая-нибудь пробирка с веществом. Создать в большом объёме сильное магнитное поле оказалось возможным только с помощью сверхпроводящих магнитов. И хотя само явление сверхпроводимости было открыто ещё в начале XX века, основанная на нём техника стала развиваться намного позже. В-третьих, для применения МРТ в 1940-х годах ещё не «созрела» вычислительная математика – лишь два десятилетия спустя после открытий ЭПР и ЯМР появились необходимые методы для обработки измеряемых сигналов магнитного резонанса. Можно было бы назвать и в-четвёртых, и в-пятых, но, мне кажется, на сегодня с вас хватит новой информации.

– Да, Семён Ильич, для обработки всех сигналов, полученных от вас сегодня, у нас с Витей ещё точно не созрели подходящие методы! Спасибо большое за рассказ!

– Да, спасибо! Нам надо «переварить» всё услышанное, но если потом появятся новые вопросы...

– Конечно! И желаю, чтобы с МРТ вы чаще встречались как исследователи, а не как пациенты!

* * *

– Ну, Федя, что скажешь? – спросил Виктор, когда они вышли на улицу. – Ты узнал, что хотел?

– После томографа у меня гудело в голове от шума, а теперь – от новых слов и мыслей.

– Ну, это лучше, чем от шума, – Виктор улыбнулся. – А знаешь, у меня предложение: давай закрепим их практическими занятиями – сходим ко мне домой, разогреем в микроволновке обед. А потом – на реку, можно с радиоприёмником.

– Отлично! Но только – чур с радионаушниками!

– Чтобы не мешать окружающим?

– Нет, чтобы не прерывать практические занятия!

Художник Алексей Вайнер

Михаил Гельфанд

ТРИ ЛЕТОИСЧИСЛЕНИЯ В ТАИЛАНДЕ

Начиная с конца XIX века в Таиланде даты на монетах чеканили в трёх разных летоисчислениях – сначала эры *чуласакарат* (*бирманской*), потом эры *раттанокосин* (от основания династии *Чакри*) и в конце концов *буддийской* эры, в которой годы отсчитываются от окончания земной жизни Будды Шакьямуни. Ниже приведены даты с некоторых монет:

1883	๑๒๔๔
1888	๑๒๔๙
1888	๑๐๗
1900	๑๑๙
1901	๑๒๐
1902	๑๒๑
1913	๒๔๕๖
1916	๒๔๕๙
1917	๒๔๖๐

1. В каком году произошёл переход с эры чуласакарат на эру раттанокосин?

2. В какие годы были отчеканены монеты с таиландскими датами

๒๕๐๐, ๒๕๓๘, ๑๓๑, ๑๒๓๖?

3. Ответьте как можно точнее: когда произошёл переход с эры раттанокосин на буддийскую эру?

Художник Артём Костюкевич

ПРОСТРАНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Алексей Панов,
Дмитрий Ал. Панов,
Пётр Панов

Продолжение. Начало в «Квантике» № 1, 2021

ПОЛЮСА И ЭКВАТОРЫ

Если продолжить аналогию с магнитными стрелками, то вершины ***R***, ***G***, ***B*** – конечно, полюса Треугольного Мира. И для них даже названия уже готовы – это Красный, Зелёный и Синий полюс.

На Земле синий конец магнитной стрелки указывает на Северный полюс, красный – на Южный. Понятно, что в Треугольном Мире вершины маленьких треугольников-стрелок должны быть маркированы цветом того полюса, на который они указывают.

Теперь насчёт экватора. На Земле экватор – это линия, равноудалённая от Северного и Южного полюсов. На плоскости трудно представить себе линию, равноудалённую от трёх полюсов. Приходится признать, что в Треугольном Мире есть три экватора: на рисунке 7 это три серых отрезка, делящих треугольник ***RGB*** пополам. Каждый экватор равноудалён от своей пары полюсов и проходит через третий полюс. Экваторы пересекаются в центре Мира.

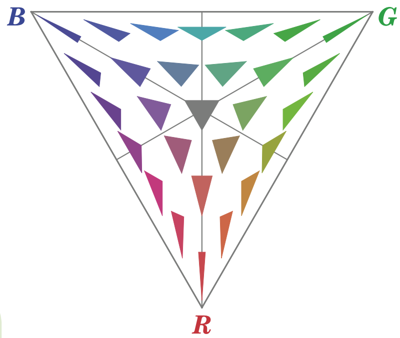


Рис. 7

Упражнение 7. Посмотрите на рисунок 7: что это за треугольники, через которые проходят экваторы?

МЕРИДИАНЫ

Если вы разобрались с упражнением 7, то знаете, каким свойством обладают треугольники, через которые проходят экваторы, – все они равнобедренные.

Это неплохой способ задавать некоторые линии, располагающиеся в Треугольном Мире. Нужно назвать какое-то свойство треугольника и посмотреть на карту Мира, например на ту, что на рисунке 7. Вдруг все треугольники, обладающие этим свойством, выстроятся в какую-то линию.

Упражнение 8. Располагаются ли на рисунке 7 в какую-то линию все прямоугольные треугольники?

Это непростое упражнение, и мы сразу подскажем к нему ответ (рис. 8). Сверьте его с картой рисунка 7: действительно ли линии на рисунке 8 проходят среди треугольников с углами, близкими к 90°?

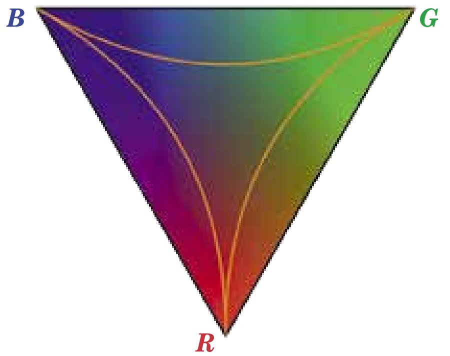


Рис. 8. Три линии, проходящие через прямоугольные треугольники

На рисунке 8 мы видим целых три линии, каждая проходит через свою пару полюсов. Нарисуем такие же линии для треугольников с углом 60° и для треугольников с углом 45° (рис. 9). Видно, что линии, соответствующие 60°, проходят через Центр Мира.

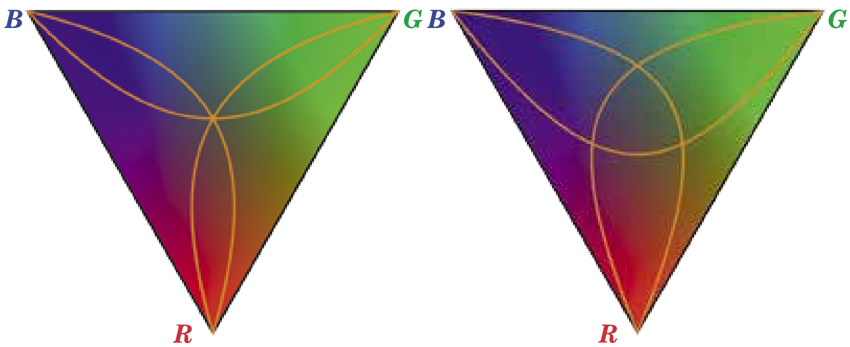


Рис. 9. Слева – линии, проходящие через треугольники с углом 60°, справа – через треугольники с углом 45°

Упражнение 9. Посмотрите на попарно пересекающиеся линии в правой части рисунка 9. Какие треугольники соответствуют их точкам пересечения?

Итак, *каждая из линий на рисунках 8 и 9 соединяет два полюса нашего Мира и перпендикулярна экватору, соответствующему этим двум полюсам.*

Но тем же условиям удовлетворяют и земные меридианы, соединяющие Северный и Южный полюса! Логично было бы объявить, что *меридианы Треугольного Мира – это линии, которые соединяют два его полюса и проходят через треугольники, один из углов которых фиксирован.*

На рисунке 10 – целая сеть меридианов, соединяющих Синий и Зелёный полюса и соответствующих треугольникам с углами от 15° до 135°, с шагом 15°.

Две такие же сети меридианов соединяют другие пары полюсов.

Упражнение 10. Где на рисунке 10 может располагаться нулевой меридиан (то есть меридиан, соответствующий треугольникам с углом в 0°) и где – меридиан, соответствующий треугольникам с углом 180°?

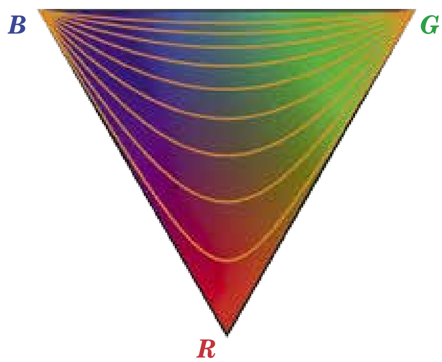
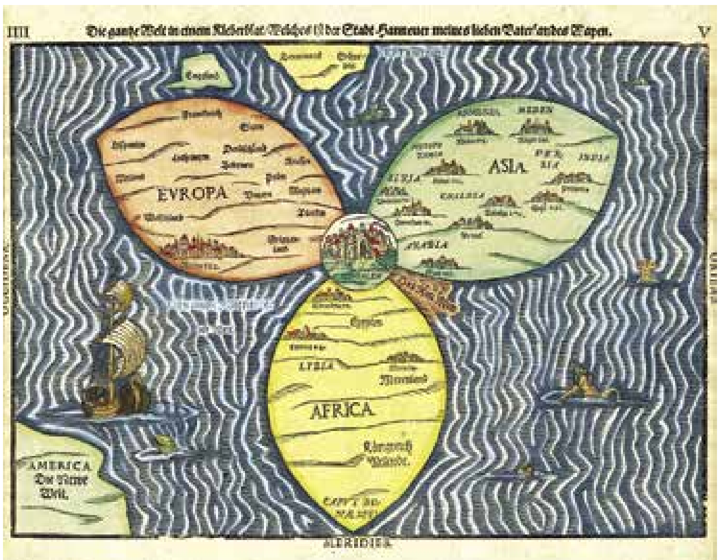


Рис. 10. Сеть меридианов, соединяющих Синий и Зелёный полюса

А теперь ненадолго спустимся на Землю.

