№ 4 | апрель 2024
Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК
ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 4
апрель 2024

ПРО ТЕРМИТОВ

КАРТОГРАФИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

О «МЕТОДЕ ПРОПЕЛЛЕРА»

Enter

НАГРАДЫ ЖУРНАЛА

2017 — Минобрнауки России **ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»** за лучший детский проект о науке

2021 — **БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ** за плодотворную работу и просветительскую деятельность

2022 — Российская академия наук **ПРЕМИЯ ХУДОЖНИКАМ ЖУРНАЛА** за лучшие работы в области популяризации науки

Журнал «Квантик» № 4, апрель 2024 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С.А. Дориченко
Редакция: В.Г. Асташкина, Т.А. Корчемкина, Е.А. Котко, Г.А. Мерзон, М.В. Прасолов, Н.А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р.К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Алексей Вайнер

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя:
119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11.
Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**

Подписка на журнал в отделениях почтовой связи Почты России:
Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
Онлайн-подписка на сайте Почты России:
podpiska.pochta.ru/press/ПМ068

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84x108/16
Тираж: 4500 экз.
Подписано в печать: 01.03.2024
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус» г. Нижний Новгород, ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

www.kvantik.com kvantik@mccme.ru vk.com/kvantik12 t.me/kvantik12

СОДЕРЖАНИЕ

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Про термитов. *Г. Идельсон* — 2

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ

Королевство кривых треугольников. Окончание. *В. Сирота* — 7

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК

О «методе пропеллера». *Д. Кузнецов* — 10

СТРАНИЧКИ ДЛЯ МАЛЕНЬКИХ

Ведьмина задача. *О. Кузнецова* — 14

ЧТО ПОЧИТАТЬ?

Картографические проекции. Искажение Земли. *Мик Эшворт* — 15

ИГРЫ И ГОЛОВОЛОМКИ

Пента-кнопки. *О. Смольяков* — 20

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ

Ку ар ключ. *К. Кохась* — 22

ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ

Противоходные бульки. *А. Бердников* — 27

Шары и вероятность. *Г. Гусев* — IV с. обложки

СВОИМИ РУКАМИ

Коробка-трансформер. *Г. Мерзон* — 28

ОТВЕТЫ

Ответы, указания, решения — 29

ОЛИМПИАДЫ

Наш конкурс — 32

Про термитов

Термиты – общественные насекомые. Иногда их путают с муравьями и даже называют белыми муравьями, хотя они совсем им не родственники. Они плохо переносят прохладный климат, и в Европе их мало, а в России и вовсе почти нет, только в самых южных районах: один вид в Сочи и ещё один в Уссурийском крае.

Всего в мире описано более 2900 видов термитов, в основном – в тропических странах, больше всего в Африке. Многие термиты строят огромные дома – *термитники*, гораздо более внушительных размеров, чем муравейники или пчелиные ульи.

Огромные термитники в Австралии
Фото: Ray Norris

Ещё в 1934 году учёные предположили, что термиты – близкие родственники древоядных тараканов рода *Cryptocercus*, на основании того, что в кишечнике и у тех, и у других живут уникальные организмы: *жгутиковые простейшие*, способные переваривать древесину. Позже предположение было подкреплено сходством анатомического строения и эмбрионального развития, а к концу XX века окончательно подтверждено молекулярно-генетически.

Реликтовый таракан рода *Cryptocercus*
Фото: Matt Berger, inaturalist.org

Это отразилось и на систематике: отряд термитов был упразднён, а термиты вошли в состав отряда *Таракановых* (*Blattodea*). Систематика – не просто попытка классифицировать живую природу на основании сходства строения организма, как было при Линнее[1]. Предполагается, что систематическое родство должно отражать родство происхождения. По мере развития наука всё более приближается к этому, и в систематике иногда происходят гигантские изменения. Отмена отряда термитов – лишь один из примеров.

Общественные животные бывают общественными в разной степени. Например, волки могут жить в стае, но при отсутствии стаи могут прожить и в одиночку или отдельной семьёй. А есть такие, как пчёлы или муравьи, которые в принципе не могут жить отдельно: большинство жителей муравейника или пчелиного улья не могут сами размножаться. Биологи называют таких животных *эусоциальными*. Приставку *эу-* с греческого можно передать как «настоящие», то есть эусоциальные – это «по-настоящему общественные».

Можно сказать, что термиты – это по-настоящему общественные тараканы. Общественная жизнь даёт много преимуществ. Предполагают, что исходная приведшая к ней причина – эти самые жгутиковые. Дело в том, что термиты, как и все тараканы, растут с неполным превращением, а не как большинство насекомых, у которых личинка совсем не похожа на взрослую особь. Это значит, что по мере роста они периодически *линяют*: сбрасывают жёсткий внешний скелет и выращивают новый. С кишечником при этом тоже происходят изменения, которые жгутиковые не могут пережить: меняется режим питания, доступность кислорода.

У любого животного, микрофлора которого играет важную роль в переваривании пищи, эта самая микрофлора должна быть *анаэробной* – не получать кислорода. В противном случае вся переваренная пища пойдёт исключительно на собственную пользу микрофлоры, а хозяину ничего не достанется. Как термиту удаётся поддерживать анаэробные условия в кишечнике диаметром меньше 1 мм – отдельная непростая история, это гораздо сложнее, чем, например, в желудке коровы. Простейшие из кишечника термитов просто не могут жить в присутствии кислорода, из-за

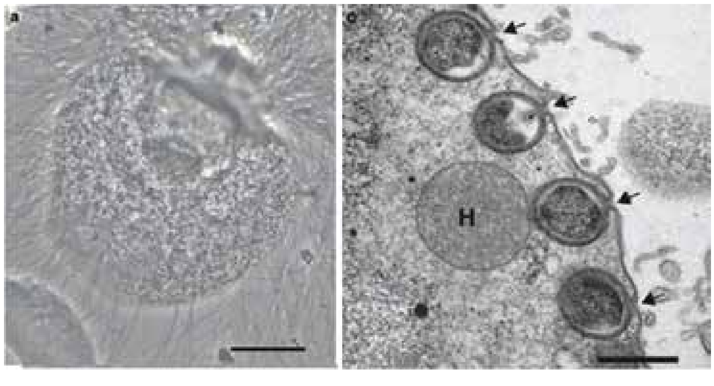
[1] Карл Линней (1707 – 1778) – шведский ученый, создавший первоначальную систему классификации видов.

чего не могут пережить линьку. Поэтому полинявший термит должен возобновить необходимую для жизни микрофлору. А это он может сделать только за счёт других термитов.

Термиты могут питаться древесиной. Древесина состоит из целлюлозы. Целлюлозу вообще трудно переваривать. Животные, которые питаются целлюлозой, делают это с помощью микроорганизмов, живущих у них в кишечнике. Но и для микробов это задача непростая и требующая времени. Поэтому любые животные, питающееся целлюлозой, должны выбрать стратегию, которая увеличивала бы время переваривания. Слоны и носороги решают эту проблему увеличением размеров тела и тем самым длины кишечника, копытные животные создают специальные отделы кишечника, где пища бы специально измельчалась и долго переваривалась. Термиты, как и другие общественные насекомые, решают эту проблему с помощью *трофаллаксиса*, то есть обмена пищей с другими термитами.

Кусок древесины, принесённый извне, внутри термитника съедается и через анальное отверстие передаётся другому термиту – так он проходит через кишечник термитов множество раз. Весь гигантский термитник – а он иногда может содержать миллионы термитов – работает как коллективный желудок.

Но, помимо коллективного желудка, благодаря трофаллаксису весь термитник имеет и общую внут-



Электронные микрофотографии жгутикового *Trichonympha agilis*, живущего в кишечнике термита (слева) и бактерии *Ca. Desulfovibrio trichonymphae* внутри клетки *Trichonympha* (справа). Из статьи Kuwahara H. и др., 2017 г.