КАРТА МИРА ГЕНРИХА БЮНТИНГА

Немецкий протестантский пастор, богослов и картограф Генрих Бюнтинг опубликовал в 1581 году книгу «Путешествие по святым местам», содержащую его знаменитую карту «Мир в форме трилистника клевера». Эта карта рисует Землю как гигантский Треугольный Мир из трёх континентов – Европы, Африки и Азии, раскрашенных в разные цвета и символизирующих Святую Троицу. Центр мира – Иерусалим. Гармония слегка нарушена недавно открытой Америкой и находящимися на периферии мира Англией и Данией. Карта Бюнтинга чем-то похожа на карту рисунка 9.



Мир в форме трилистника. Генрих Бюнтинг, 1581 год

Упражнение 11. Отыщите Россию на карте Бюнтинга.

Окончание в следующем номере

Художник Мария Усеинова

Константин Кохась

ЛЮБОЙ НЕ ВСЯКИЙ

Мозг насекомых совсем не годится для вычислений. Немногочисленные и весьма ненадёжные регистры, никакого распараллеливания и кэша, от силы 4-битная адресация оперативной памяти. Но вопреки всему этому таракан Кузька вычислял. Чтобы компенсировать несовершенство мозга, он использовал всевозможные ухищрения, приёмы счёта на пальцах (точнее, на лапах), правила сокращённого умножения и разнообразные вычислительные фокусы. Расчёты были чрезвычайно сложные и утомительные. Кузька шевелил всеми шестью лапами, наклонялся то вправо, то влево, странно переворачивался, иногда хаотически бегал по Ам-Бару и делал на полу какие-то пометки кусочком мела.

Со стороны всё это выглядело как ритуальный языческий танец. Бусенька, Горгулий и Огрыза заворожённо смотрели на это зрелище.

– Хотя позы всё время повторяются, – заметила Бусенька, – не похоже, что движения периодические.

– Во всяком случае, если период и есть, то очень большой, – подтвердила Огрыза.

– Но каждая поза хотя бы один раз повторилась, – уточнил Горгулий.

Кузька, как было видно, сильно утомился.

– Готово, – тяжёло вздохнув, наконец сказал он. – Получилось!

– Что получилось?

– Я вывел совершенно новый признак делимости! Вы такого ещё не видели.

– Позволю себе немного усомниться, – вежливо сказал Горгулий. – Про признаки делимости я знаю всё!

– Тогда приготовься расширить свой кругозор, – сказал Кузька, театрально поклонившись. – Вашему вниманию предлагается простой, изящный и очень эффективный признак делимости числа 403!

– На 403, ты хотел сказать? – переспросил Горгулий с некоторым любопытством.

– Нет, не «на»! Просто признак делимости числа 403! Это... это фантастическая вещь! Обычно вы берёте число x и с помощью признака проверяете, делится ли x, например, на 5 или на 11. А с помощью моего признака можно проверить, делится ли число 403 на x!

– И как же это сделать? – нетерпеливо спросила Огрыза.

– Число 403 делится на двузначное число x в том и только том случае, когда сумма квадратов цифр числа x равна 10, – гордо сказал Кузька.

Зрители некоторое время переваривали сказанное, а потом раздались бурные аплодисменты.

– Молодец, Кузька, – похвалила Огрыза.

– Ну как кругозор? – спросила Бусенька Горгулия. – Расширился?

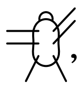
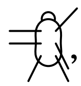
– Спасибо, очень, – ответил Горгулий. – Никогда в жизни не видел ничего похожего. Я потрясён до глубины души. Но особенно меня восхитило то балетно-акробатическое представление, с помощью которого ты вывел этот признак.

– Да, это было непросто, – согласился Кузька. – К тому же вы всё время шептались, пока я считал, а это, знаете ли, сильно мешает.

– Мы восхищались, – пояснила Бусенька, – а кроме того, мы обсуждали, периодична ли последовательность твоих движений.

– Какая-какая последовательность?

– Рассмотрим последовательность твоих поз. Обозначим её x_n. Например, как я помню,

$x_1 =$ , $x_2 =$ , $x_3 =$ , ...

Я заметила, что твои позы всё время повторяются, то есть, попросту говоря,

$$\forall k \, \exists n \quad x_k = x_{k+n}.$$

– Что это за иероглифы? – спросил Кузька.

– Это *кванторы*. «$\forall$» читается «для любого», «для каждого», «$\exists$» – «существует», «найдётся». А вся фраза читается так: «для любого числа k найдётся такое число n, что $x_k = x_{k+n}$».

– И что означает эта абракадабра?

– Ну как что? Возьмём любое число k...

– Любое – это какое именно? И где мы его возьмём? – недопонял Кузька.

– Да хоть бы у меня в ящике, – сказала Огрыза, – там целая куча любых чисел. Вот, пожалуйста. – Огрыза достала из ящика зелёную коробочку, к которой был сверху прикреплён небольшой конвертик. Оторвав конверт, она протянула его Кузьке.

– Посмотрим, – с интересом сказал Кузька, – что тут у нас... 31! Значит, 31 – это любое число??

– Не то чтобы совсем любое... Но во всяком случае одно из любых! Для примера можно взять и 31, но и все другие числа тоже взять стоило бы.

– Разве можно взять все числа?

– Мы возьмём одно число, обозначим его k и будем строить рассуждения, не используя никаких особенных свойств числа k. Тогда наше рассуждение подойдёт и для других чисел.

– То есть если хочу, я могу взять $k = 31$, но я при этом не должен пользоваться тем, что это именно 31?

– Да, – сказал Горгулий, – например, не надо пользоваться тем, что сумма квадратов цифр этого числа равна 10.

– Как-то всё очень туманно. Ладно. Что там дальше? «Найдётся такое число n...» – процитировал Кузька. – Где же это оно найдётся??

– Вот здесь, в зелёной коробочке, – сказала Огрыза и протянула её Кузьке.

– Это точно то самое число? – недоповерил Кузька.

– Именно, – подтвердила Огрыза, – коробочка прилагалась к конверту с числом k.

– Ладно, посмотрим. – И Кузька аккуратно приоткрыл коробочку. Число тут же выскочило из коробочки, спрыгнуло на пол и, смешно шевеля многочисленными тонкими лапами, добежало до стены и спряталось под плинтусом.

– Ой, – сказал Кузька, – вы заметили, что это было за число?

– Я – нет, – сказал Горгулий.

– И я – нет, – сказала Бусенька.

– Как же мы воспользуемся этим числом, если не знаем, чему оно равно?

– А зачем нам знать? Главное – что число существует, – сказала Бусенька.

– Да где же оно существует?

– Как где? Раньше оно существовало в коробочке. А теперь под плинтусом! Оно там существует, но мы не знаем, чему оно равно. Кроме того, имей в виду, что это число n годится только для $k = 31$. Если же взять другое k, число n окажется, скорее всего, другим.

– Оно живёт в другой коробочке, – догадался Кузька. – А разве нам важно, что для другого k число n будет другое, ведь мы всё равно не знаем, чему оно равно?

– Всё-таки полезно это себе представлять. Например, если бы это n было одним и тем же для всех k, то мы могли бы утверждать, что последовательность периодична, то есть что

$$\exists\, n\, \forall\, k \quad x_k = x_{k+n}.$$

– По сравнению с первой фразой всего два слова переставили, – заметил Кузька. – «У каждого таракана существует привычка шевелить усами» или «Существует привычка: каждый таракан шевелит усами». Какая разница?

– Ну не надо всё так примитивизировать. Наши два утверждения совершенно различны, – сказала Бусенька. – Да ты и сам можешь это проверить.

– Я?? Проверить? Я маленькое беззащитное насекомое, за что мне такие муки… – застонал Кузька, но, не доныв до конца, вдруг бодро встопорщил усы и заявил: – А вот и проверю!

Утверждение 1. $\forall\, k\, \exists\, n \quad x_k = x_{k+n}$. Значит, если мы берём любое k, например 31, то у Огрызы в конвертике найдётся такое число n, что поза x_{31} совпадает с позой x_{31+n}. То есть поза x_{31} повторяется! Причём это верно для любого k, а не только для 31. Значит, все позы всё время повторяются!

Утверждение 2. $\exists\, n\, \forall\, k \quad x_k = x_{k+n}$. Существует n, правда, мы не знаем какое, оно сбежало под плинтус, и вот для этого n при всех k поза x_k совпадает с позой x_{k+n}. Значит, и в этом случае все позы всё время повторяются!

А что, если мы поставим другие кванторы? Например, *утверждение* 3: $\forall\, k\, \forall\, n \quad x_k = x_{k+n}$. Что же это значит? Какое k ни возьми и какое n ни выбери, поза x_k совпадает с позой x_{k+n}. То есть опять x_k, а это любая поза, обязательно повторится.

Бусенька, Горгулий и Огрыза изумлённо смотрели на Кузьку. Кузьку несло.

– Придумали наукообразность, крю́ки-закорюки, а суть-то одна и та же! Ну-ка, а если поменять местами кванторы в последней фразе, что получится?

Утверждение 4: $\forall n \, \forall k \quad x_k = x_{k+n}$. Это значит...

– Но два подряд идущих квантора «для любого» всегда можно переставить местами! – попыталась образумить его Огрыза. – Получится то же самое.

– В любом подвале у каждой мыши есть запасы сыра. Правда?

– Разумеется, – согласилась Огрыза.

– Переставляем: у каждой мыши в любом подвале есть запасы сыра? Например, в подвале Злобнопотама есть только сейф. Ты что – хранишь в нём сыр?

– Нет, – смутилась Огрыза, – сыр слишком сильно пахнет. Злобнопотам сразу бы заметил.

– Вот то-то! – и Кузька укоризненно посмотрел на окружающих. – И из-за такой ерунды мы чуть было не утратили мой замечательный признак делимости! Вот что я вам скажу: нам, насекомым, кванторы не нужны! Ненавижу кванторы!

На этой высокой эмоциональной ноте Кузька, недовозмутившись как следует, неожиданно зевнул, прислонился к стенке и отключился.

– Переутомили малыша, – неодобрительно сказала Огрыза. – Два квантора в его голову еле-еле влезают, да и то ненадолго.

Бусенька принесла откуда-то клеверный листик и положила Кузьке под голову.

– А что это были за удивительные коробочки и конвертики? – спросил Горгулий Огрызу.

– А, это... Вечером я провожу здесь, в Ам-Баре, беспроигрышную лотерею. Это один из призов, его должен был выиграть билет номер 31. Многоножка симфила: 24 ноги, трахейная дыхательная система – прямо мустанг!

– Да, классная зверюга, – согласился Горгулий. – Только при чём тут многоножки?

– Ни при чём. Но роль числа n она сыграла совершенно гениально!

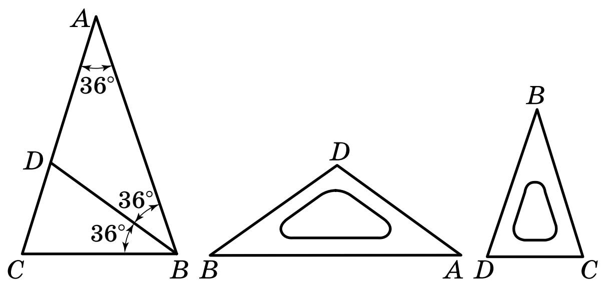
Художник Инга Коржнева

Владимир Красноухов

ГОЛОВОЛОМКА «ПОДСОЛНЕЧНИК»

Внешний вид головоломки (варианты стартовой позиции) приведён на фото. Головоломка состоит из плоского корпуса с нишей и 19 фигурок.

Изготовить фигурки можно по схеме на рисунке ниже. Строим равнобедренный треугольник ABC с углом при вершине 36° и стороной $BC = 1$ ед. Из угла ABC проводим биссектрису BD. Получаем два равнобедренных треугольника – ABD и BCD, длины сторон которых относятся между собой в пропорции золотого сечения.



Сделаем 10 фигурок в виде треугольника ABD и 10 фигурок в виде треугольника BCD. Для удобства игры проделаем внутри каждой фигурки отверстие и покрасим фигурки первого типа, например, в жёлтый цвет, а второго – в красный. Одну пару красных треугольников склеим бóльшими сторонами (как видно на фотографиях). Итого получим 10 жёлтых треугольников (ABD), 8 красных (BCD) и 1 красный четырёхугольник.

Ниша в корпусе имеет вид правильного 10-угольника со стороной 1 ед. Сдвоенная фигурка (четырёхугольник) вынесена в отдельную нишу.

Задача: разместить все элементы в десятиугольной нише.

Автор этой головоломки (В. Красноухов) утверждает, что задача имеет не менее двух различных решений.

Желаем успехов!

Фото автора

Художник Алексей Вайнер

ЧЕТЫРЕ ЗАДАЧИ

Валерия Сирота

Снег, лёд,

1. Представьте, что вы собираетесь лететь на самолёте в Африку, и вам хочется показать тамошним жителям, что такое снег. Как довезти его до них, не дать растаять? Дорога займёт несколько часов.

2. «Метель лепила на стекле кружки и стрелы...» Почему на окнах получаются ледяные узоры? А почему, когда холодно, изо рта «идёт пар»? Неужели наше дыхание меняется из-за холода снаружи?

вода и лыжи

3. На зиму вода из рек и озёр «уходит» – уровень воды в них падает. Куда же она уходит, почему это происходит?

4. Раньше лыжи были деревянные, и их время от времени смолили – капали на скользящую поверхность смолу и нагревали горелкой, чтобы смола расплавилась, растеклась тонким слоем по лыже и впиталась в дерево. Зачем это делали? Что теперь делают с пластиковыми лыжами вместо этого?

Ответы в следующем номере

Художник Мария Усейнова

ФРАНСУА ВИЕТ

Борис Дружинин

Франсуа Виет
(François Viète)
1540 – 1603

Катрин де Партене
1554 – 1631

НАЧАЛО

Некоторые отучившиеся в школе помнят Франсуа Виета по его знаменитой теореме о свойствах корней приведённого квадратного уравнения. Остальные и это благополучно забыли. А между тем жизнь Франсуа Виета весьма интересна.

Франсуа Виет родился в 1540 году в небольшом городке Фонтене-ле-Конт. Отец Франсуа служил прокурором, и сын намеревался пойти по стопам отца. Учился он сначала в школе при местном монастыре, а затем в университете Пуатье, основанном в 1431 году Карлом VII. По окончании университета в 1560 году получил степень бакалавра, а свою адвокатскую практику начал ещё за год до этого, в 19 лет.

Спустя три года Виет нанялся секретарём к весьма состоятельному господину де Партене. А у господина де Партене была дочь Катрин, которой трудно давалась математика, и Франсуа стал её репетитором. Именно преподавание пробудило в нём интерес к математике, которой он ранее не увлекался. Эта девочка ещё сыграет немаловажную роль в судьбе Франсуа Виета, когда подрастёт, конечно.

Катрин де Партене вышла замуж и перебралась в Ла-Рошель, а вскоре за ней и Франсуа Виет. В 1571 году Виет поступил на государственную службу в парижский парламент (суд). В столице он завязал знакомства с парижскими математиками. Примерно в это время он написал бóльшую часть «Математического канона» – капитального труда по тригонометрии (опубликован в 1579 году).

При Карле IX Виет был назначен советником парламента Бретани, а при Генрихе III стал уже частным советником короля. После убийства в 1589 году Генриха III перешёл на службу к Генриху Наваррскому, будущему королю Генриху IV. И конечно, всё это время Виет занимался математикой.

НЕЧИСТАЯ СИЛА

Виет прославился во времена войны короля Генриха IV с одной стороны и Католической лиги при поддержке Испании с другой стороны. Испанцы знали почти всё о секретных замыслах французов и выигрывали одно сражение за другим. Дело в том, что испанцы изобрели специальный шифр и получали донесения от своих людей во Франции. А перехваченные сообщения французы не могли прочитать.

Шифр был сложным, он состоял из 600 различных знаков, которые иногда менялись. Тогда король обратился к Виету. Много времени провёл Виет за разгадкой шифра и наконец подобрал к нему ключ. И тут же Испания начала терпеть поражения. Испанцы никак не могли понять, в чём дело, пока не узнали, что их шифр разгадал математик Франсуа Виет. Испанские инквизиторы немедленно обвинили Виета в сговоре с нечистой силой: по их мнению, только дьявол мог разгадать такой хитроумный шифр.

Эта история ещё раз доказывает, что для победы нужны не столько пушки и мушкеты, сколько умные образованные люди.

Пётр Рамус
(Пьер де ла Раме)
1515–1572

НЕ БЫЛО БЫ СЧАСТЬЯ

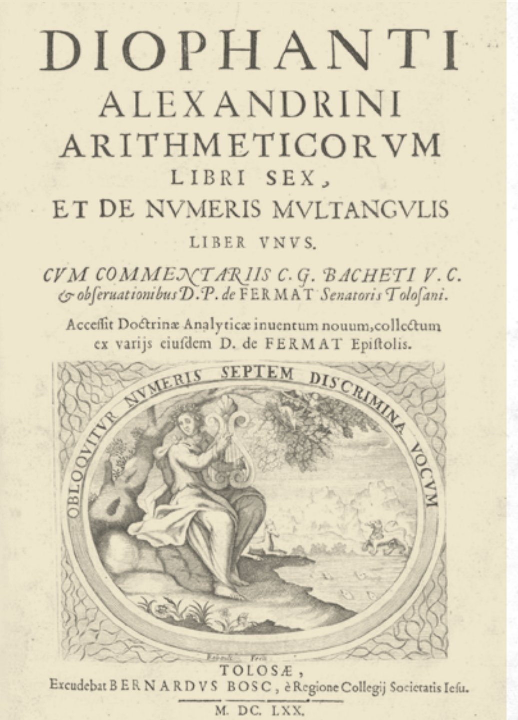
Вернёмся назад. С 23 на 24 августа 1572 года во Франции произошла печально известная во всём мире Варфоломеевская ночь. По разным оценкам, в Париже тогда погибло около 3000 человек, а по всей Франции в погромах было убито около 30 тысяч гугенотов.

В ту ночь погибли муж Катрин де Партене, а также выдающийся математик Рамус (Пьер де ла Раме). Спустя несколько лет Катрин вышла замуж во второй раз. Она отдала руку и сердце принцу де Рогану. Благодаря содействию своей ученицы, Виет в 1580 году получил должность рекетмейстера – докладчика короля по ходатайствам. Он мог от имени короля контролировать выполнение приказов по всей стране! Должность впечатляющая.

Король Франции Генрих III
1551–1589

В Европе тогда было несколько знатных родов, которые соперничали если не за трон, то за место у трона. И вот в 1584 году представители одного из этих родов Гизы постарались, чтобы Виета отстра-

Король Франции и Наварры
Генрих IV
1553–1610



DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX,
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.
CVM COMMENTARIIS C. G. BACHETI V. C.
& obseruationibus D. P. de FERMAT Senatoris Tolosani.
Accessit Doctrinæ Analyticæ inuentum nouum, collectum
ex varijs eiusdem D. de FERMAT Epistolis.

TOLOSÆ,
Excudebat BERNARDVS BOSC, è Regione Collegij Societatis Iesu.
M. DC. LXX.

[1]Подробнее см. книгу: *Диофант*. Арифметика и книга о многоугольных числах. – М.: Наука, 1974.

нили от государственной службы и выслали из Парижа.

Ну что ж, не было бы счастья, да несчастье помогло. Обретя покой и отдых от дворцовой суеты, Франсуа Виет теперь всё своё время мог посвятить математике. Он был убеждён, что существует общая, неизвестная ранее наука, которая могла бы объединить достижения более ранних учёных. И оказался прав!

Именно в этот период учёный изобрёл новую алгебру. Точнее, способ решения алгебраических задач.