рикишечную микрофлору. А это не только жгутиковые, но и бактерии и *археи* (археи – это тоже вроде бактерий, чем они отличаются, расскажем в другой раз). Есть бактерии, которые живут внутри жгутиковых, есть такие, которые живут на поверхности, есть и свободноживущие.

Термиты – единственные животные, в микрофлоре которых есть бактерии, умеющие фиксировать азот из воздуха. Это означает, что они могут питаться только древесиной и не нуждаются ни в каком растительном источнике азота.

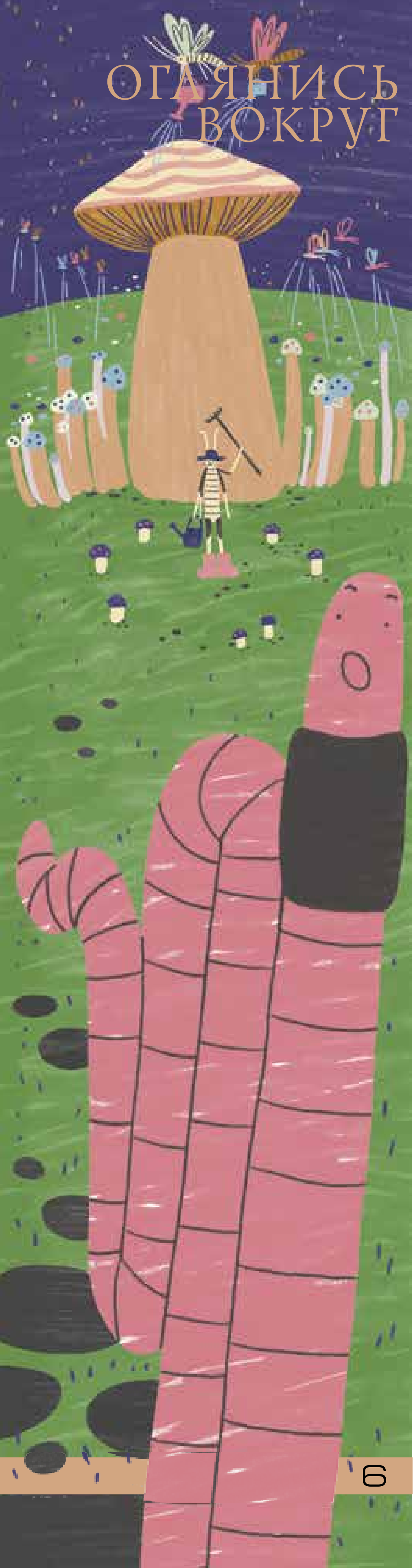
Рабочие термиты и солдаты. Солдаты снабжены мощными челюстями

На разных стадиях эволюции могут оказаться важными разные вещи. Из того, что на каком-то этапе что-то было важно и даже необходимо для эволюции, вовсе не следует, что то же самое окажется столь же важным в дальнейшей истории. Грех не воспользоваться общественным устройством для других целей, и у термитов появляются касты: короли и королевы, рабочие термиты и солдаты.

Хотя исходной причиной возникновения эусоциальности считают необходимость в поддержании

Термитник с растущими на нём грибами

Фото: cultiver-les-champignons.com



жгутиковой микрофлоры, собственно жгутиковые есть только у видов, относящихся к так называемым *низшим термитам*, а *высшие термиты*, то есть 2300 из 2900 видов, содержат микрофлору, состоящую лишь из бактерий и архей. Это позволяет высшим термитам занимать значительно более разнообразные экологические ниши, не обязательно связанные с целлюлозой.

Некоторые из высших термитов разводят у себя грибы, чтобы те разлагали целлюлозу, а сами питаются грибами. Культурный гриб *Termitomyces titanicus* может дорастать до гигантских размеров: термиты заботятся о том, чтобы в них не заводились червяки.