НОВАЯ АЛГЕБРА

Огромный вклад в алгебру сделал Диофант ещё в III веке до н. э., используя буквенную символику. Например, уравнение

$$x^3+8x-(13x^2+202)=x$$

Диофант записал бы так[1]:

$$K^{\upsilon}\bar{\alpha}\varsigma\bar{\eta}\pitchfork\Delta^{\upsilon}\overline{\iota\gamma}M^{o}\overline{\sigma\beta}\iota^{\sigma}\varsigma\bar{\alpha}.$$

Но у него не было последователей ни среди современников, ни долгое время после. Лишь в конце XV века люди активно занялись разработкой алгебраической символики, а завершили её Виет и Декарт.

До Виета решение каждого уравнения выполнялось по своим отдельным правилам в виде длинных словесных рассуждений и довольно громоздких действий. Даже для записи уравнения требовалось довольно длинное и сложное словесное описание. А на овладение приёмами решений уходили годы.

Виет за время вынужденного «отдыха» основательно изучил труды классиков – дель Ферро, Тартальи, Кардано, Маццоли. Он предложил обозначать неизвестные гласными буквами, а коэффициенты при них – согласными буквами.

Например, уравнение

$$x^3+3b^2x=2z^3$$

Виет записывает как

A cubus + B plano 3 in A aequari Z solido 2.

(Степени чисел Виет иногда обозначал иначе, чем степени переменной.) Для уравнений с числовыми коэффициентами обозначения были чуть другими: так, уравнение

$$x^3-3x=1$$

Виет записывает как

$$1C-3N \text{ aequatur } 1.$$

Теперь уравнения можно было решать в общем виде, что мы сейчас и делаем.

ЗНАМЕНИТАЯ ТЕОРЕМА

Знаменитая теорема, устанавливающая связь коэффициентов многочлена с его корнями, была обнародована в 1615 году. Теперь она носит имя Виета, а сам автор формулировал её так:

Если $B+D$, умноженное на A, минус A в квадрате равно BD, то A равно или B, или D.

Доказывается она довольно просто: перепишем данное в условии равенство $(B+D)A-A^2=BD$ в виде $BA-A^2+DA-BD=0$, откуда $(B-A)A-D(B-A)=0$. Осталось вынести $B-A$ за скобки: $(B-A)(A-D)=0$. Произведение двух чисел равно нулю тогда и только тогда, когда равен нулю хотя бы один из сомножителей, то есть как раз при $A=B$ и при $A=D$.

Сейчас теорему Виета формулируют иначе:

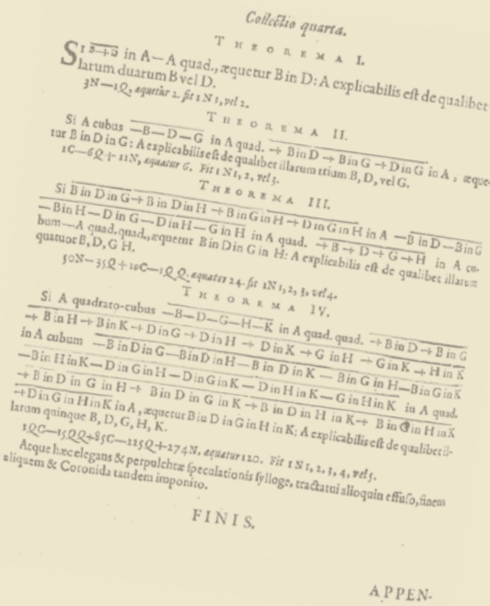
Сумма корней уравнения $x^2+bx+c=0$ равна второму коэффициенту с противоположным знаком, а произведение корней равняется свободному члену.

ПРЕДШЕСТВЕННИКИ

Как это ни странно, но теоремой Виета пользовались ещё до его рождения. Свойства корней приведённого квадратного уравнения понадобились профессору математики из Болонского университета Сципиону дель Ферро и гениальному математику-самоучке Никколо Тарталье. Они первыми в мире, независимо друг от друга, решили в общем виде уравнение третьей степени. Решили, воспользовавшись именно этими свойствами.

Так почему же теорема носит имя Виета? Дело в том, что и дель Ферро, и Тарталья знали её только для квадратного уравнения, а Виет обобщил её на уравнения бо́льших степеней. Он показал, что

Никколо Тарталья
ок. 1499 – 1557



Collectio quarta.

THEOREMA I.

Si B+D in A – A quad., æquetur B in D: A explicabilis est de qualibet i-
larum duarum B vel D.
3N–1Q, æquetur 2. fit 1N 1, vel 2.

THEOREMA II.

Si A cubus –B–D–G in A quad. + B in D + B in G + D in G in A, æque-
tur B in D in G: A explicabilis est de qualibet illarum trium B, D, vel G.
1C–6Q+11N, æquatur 6. Fit 1N 1, 2, vel 3.

THEOREMA III.

Si B in D in G + B in D in H + B in G in H + D in G in H in A – B in D – B in G
– B in H – D in G – D in H – G in H in A quad. + B + D + G + H in A cu-
bum – A quad.quad., æquetur B in D in G in H: A explicabilis est de qualibet illarum
quatuor B, D, G H.
50N–35Q+10C–1QQ, æquatur 24. fit 1N 1, 2, 3, vel 4.

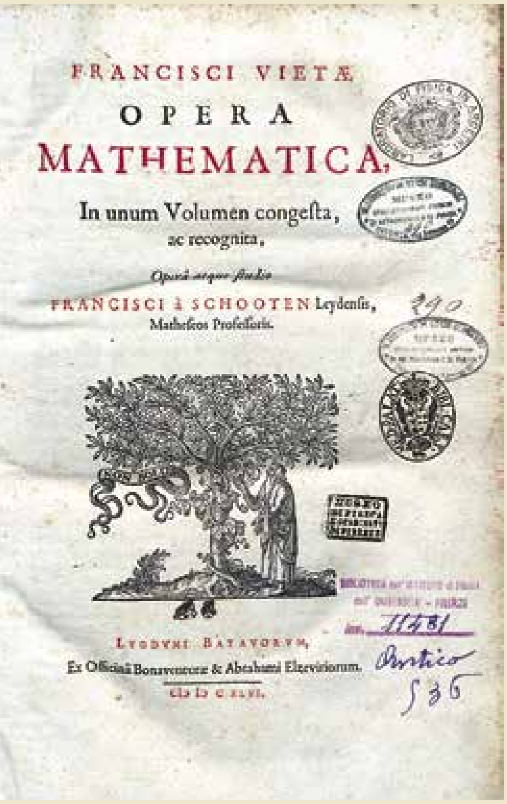
THEOREMA IV.

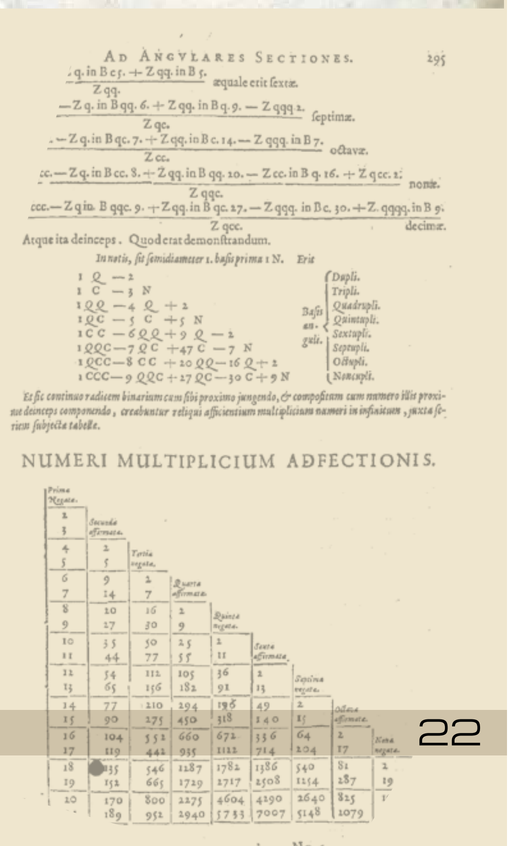
Si A quadrato-cubus –B–D–G–H–K in A quad.quad. + B in D + B in G
+ B in H + B in K + D in G + D in H + D in K + G in H + G in K + H in K
in A cubum – B in D in G – B in D in H – B in D in K – B in G in H – B in G in K
– B in H in K – D in G in H – D in G in K – D in H in K – G in H in K in A quad.
+ B in D in G in H + B in D in G in K + B in D in H in K + B in G in H in K
+ D in G in H in K in A, æquetur B in D in G in H in K: A explicabilis est de qualibet il-
larum quinque B, D, G, H, K.
1QC–15QQ+85C–225Q+274N, æquatur 120. Fit 1N 1, 2, 3, 4, vel 5.

Atque hæc elegans & perpulchræ speculationis sylloge, tractatui alioquin effuso, finem
aliquem & Coronida tandem imponito.

FINIS.

APPEN-


FRANCISCI VIETÆ
OPERA
MATHEMATICA,
In unum Volumen congesta,
ac recognita,
Operâ atque studio
FRANCISCI à SCHOOTEN Leydensis,
Matheseos Professoris.
LUGDUNI BATAVORUM,
Ex Officinâ Bonaventuræ & Abrahami Elzeviriorum.
CIƆ IƆ C XLVI.


AD ANGULARES SECTIONES. 295

q. in B c5. + Z qq. in B 5. / Z qq. æquale erit sextæ.
— Z q. in B qq. 6. + Z qq. in B q. 9. — Z qqq 2. / Z qc. septimæ.
— Z q. in B qc. 7. + Z qq. in B c. 14. — Z qqq. in B 7. / Z cc. octavæ.
cc. — Z q. in B cc. 8. + Z qq. in B qq. 20. — Z cc. in B q. 16. + Z qcc. 2. / Z qqc. nonæ.
ccc. — Z q in. B qqc. 9. + Z qq. in B qc. 27. — Z qqq. in B c. 30. + Z. qqqq. in B 9. / Z qcc. decimæ.

Atque ita deinceps. Quod erat demonstrandum.

In notis, sit semidiameter 1. basis prima 1 N. Erit

1 Q — 2 — *Dupli.*
1 C — 3 N — *Tripli.*
1 QQ — 4 Q + 2 — *Quadrupli.*
1 QC — 5 C + 5 N — *Quintupli.*
1 CC — 6 QQ + 9 Q — 2 — *Sextupli.*
1 QQC — 7 QC + 47 C — 7 N — *Septupli.*
1 QCC — 8 CC + 20 QQ — 16 Q + 2 — *Octupli.*
1 CCC — 9 QQC + 27 QC — 30 C + 9 N — *Noncupli.*

Basis anguli.

Et sic continuo radicem binarium cum sibi proximo jungendo, & compositum cum numero illis proxime deinceps componendo, creabuntur reliqui afficientium multiplicium numeri in infinitum, juxta seriem subjecta tabellæ.

NUMERI MULTIPLICIUM ADFECTIONIS.

Prima negata.	Secunda affirmata.	Tertia negata.	Quarta affirmata.	Quinta negata.	Sexta affirmata.	Septima negata.	Octava affirmata.	Nona negata.
2								
3								
4	2							
5	5							
6	9	2						
7	14	7						
8	20	16	2					
9	27	30	9					
10	35	50	25	2				
11	44	77	55	11				
12	54	112	105	36	2			
13	65	156	182	91	13			
14	77	210	294	196	49	2		
15	90	275	450	318	140	15		
16	104	352	660	672	336	64	2	
17	119	442	935	1122	714	204	17	
18	135	546	1287	1782	1386	540	81	2
19	152	665	1729	2717	2508	1254	287	19
20	170	800	2275	4604	4290	2640	825	1
	189	952	2940	5733	7007	5148	1079	

подобные свойства есть у корней приведённого алгебраического уравнения любой степени

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1x + a_0 = 0.$$

Действительно, если $x_1, \ldots, x_n$ – различные корни этого уравнения, его можно переписать в виде

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)\ldots(x - x_n) = 0,$$

откуда

$$a_{n-1} = -(x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n),$$
$$a_{n-2} = x_1x_2 + x_1x_3 + \ldots + x_1x_n + x_2x_3 + \ldots + x_{n-1}x_n,$$
$$a_{n-3} = -(x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \ldots + x_1x_2x_n + \ldots + x_{n-2}x_{n-1}x_n),$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$a_0 = (-1)^n x_1x_2x_3\ldots x_n.$$

ГЕОМЕТРИЯ И ТРИГОНОМЕТРИЯ

Геометрия была первой наукой, применявшейся на практике. Провести границы между земельными участками (*геометрия* по-древнегречески – *измерение земли*), построить храм или просто дом, перекинуть мост через реку – далеко не все случаи, где требуется геометрия. С ней переплетается тригонометрия (по-древнегречески – *измерение треугольников*). И геометрия, и тригонометрия применяются практически во всех областях деятельности человека.

Виет вывел формулы синусов и косинусов кратных дуг, полезные в алгебре и геометрии. С их помощью он, например, связал задачу трисекции угла (а также деление угла на 5 равных частей) с решением соответствующего алгебраического уравнения.

А ещё с помощью тригонометрии Виет получил замечательную формулу, выражающую число π через бесконечное произведение:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}} \cdot \ldots$$

ГОРДОСТЬ ФРАНЦИИ

Вот удивительная история, когда Виета выручило глубокое понимание алгебры, геометрии и связей между ними. В 1593 году голландский математик Адриан ван Роумен, известный тем, что нашёл первые 16 знаков числа π, бросил вызов математикам мира. Он разослал во многие страны «страшное» уравнение:

Математики понимали, что под алгеброй таятся скрытые сокровища, но не сумели их найти. Задачи, которые они считали трудными, можно с лёгкостью решать, пользуясь нашим искусством...

Из письма Виета к Катрин де Партене

ВЕЛИКИЕ УМЫ

$$45x-3\,795x^3+95\,634x^5-1\,138\,500x^7+7\,811\,375x^9-$$
$$-34\,512\,075x^{11}+105\,306\,075x^{13}-232\,676\,280x^{15}+$$
$$+384\,942\,375x^{17}-488\,494\,125x^{19}+483\,841\,800x^{21}-$$
$$-378\,658\,800x^{23}+236\,030\,652x^{25}-117\,679\,100x^{27}+$$
$$+46\,955\,700x^{29}-14\,945\,040x^{31}+3\,764\,565x^{33}-740\,259x^{35}+$$
$$+111\,150x^{37}-12\,300x^{39}+945x^{41}-45x^{43}+x^{45}=a,$$

предлагая решить его, к примеру, для

$$a=\sqrt{1\tfrac{3}{4}-\sqrt{\tfrac{5}{16}}-\sqrt{1\tfrac{7}{8}-\sqrt{\tfrac{45}{64}}}}.$$

Но во Францию он это уравнение не послал, считая, что там нет математиков, способных его решить. Действительно, Декарт родится только через три года, а Пьера Рамуса не было уже 21 год. Больше всего было ущемлено самолюбие короля Франции Генриха IV. Ему рассказал о вызове голландский посланник, кстати, имевший с собой письмо ван Роумена.

– И всё же у меня есть математик! – воскликнул король. – Позовите Виета!

Франсуа Виет тут же, в присутствии короля, министров и гостей, нашёл один корень уравнения. Король ликовал, все поздравляли придворного советника. На следующий день Виет нашёл ещё 22 корня уравнения. Остальные 22 корня были отрицательными, а таких корней Виет не признавал.[2] Кстати, Виет решил это уравнение первым из получивших.

А ещё в ответ он задал задачу Ван Роумену: для трёх данных окружностей построить циркулем и линейкой касающуюся их окружность (задача Аполлония). Сам Виет её решил, а ван Роумен не справился, но с тех пор стал большим почитателем Виета.

НАСЛЕДИЕ

Виет показал, что алгебраические преобразования можно выполнять не только над конкретными значениями, но и над символами, и тем самым создал понятие математической формулы. Если хотите, Виет «открыл» буквенную алгебру, чем подготовил почву для открытий Декарта, Лейбница, Ферма, Бернулли, Эйлера, Ньютона и других великих математиков.

PROBLEMA MATHEMATICVM

omnibus totius orbis Mathematicis ad construendum propositum.

SI duorum terminorum prioris ad posteriorem proportio sit, ut 1 (1) ad 45 (1) – 3795 (3) + 9,5634 (5) – 113,8500 (7) + 781,1375 (9) – 3451,2075 (11) + 1,0530,6075 (13) – 2,3267,6280 (15) + 3,8494,2375 (17) – 4,8849,4125 (19) + 4,8384,1800 (21) – 3,7865,8800 (23) + 2,3603,0652 (25) – 1,1767,9100 (27) + 4695,5700 (29) – 1494,5040 (31) + 376,4565 (33) – 74,0259 (35) + 11,1150 (37) – 1,2300 (39) + 945 (41) – 45 (43) + 1 (45), deturque terminus posterior, invenire priorem.

Exemplum primum datum.

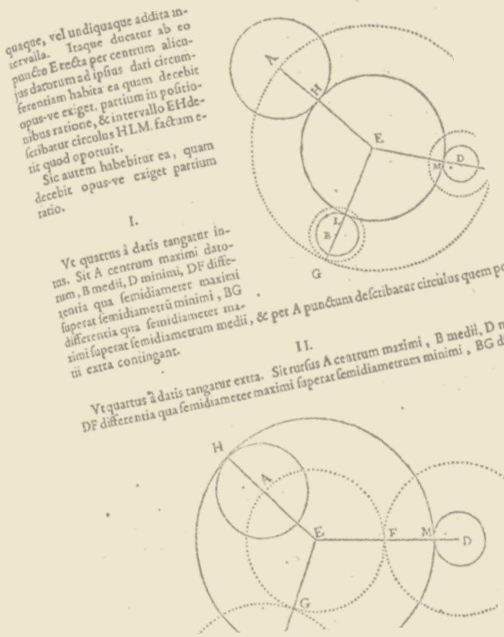
Exemplum secundum datum.

Exemplum tertium datum.

EXEMPLVM QVAESITVM.

... quaeritur terminus prior. Hoc exemplum omnibus Mathematicis ad construendum sit propositum. Non dubito quin *Ludolf van Collen* ejus solutionem, saltem in numeris solinomijs sit inventurus.

M E-



[2] Подробнее об этой истории читайте в статье Ю. П. Соловьёва «Вызов Ван Роумена» в журнале «Квант», №6 за 1986 г.

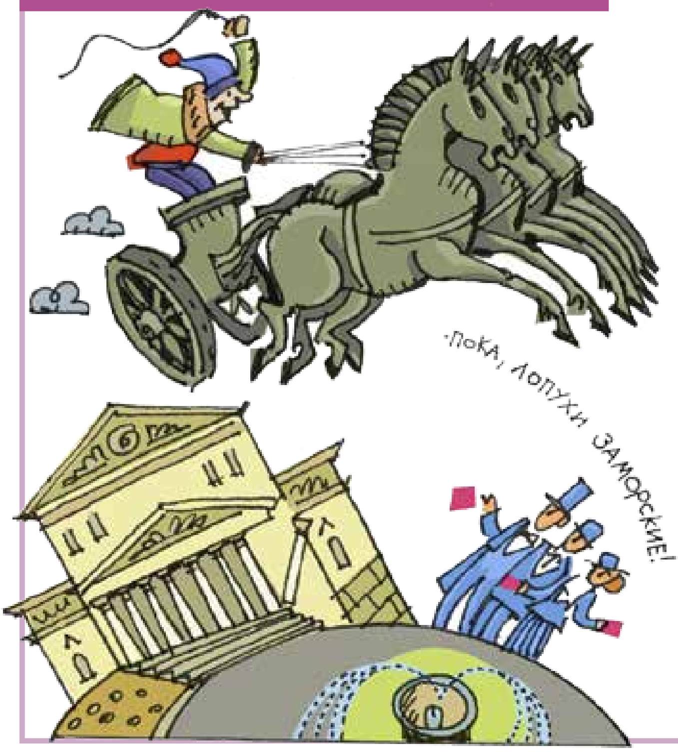
ВЫПУСК 34 2/3 ПРАВ/ДЫ

Сергей Федин

БОЛЬШОЙ ТЕАТР, МАВЗОЛЕЙ, МОСКВА ПОДЗЕМНАЯ

Две из этих историй известны, а одна полностью придумана. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

БОЛЬШОЙ ТЕАТР



Как ты, наверное, знаешь, на сторублёвой купюре изображён фасад Большого театра. Этим обстоятельством воспользовался один жулик из Москвы. Он знал, что многие иностранцы, посещая столицу, хотят попасть в знаменитый Большой театр. Но сделать это непросто – билетов не хватает. Тут-то и появлялся тот самый пройдоха. Он предлагал необилеченным туристам купить «всего лишь» по 50 долларов билеты в Большой театр, за которые он выдавал новенькие сторублёвые купюры.