Человек держит гигантский гриб *Termitomyces titanicus*. Эти грибы съедобны, во многих африканских странах их продают на рынках

Фото: www.taarifaleo.com

Как я уже говорил, всем животным для переваривания целлюлозы нужны микроорганизмы. До 1990-х годов считалось, что никакие животные не умеют сами разлагать целлюлозу. С тех пор нашли собственный фермент – сначала у термитов и тараканов, а потом и у многих других насекомых, питающихся древесиной. Но, несмотря на это, в переваривании древесины они всё-таки зависят от микроорганизмов. Какую роль играет собственный фермент, не очень понятно. Возможно, он разлагает немного целлюлозы, чтобы образовались отдельные молекулы сахара, и термиты почувствовали сладкий вкус. Примерно такую роль играет фермент, разлагающий крахмал, – *амилаза* – у нас в слюне.

Художник Карина Шишкалова

Валерия Сирота

КОРОЛЕВСТВО КРИВЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Окончание. Начало в «Квантике» № 3, 2024

В поисках отрицательной кривизны

А можно ли сделать кривизну отрицательной, то есть сумму углов треугольника меньшей 180°? Это должно быть что-то вогнутое... Может, взять внутреннюю сторону сферы? Такое несложно найти – внутренность чашки, например, или можно мячик разрезать для такого случая. Но только ничего не получится нового! Ведь треугольник на внутренней поверхности сферы будет выглядеть ровно так же, как и на внешней, и углы будут те же: представьте себе, что мячик прозрачный. Снаружи и изнутри и длины сторон, и углы – одинаковы. Так что опять получится больше 180°.

Нет. Нужно, чтобы поверхность была не вогнутой, а выпукло-вогнутой! То есть в одном направлении выпуклой, в другом вогнутой. Как будто, скажем, взяли квадрат из мягкой резины, и два противоположных края потянули вверх, а два других – вниз. Как седло на рисунке 11. Или как перевал-перемычка между двумя горами. Или как телебашня Шухова на Шаболовке в Москве – по-научному это называется «однополостный гиперболоид» (см. рисунок 12 и «Квантик» № 8 за 2012 год). Фигура вращения, которая получается, если закрутить гиперболу $y = 1/x$ вокруг вертикальной оси, тоже подойдёт...

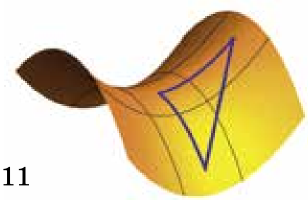


Рис. 11

Рис. 12

Но как это проверить? Треугольнички на всех этих штуках вроде выглядят довольно «худенькими», не то что «пузатые» треугольники на сфере... Но как подсчитать сумму их углов? Никакую развёртку тут не сделаешь, честно считать – очень сложно, мы такой математики не знаем... Что же остаётся? Эксперимент!

Нужно найти у себя дома что-то такое выпукло-вогнутое. И чем «изогнутее», тем лучше. Например,

ваза для цветов – если она слегка похожа на башню Шухова. Подходят некоторые бутылки – у которых горлышко плавно переходит в «основную часть» или есть явно выделенная «талия» с гладким переходом. И некоторые лампочки... Но особенно удачным объектом исследования мне показалась медицинская спринцовка. Они продаются в аптеках (хотя и не во всех) и стоят обычно недорого. Только лучше – не маленькая, а побольше, миллилитров 200–300. Летом их ещё можно использовать в качестве брызгалок. Достоинство их в том, что не страшно уронить, а ещё – на них очень удобно рисовать обычной ручкой.