Некоторые иностранцы, никогда не видевшие российских денег, охотно верили мошеннику и покупали обычные сторублёвки по сумасшедшей цене (намного дороже).

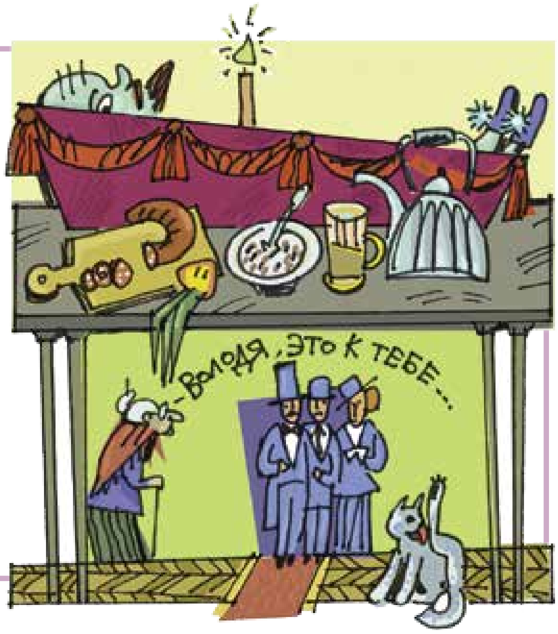
МАВЗОЛЕЙ

А вот какую аферу провернули два молодых мошенника из Москвы, незадолго до этого отчисленные из театрального вуза (один с режиссёрского, другой с актёрского отделения). Они предлагали доверчивым иностранцам устроить частную экскурсию в мавзолей Ленина. Фальшивыми тут были уже не билеты, а… сам мавзолей. Ну и, конечно же, лежащий в нём «вождь мирового пролетариата».

Один из мошенников в аэропорту Шереметьево встречал прилетающих иностранцев и предлагал желающим за полцены посетить мавзолей Ленина. Мошенник пояснял, что настоящий мавзолей закрыт на ремонт, но есть уникальная возможность побывать в выездном его варианте на квартире в Чертаново[1]. Там простодушных иностранцев поджидал второй мошенник, загримированный под усопшего дедушку Ленина. Так бы продолжалось ещё долго, если бы одна из жертв не узнала случайно, что настоящий мавзолей-то, оказывается, работает, и к тому же его посещение бесплатно!

В итоге верные «ленинцы» были арестованы и преданы суду.

[1] Чертаново – район Москвы.



МОСКВА ПОДЗЕМНАЯ

Ещё одна парочка мошенников орудовала в Москве в 40-е годы прошлого века. Один из преступников предлагал доверчивым иностранным туристам экскурсию по Москве подземной, обещая («всего» за 100 долларов) показать подземные казематы царских времён, фрагменты клада Ивана Грозного, скелет подземного человека, а также гигантских крыс и пауков, якобы пойманных под землёй.

Когда же группа иностранных ротозеев, ведомая первым жуликом, спускалась под землю, являлся второй, одетый в полицейскую форму. Грозным голосом он сообщал мнимому экскурсоводу, что с сегодняшнего дня все подземные экскурсии запрещены постановлением Правительства Москвы в связи с готовящимся празднованием 20-летия образования СССР. После чего уводил «обескураженного» экскурсовода «для составления протокола». Нет нужды добавлять, что «подземные» туристы больше его никогда не видели.

Художник Капыч

LXXXVII Санкт-Петербургская олимпиада по математике

Материал подготовил
Константин Кохась

Санкт-Петербургская олимпиада по математике проводится для школьников с 6 по 11 класс, приглашаются все желающие. Первый (письменный) тур очередной олимпиады прошёл 21 ноября 2020 года. Мы приводим несколько задач этого тура для 6, 7 и 8 классов, попробуйте с ними справиться. В 6 и 7 классах предлагалось по 4 задачи, а в 8 классе – 5, на решение отводилось 3 часа.

Избранные задачи I тура

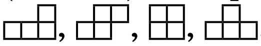
				Z
X				
	Y			

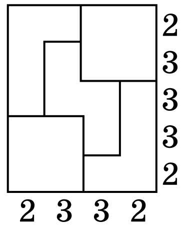
1 (7 класс). Андрей испачкал некоторые клетки доски 5×5. Клетки X, Y и Z (см. рисунок) остались чистыми. Ладья-чистюля за один ход может переместиться с чистой клетки на любую другую чистую клетку в той же вертикали или горизонтали (при этом клетки, над которыми она проходит, могут быть испачканными). Оказалось, что наименьшее количество ходов в маршруте ладьи-чистюли от клетки X до клетки Y равно двум, от клетки Y до клетки Z – шести, а от клетки Z до клетки X – семи. Приведите пример, какие клетки могли быть испачканы.

Андрей Солынин

2 (6 класс). В некоем монастыре каждый монах – либо исповедник, либо инквизитор. При разговоре с исповедником каждый человек говорит правду, а при разговоре с инквизитором – лжёт. Ровно одного из монахов зовут Фуфелий. Однажды монах *А* сказал монаху *Б*: «Оказывается, Фуфелий – исповедник». Потом монах *Б* сказал монаху *Ц*: «А Фуфелий-то – инквизитор». Наконец, вскоре монах *Ц* сказал монаху *А*: «Фуфелий – это я!!» Может ли монах *А* быть исповедником?

Константин Кохась

3 (6 класс). Квадрат 200×200 разрезан на фигурки вида . Для каждого ряда клеток (вертикального или горизонтального) написали, клетки скольких фигурок он содержит. Сумма этих четырёхсот чисел оказалась равна 48 000. Сколько среди фигурок квадратиков? (Для примера на рисунке показаны подписи к рядам для прямоугольника 5×4.)



Андрей Солынин

4 (6 класс). У натуральных чисел a и $a+1$ взяли по делителю. Сумма делителей оказалась равна 2036. Какое наименьшее значение могло иметь число a?

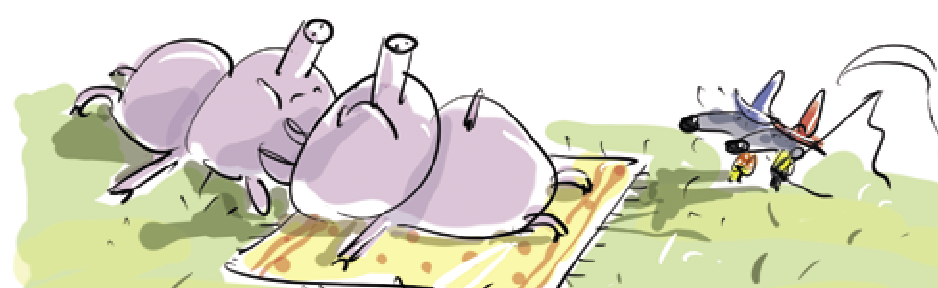
Александр Голованов

5 (6 класс). Город имеет форму клетчатой фигуры: линии – улицы, клеточки – жилые кварталы. Костя и Оля вышли с перекрёстка A в одном и том же направлении и далее каждый из них на каждом перекрёстке либо поворачивал (налево или направо), либо шёл прямо. Костя сделал 7 поворотов налево, 8 направо и 9 раз прошёл прямо. Оля сделала 9 поворотов направо, 8 налево, а на 7 перекрёстках прошла прямо. Могли ли они оба прийти в результате на один и тот же перекрёсток $Б$?

Константин Кохась

6 (8 класс). У фермера есть 35 свиней и мешок с 26 кг корма. Докажите, что он может покормить свиней так, чтобы любые две свиньи вместе весили целое число килограммов. (Весь корм использовать не обязательно.)

Ольга Иванова



Художник Сергей Чуб

НАШ КОНКУРС, IV тур («Квантик» № 12, 2020)

16. *Можно ли заполнить таблицу* 4×4 *различными целыми числами от* 1 *до* 16 *так, чтобы никакие два соседних числа не стояли рядом (в соседних клетках по вертикали, горизонтали или диагонали)?*

1	5	2	6
9	13	10	14
3	7	4	8
11	15	12	16

Ответ: да, пример на рисунке.

17. *Любой ли остроугольный треугольник можно разрезать на 17 тупоугольных треугольников?*

Ответ: да. Во-первых, любой остроугольный треугольник можно разбить на остроугольный и тупоугольный, проведя отрезок из вершины к противолежащей стороне, отличный от высоты (рис.1). Во-вторых, любой остроугольный треугольник ABC можно разбить на три тупоугольных ADB, BDC и ADC, взяв точку D на одной из высот, скажем, AH, близко к её основанию, и соединив с вершинами треугольника (см. рис. 2). Действительно, углы ADC и ADB больше, чем AHC и AHB соответственно, а значит – тупые. А если точку D взять близко к H, то угол BDC будет чуть меньше $180°$, то есть он тоже тупой.

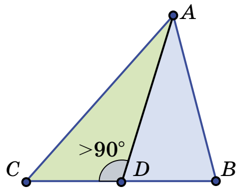


Рис. 1

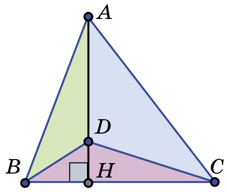


Рис. 2

Применяя 14 раз первое разбиение (каждый раз будет оставаться один остроугольный треугольник), а потом один раз – второе, получим нужное разбиение.

18. *Квантик и Ноутик играют в такую игру. Ноутик диктует Квантику цифры от* 1 *до* 9 *в том порядке, в котором захочет (каждую по одному разу). Квантик записывает их на листе бумаги, причём каждую цифру, начиная со второй, пишет либо слева, либо справа от всех ранее написанных цифр. В результате на листе образуется девятизначное число. Квантик хочет, чтобы оно было как можно больше, а Ноутик – чтобы оно было как можно меньше. Какое число получится, если оба будут играть наилучшим образом?*

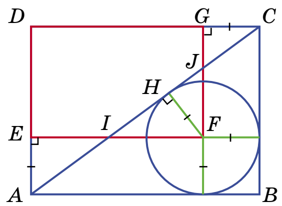
Ответ: 912345678. Квантик может всегда сделать число, начинающееся на 9, если запишет девятку слева от ранее записанных цифр, а все последующие цифры – справа. А Ноутик может обеспечить минимально возможное число, начинающееся с девятки, если сначала назовёт 9, а остальные цифры продиктует в порядке возрастания: 1, 2, 3, ..., 8.

19. *Числа* 41, $41+2$, $41+2+4$, $41+2+4+6$, $41+2+4+6+8$, $41+2+4+6+8+10$, $41+2+4+6+8+10+12$ *простые. Верно ли, что так будет всегда и дальше?*

Ответ: нет. Так как $2+4+\ldots+2n = n(n+1)$, число $41+2+4+\ldots+80 = 41+40\cdot41 = 41^2$ не простое. При этом все предыдущие числа действительно простые (заметил это ещё Леонард Эйлер в XVIII веке).

20. *Даны два прямоугольника $ABCD$ и $DEFG$, причём точка E лежит на отрезке AD, точка G лежит на отрезке CD, а точка F – центр вписанной окружности треугольника ABC. Во сколько раз площадь прямоугольника $ABCD$ больше площади прямоугольника $DEFG$?*

Ответ: в 2 раза. Высота FH треугольника FIJ (см. рисунок) равна радиусу данной окружности, а значит, равна отрезкам AE и GC. Но тогда прямоугольные треугольники FHI и AEI равны (по углу и катету). Аналогично, равны треугольники FHJ и CGJ. Тогда площадь прямоугольника $DEFG$ равна площади треугольника ACD, а это половина прямоугольника $ABCD$.



ПОТРЕСКИВАЮЩИЙ ЛЁД И ШИПЯЩИЕ АЙСБЕРГИ («Квантик» № 1, 2021)

Поверхность попавшего в тёплую воду кубика льда нагревается и расширяется, а внутренность остаётся холодной и не расширяется. От неравномерного расширения во льду возникают микротрещины. Звук образования этих трещин мы и слышим.

У шипения «айсберговой газировки» причина другая. В мутном непрозрачном льде айсберга много мелких пузырьков воздуха. Когда такой лёд тает, воздух из пузырьков с шумом вырывается наружу, что мы и слышим.

ЗИМНИЕ ЗАДАЧИ («Квантик» № 1, 2021)

1. Зажечь огонь можно, сделав изо льда линзу и в солнечный день сфокусировав ею солнечный свет на кусочек бумаги. Линзу сделать несложно, если есть большая ёмкость подходящей – сферической или параболической – формы. Ещё несколько лет назад продавались такие ледянки для катания с горки. Надо просто налить в неё чистую воду и заморозить в горизонтальном положении, вторая поверхность линзы будет плоской. Чтобы лёд был прозрачным (без мелких пузырьков), нужно предварительно прокипятить воду в течение 10 минут.

2. Быстро (но только для здоровых и не сильно замёрзших!) – растереться снегом, на дольше – вырыть пещеру или сделать снежную избу и́глу; снег плохо проводит тепло, значит, хорошо защищает от сильного холода.

3. Чистая вода замерзает быстрее, чем солёная. Нужно заморозить воду до состояния «шуги» – когда часть замёрзла, часть ещё нет, и маленькие льдинки плавают в ледяной воде. Тогда воду слить, а лёд растопить обратно. Полученная вода будет содержать гораздо меньше соли. Но, конечно, чтобы очистить хорошо, эту процедуру надо повторить много раз.

4. Место соединения лыжи с ботинком должно приходиться на центр масс лыжи. Тогда лыжа хорошо слушается – её легко поднять или повернуть – и хорошо скользит. Если сдвинуть крепление назад – лыжа будет «уезжать» из-под лыжника, скользить будет хорошо, но устойчивость ухудшится, лыжу будет тяжело повернуть, и оттолкнуться ею от снега как следует не выйдет. Если же сдвинуть немного вперёд – центр тяжести окажется не у носка, а ближе к середине ноги. Такое положение очень устойчиво, и оттолкнуться будет даже удобнее, но скользить будет хуже. Некоторые, впрочем, так больше любят и специально сдвигают крепление – но совсем чуть-чуть, на сантиметр.

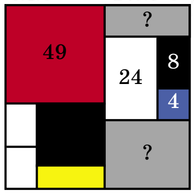
Чтобы найти центр масс, нужно положить лыжу на 2 карандаша, рёбра двух линеек или хотя бы на 2 указательных пальца и постепенно приближать их друг к другу так, чтобы лыжа не упала. То место, где они соединятся, и есть центр масс; лыжа, поставленная этим местом на узкое ребро линейки, не падает. Сейчас на многих (но не всех) лыжах центр масс – «линия баланса» – уже сразу отмечен.

XLII ТУРНИР ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА

(«Квантик» № 1, 2021)

Математика

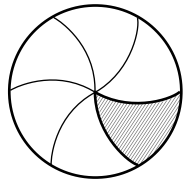
1. Ответ: 42. Сторона синего квадрата равна 2, поэтому стороны чёрного прямоугольника равны 2 и 4. Площадь бело-чёрно-синего прямоугольника равна 36, а его вертикальная сторона $2+4=6$. Значит, это квадрат, и его горизонтальная сторона также равна 6. Красный квадрат имеет сторону 7, поэтому сторона всего полотна составляет $6+7=$ $=13$. Наконец, площадь серых прямоугольников есть разность площади правой «половины» полотна и бело-чёрно-синего квадрата: $6\cdot 13-36=42$.



2. Каждому варианту раскраски, в котором есть хотя бы один регион белого или красного цвета, можно назначить пару: вариант раскраски, где все белые регионы перекрашены в красный цвет, а все красные – в белый. При этом вариант изменится, а белый и красный цвета всё ещё не будут граничить.

Тогда вариантов раскраски, где есть хотя бы один регион белого или красного цвета, чётное количество – ведь они все разбились на пары! Остался ещё один вариант, где все регионы России покрашены в синий цвет. Значит, общее количество раскрасок нечётно.

3. Круг радиуса 1 ярд с центром в любом из верхних углов щита можно целиком замостить шестью щитами без наложений, поворачивая щит пять раз вокруг выбранной вершины на 60°. Следовательно, площадь щита составляет одну шестую долю площади круга радиуса 1, то есть $\frac{1}{6}\cdot\pi\cdot 1^2\approx\frac{1}{6}\cdot 3{,}14\approx 0{,}52$.



Лингвистика

Ответ: *хахаахаа* – посмеиваться, *жокожоко* – сильно толкать, *жожоко* – подталкивать, *баа* – стучать, *мавамава* – полностью покраснеть, *хохоро* – потягивать, *вевее* – поблёскивать, *хаахаа* – смеяться, *бабаа* – постукивать, *хорохоро* – сильно тянуть, *хоро* – тянуть, *маа* – уставать.

Нейтральный вариант действия обозначается исходной формой глагола. Для обозначения слабого действия в начале повторяются первый согласный и первый гласный звуки основы, а для сильного – основа удваивается целиком. Глагол *хаахаа* – звукоподражание.

Физика

1. Ответ: чёрным. Зелёный предмет отражает только зелёные лучи, а красные (и другие оттенки) поглощает. Красное стекло пропускает только красные лучи, а зелёные поглощает. В итоге все лучи будут поглощены либо предметом, либо стеклом.

2. Ответ: в первом случае тень возникает, во втором – нет, но возникнет при расстоянии менее 2 см. Посмотрим на карандаш с торца. В первом случае (на рисунке 1) видно, что для узкой лампы, расположенной достаточно высоко, прямо под карандашом есть область, до которой от неё не доходят никакие лучи. Значит, тень будет. Во втором случае (на рисунке 2) для достаточно длинной лампы такой области может не быть. Тогда все точки стола под карандашом освещены (хотя бы частью лампы).

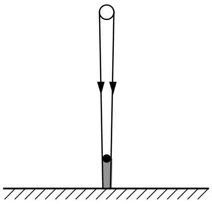


Рис. 1

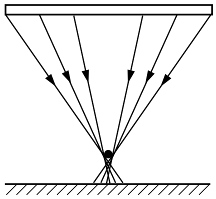


Рис. 2

Когда же возникает тень во втором случае? Рассмотрим лучи от крайних точек лампы (B и C на рисунке 3), пусть они пересекаются в точке A. Длина лампы BC – обычно от 30 см до 1 м, мы возьмём её равной 50 см. Диаметр карандаша DE составляет около 0,5 см. Тогда треугольники BAC и DAE подобны с коэффициентом $BC:DE=100$. Высота треугольника BAC равна высоте комнаты, то есть примерно 2 м. Тогда высота треугольника DAE равна 2 см. При меньшем расстоянии от карандаша до стола возникнет тень.