Итак: берём узкую бумажную полоску с ровным краем. Берём спринцовку (или бутылку, или что-нибудь ещё подходящее). Прикладывая полоску к спринцовке, смотрим, какие получаются геодезические; обводя край полоски ручкой, рисуем треугольник – желательно на самой «вогнутой» части. Дальше надо измерить углы, но в вогнутость транспортир не влезает. Поэтому прикладываем к нашему треугольнику что-нибудь прозрачное, например кусочек прозрачного файлика или обложки для тетради. И обводим на нём каждый угол по отдельности. Обводим очень аккуратно, но только короткие кусочки геодезических рядом с углами. Не пытайтесь перенести на вашу кальку весь треугольник целиком, он же

неплоский, неизбежно возникнут искажения. Важно точно срисовать каждый угол. Затем переносим эти углы на лист бумаги и теперь уже удлиняем концы, чтобы измерить транспортиром. Треугольник получается маленький, но и кривизна в этом месте заметная, поэтому отклонение от «плоского» треугольника вполне значимое. Моему не хватает целых 33°!

Ура, вот она – отрицательная кривизна!

Конечно, на нашей спринцовке кривизна хоть и отрицательна, но совсем не постоянна. И даже не везде отрицательна – только на «перегибе», а дальше переходит в положительную – в кусок обычной сферы. Чтобы сделать поверхность постоянной отрицательной кривизны (по аналогии со сферой – поверхностью постоянной положительной кривизны), надо было бы взять много-много таких спринцовок, вырезать из них маленькие кусочки с одинаковой кривизной и аккуратно, гладко склеить их между собой, как кусочки мозаики. При этом могут получаться разные вещи – например, поверхность Бельтра́ми (рис. 13); проблема в том, что недоделанная поверхность начинает «упираться сама в себя» и не получается сделать её симметричной и без краёв. В нашем «плоском» трёхмерном пространстве такая поверхность целиком не помещается. Вот был бы у нас шестимерный мир...

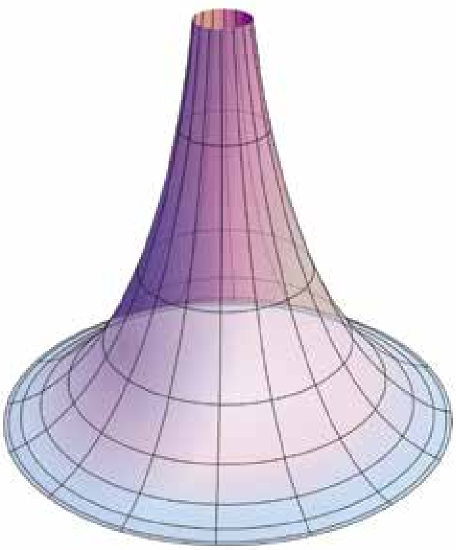


Рис. 13

А какие ещё вещи отрицательной кривизны найдутся у вас дома?

Фото автора

Художник Алексей Вайнер

Математический кружок

Дмитрий Кузнецов

О «МЕТОДЕ ПРОПЕЛЛЕРА»

– Ты что такой грустный? – спросил Квантик, увидев бредущего с поникшей головой Малыша. Малышом этого мальчика называли все дети и взрослые во дворе его дома.

– Да вот иду с олимпиады.

– Так это же здорово! Задачи, наверно, были интересными и, возможно, даже сложноватыми?

– Конечно, здорово, если бы я все задачи решил! Но вот одну-то я не решил. – Малыш был сильно удручён тем, что не все задачи олимпиады ему оказались под силу.

– А что за задачка?

– Вот смотри, номер 4. – Малыш протянул Квантику листок с условиями задач.

– «4. Расставьте на шахматной доске 8 пар бьющих друг друга короля и ладью так, чтобы никаких других фигур они уже не били», – задумчиво прочитал Квантик.

– Причём, наверное, это есть максимум пар, которые и можно разместить на шахматной доске. Просто вам в пятом классе не стали предлагать доказательство, что 8 – это максимум таких пар, а сразу предложили построить пример, что для пятиклассников вполне логично. Приведите пример, а доказательство оценки... в будущем попробуйте сделать. – Квантик опытным взглядом оценил эту задачу.

– Я так и понял, что надо просто привести пример. Много разных картинок рисовал, но всё неудачно. Находились фигуры, которые били и другие фигуры тоже.