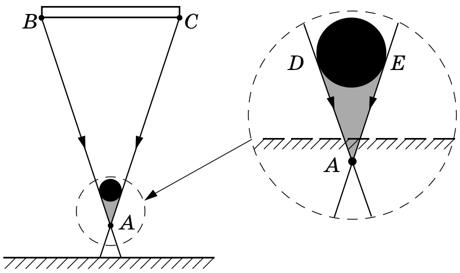


Рис. 3

3. И в северном, и в южном полушариях Земли Солнце встаёт на востоке и садится на западе. В северном полушарии днём оно находится в южной части небосклона, перемещаясь, тем самым, слева направо. В южном же полушарии днём Солнце находится в северной части неба, а значит, перемещается справа налево. Для определения полушария, в котором вы находитесь, достаточно в течение дня понаблюдать за тенью от любого высокого предмета (например, от дерева): в северном полушарии она поворачивается по часовой стрелке, а в южном – против.

К сожалению, этот способ не сработает вблизи экватора – между северным и южным тропиками. Там Солнце часть года находится в южной части неба, а часть – в северной, два раза в год проходя через зенит. Для определения полушария в этом случае нужно знать точную дату наблюдения и иметь прибор для измерения угловой высоты Солнца над горизонтом.

Астрономия и науки о Земле

1. Уровень океана определяется по изменению состава слоёв (фаций) осадочных пород. Осадочные породы бывают прибрежными (терригенные отложения) – это известковые породы, галька, гравий, песок – и глубоководными (пелагические отложения) – глинистые породы, зоогенный ил, например, известковые остатки глубоководных растений и бактерий, мел. Если прибрежные породы располагаются под глубоководными, это означает поднятие уровня воды. Если наоборот – это означает понижение уровня воды. Также снижение уровня воды можно определить по отложениям растворимых пород, например солей.

2. • Ось вращения планеты наклонена, поэтому происходит смена времён года.
- Планета вращается вокруг оси, поэтому происходит смена дня и ночи.
- Гравитация создаёт приливные волны, поэтому Луна повёрнута к Земле одной стороной.
- На Луне нет атмосферы, поэтому там много кратеров.
- На Венере плотная атмосфера, поэтому там высокая температура.
- Венера ближе к Солнцу, чем Земля, поэтому наблюдается только утром и вечером.
- На Марсе низкое давление, поэтому там нет воды в жидком виде.
- Марс покрыт оксидом железа, поэтому там красная поверхность.
- На Марсе разреженная атмосфера, поэтому там голубой закат.
- Вращение спутника вокруг планеты быстрее, чем планеты вокруг оси, поэтому Фобос падает.

От редакции:

1. На самом деле день и ночь не сменяют друг друга, если планета вращается одной стороной к звезде. При этом она совершает один оборот вокруг своей оси в год.

2. На поверхности Марса не может быть воды в жидком виде. Но в глубине, под толщей льда – может. В последние годы учёные нашли несколько подлёдных озёр (вода в них, скорее всего, очень солёная), см. kvan.tk/mars-lakes

Биология

Зачем растения могут выделять эти опасные вещества? Для защиты от поедателей, инфекций (грибов, бактерий), для подавления роста растений-конкурентов, а также для привлечения опылителей и распространителей плодов. В некоторых случаях такие вещества могут уменьшать потери влаги.

Что позволяет выживать таким видам? Вот список разных причин:

- растения могут существовать в условиях, когда вероятность возгорания низка;
- эфирные масла могут сгорать так быстро, что растение не повреждается;
- при возгорании могут выживать приспособленные для этого семена;
- движение воздуха при горении может способствовать распространению семян;
- после пожара растения получают конкурентное преимущество перед теми растениями, чьи семена не переносят горения или вырастают медленнее;
- после пожара повышается плодородие почвы, выжившие семена оказываются в более выгодных условиях.

ПОДВОДНЫЕ ЛУЧИ («Квантик» № 1, 2021)

Волны на воде преломляют свет солнца, как линзы. Где-то лучи сходятся, где-то расходятся (см. рисунок), поэтому некоторые «лучи в воде» оказываются освещены больше, другие – меньше. Если вода достаточно мутная для того, чтобы более освещённые части заметно светились рассеянным светом, то мы и видим те лучи, к которым волны фокусируют свет (конечно, для этого вода должна быть не настолько мутная, чтобы вглубь вообще не было видно).

ТРИ ЛЕТОИСЧИСЛЕНИЯ В ТАИЛАНДЕ

На первый вопрос можно ответить сразу: **в 1888 году** были отчеканены монеты с двумя разными таиландскими датами, стало быть, тогда и **произошёл переход с эры чуласакарат на эру раттанокосин**.

Далее, посмотрим на 1900 и 1901 годы. При переходе от 1900 к 1901 меняются сразу две последние цифры (единицы и десятки), стало быть, ๙ = 9, ๐ = 0. Посмотрев на 1902, понимаем, что ๑=๐+1 = 1, а вернувшись к 1900 и 1901 – что ๒ = ๑ + 1 = 2. Теперь ясно, что год в эре раттанокосин получается вычитанием 1781 из европейского года (например, 119 = 1900 – 1781). Отсюда 1888 соответствует 107, ๗ = 7. Далее, сопоставив 1883 и 1888, видим, что ๔ + 5 = ๙, стало быть, ๔ = 4, и мы знаем, что эра чуласакарат получается из европейской вычитанием 639.

Теперь посмотрим на три оставшиеся монеты. Ясно, что они датированы в другой (стало быть, буддийской) эре. Сравним 1913 и 1916, получим ๖ = 9 – 3 = 6; сравним 1916 и 1917, получим (глядя на десятки) ๕ = 6 – 1 = 5. Буддийский год получается из европейского прибавлением 543.

Теперь можно приступить к заданию 2. ๒๕๐๐ = = **2500**, ясно, что это **буддийская** эра; европейский год – 2500 – 543 = 1957. В остальных монетах встречаются незнакомые знаки, а в дате ๒๕๓๘ сразу два новых знака; ясно, что один из них – это 3, а второй – 8 (больше ничего не осталось). Попробуем оба варианта. **Буддийский год** 2538 будет соответствовать европейскому **1995**, а 2583 – 2040; ясно, что такой монеты не может быть. Стало быть, ๓ = 3, ๘ = 8. Поэтому ๑๓๑ = **131 (раттанокосин)**, то есть европейский 1912; ๑๒๓๖ = 1236 (чуласакарат), то есть **1875**.

Переход от раттанокосин к буддийской эре произошёл между 1902 и 1913 годами.

ГОЛОВОЛОМКА «ПОДСОЛНЕЧНИК»

БОЛЬШОЙ ТЕАТР, МАВЗОЛЕЙ, МОСКВА ПОДЗЕМНАЯ

Выдумана история про подземных туристов. Судя по всему, действие в ней происходило в 1942 году (так как СССР образовался в 1922 году), то есть в самый разгар Великой Отечественной войны (1941 – 1945). Ни о каких иностранных туристах и уж тем более об их развлечениях в это тяжёлое время речи быть не могло. К тому же охраной порядка в советское время занимались не полицейские, а милиционеры. Полиция же, если отбросить дореволюционный период, появилась в нашей стране много лет спустя, уже в XXI веке.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Второй этап состоит из четырёх туров и идёт с января по апрель.

Высылайте решения задач VI тура, с которыми справитесь, не позднее 5 марта в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

VI ТУР

26. Рома и Саша налили себе доверху одинаковые чашки чая. Рома сначала выпил полчашки, потом отпил глоток, а затем выпил треть оставшегося. А Саша сначала выпил треть чашки, потом отпил такой же глоток, как Рома, а затем выпил половину оставшегося. Кто выпил больше чая?

27. Решите ребус:

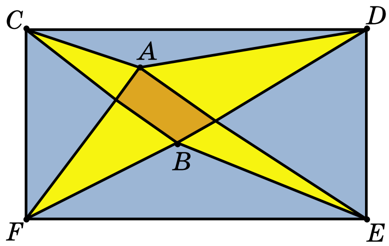
СОЯ + СОЯ + СОЯ = МЯСО.

(Найдите все решения и докажите, что других нет. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными – разные, и ни одно число не начинается с ноля.)

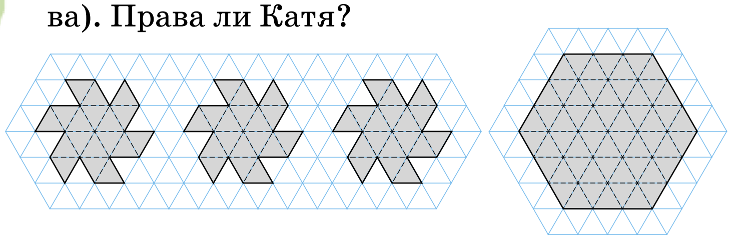
Авторы: Сергей Дориченко (26), Мария Ахмеджанова (27, 28, 29), Александр Домашенко (30)

28. Головоломка «Ёлки-палки» состоит из 100 палочек, длина каждой из которых либо 1 см, либо 3 см. Требуется из всех этих палочек (не ломая) составить правильный многоугольник. Вовочка попытался выложить прямоугольник, но доказал, что этого сделать нельзя, и считает, что головоломка бракованная. Прав ли он?

29. Две точки A и B внутри прямоугольника соединили с его вершинами, как показано на рисунке. Докажите, что суммарная площадь двух жёлтых треугольников, примыкающих к точке A, равна суммарной площади двух жёлтых треугольников, примыкающих к точке B.



30. Андрей вырезал из бумаги «в треугольную клеточку» три одинаковые снежинки для украшения новогодней ёлки (рисунок слева). Катя считает, что их можно разрезать так, чтобы получилось всего семь частей, из которых можно сложить правильный шестиугольник (рисунок справа). Права ли Катя?



Художник Николай Крутиков

МОНЕТЫ С ТРЕМЯ КАСАНИЯМИ

У Саши есть много одинаковых рублёвых монет. Ему захотелось выложить на стол несколько монет так, чтобы каждая касалась ровно трёх других. Саша легко выложил 16 монет (см. рисунок), а потом подумал: можно ли выложить так какое-то количество монет, не кратное 4? Он смог это сделать для 26 монет и даже для 18. Попробуйте и вы.

Автор Александр Грибалко

Художник Алексей Вайнер

ISSN 2227-7986
21002
9 772227 798213