Так, не торопясь, Малыш и Квантик дошли до дома, поднялись в квартиру к Малышу, где у открытого окна на подоконнике сидел улыбающийся Карлсон, ждавший своего друга.

– Это что за неполадки! – Карлсон бурно отреагировал на появление грустного Малыша. – Я с таким тобой не буду даже разговаривать! К тебе прилетел друг, а ты его встречаешь таким кислым взглядом! – Карлсон всем своим видом показал, что собирается улететь, нажал на кнопку и...

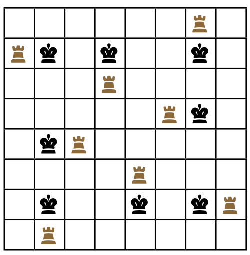
– Я понял! – радостно закричал Малыш. – Спасибо тебе, Карлсон! Как жаль, что я не вспомнил про тебя во время олимпиады!

– В смысле? – удивлённые Квантик и Карлсон уставились на Малыша.

– Я понял, как будет выглядеть пример! И пропеллер Карлсона мне здесь помог! – Малыш бросился к письменному столу, открыл тетрадку в клеточку и с победным видом нарисовал картинку, которую показал своим друзьям. – Как же всё просто оказалось! Надо было догадаться, что картинка будет крутиться, как пропеллер!

– Красиво! – одновременно выдохнули Квантик и Карлсон.

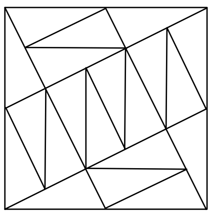
– Интересно, а у авторов такое же решение, как сейчас получилось у меня? – Малыш включил домашний компьютер и зашёл на сайт осенней олимпиады по математике, чтобы познакомиться с решениями задач.



И что же он там увидел? Авторский пример один в один совпадал с его картинкой. И даже было написано, что пример строится «методом пропеллера», который, вращаясь как у Карлсона, и дал Малышу возможность увидеть правильную конструкцию. А попробовать применить метод могло подсказать число пар в условии – оно равно 8 и делится на 4, так что есть надежда, что сработает поворот на 90°.

– Оказывается, на этой олимпиаде и раньше бывали похожие задачи, – сказал Квантик, открыв условия задач предыдущей олимпиады:

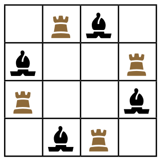
7 класс, задача №2. Каждую из 10 прямоугольных плиток 1×2 распилили по диагонали на 2 треугольных куска. Сложите из получившихся 20 кусков квадрат.



Решение: см. рисунок, полученный «методом пропеллера».

5 класс, задача №1. Поставьте на шахматную доску 4 ладьи и 4 слона так, чтобы каждая ладья била ровно двух слонов и не била ладьи, а каждый слон бил ровно две ладьи и не бил слонов.

Решение: см. рисунок, полученный «методом пропеллера».



– Эх, а я не догадался посмотреть варианты предыдущих лет. Теперь понимаю, что это полезно было сделать.

Квантик удовлетворённо смотрел на улыбающихся Малыша и Карлсона: первый был доволен тем, что смог-таки сам решить задачу, хоть это и удалось сделать только после олимпиады, а второй был рад тому, что именно его пропеллер помог Малышу решить самостоятельно задачу, не заглядывая в решения.

– Вспомнил! А ведь на кружке нам уже рассказывали про «метод пропеллера», например, в задаче про максимум несоприкасающихся между собой кораблей 1×4 на поле 10×10. Их там было 12, делится на 4, и картинка как раз вращается с поворотом на 90° относительно центра доски.

– А ну-ка вспоминай, какие ещё задачи на «метод пропеллера» вам давали на кружках или ты встречал на олимпиадах.

– Кстати, нам говорили, что если ответ кратен 2, но не кратен 4, то с высокой вероятностью можно построить центрально-симметричный пример, с поворотом на 180°. А ещё были примеры задач с ответом, кратным 3, и тогда конструкции были с поворотом на 120°. Это были, как правило, задачи про точки на плоскости.

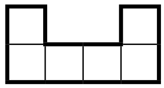
– Вот и собери коллекцию задач с конструкциями на «метод пропеллера», – пожелал другу Квантик.

Довольный Малыш, проводив своих друзей, уселся за компьютер, и через некоторое время у него появилась подборка задач, решаемых «методом пропеллера», которой он очень захотел поделиться со всеми, кому интересно.

Дополнительные задачи на «метод пропеллера»

1. Какое наибольшее количество прямоугольников 1×5 можно вырезать по линиям сетки из квадрата 8×8?

2. Вырежьте из квадрата 10×10 по линиям сетки 16 шестиклеточных фигур-«скобок», показанных на рисунке.



3. Разрежьте квадрат на треугольники так, чтобы каждый граничил (по отрезку) ровно с тремя другими.

4. Разрежьте квадрат 4×4 по линиям сетки на 9 прямоугольников так, чтобы равные прямоугольники не соприкасались ни сторонами, ни вершинами.

5. Постройте замкнутую самопересекающуюся ломаную из 6 звеньев, пересекающую каждое своё звено ровно один раз.

6. На полях a1, b2, c3, d4 шахматной доски стоят четыре коня. Разрежьте доску на четыре равные части так, чтобы на каждой из них оказалось по коню.

7. Какое наибольшее количество несоприкасающихся между собой кораблей 1×4 можно разместить на поле 10×10?

8. Какое наибольшее количество королей можно расставить на шахматной доске так, чтобы каждый король бил ровно одного из остальных?

9. Можно ли из квадрата со стороной 3 вырезать многоугольник площади 6, которым можно полностью без наложений и пустот обернуть единичный куб?

10. Из квадратов со стороной 1 и правильных треугольников со стороной 1 сложили (без наложений и пропусков) выпуклый n-угольник. Какое наибольшее количество сторон может у него быть?

11. Какое наибольшее число ферзей можно расставить на доске 6×6 так, чтобы каждый ферзь бил ровно одного ферзя?

12. При каком наибольшем N можно расставить на шахматной доске несколько коней так, чтобы каждый конь бил ровно N других?

Художник Алина Коршункова

Ольга Кузнецова

ВЕДЬМИНА ЗАДАЧА

Ведьма проводит ревизию (обзор) всех на свете вещей по определённой волшебной системе.

Заполните пропуски в её бормотании:

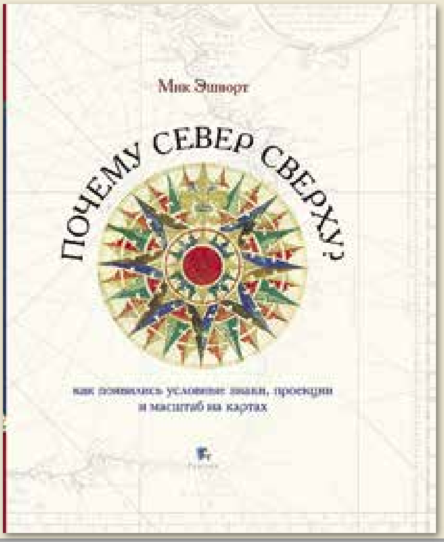
тут полка, а клоп – тут;
тут булка, а ... тут;
тут барка, а ... тут;
тут бурса, а ... тут;
тут роса, а ... тут;
тут луга, а ... тут;
тут села, а ... тут;
тут гора, а ... тут;
тут толпа, а ... тут;

Ведьма видит всё и вся насквозь, поэтому ещё ей нужно учесть:

внутри крысы – сыр;
внутри акулы – ...;
в баклаге – ...;
в конуре – ...;
в трубе – ...;
в скарбе – ...;
в браде – ...;
в фортуне – ...;
в мареве – ...;

а также того, кто запутался в *шторке.*

Художник Анна Горлач



ЧТО ПОЧИТАТЬ?

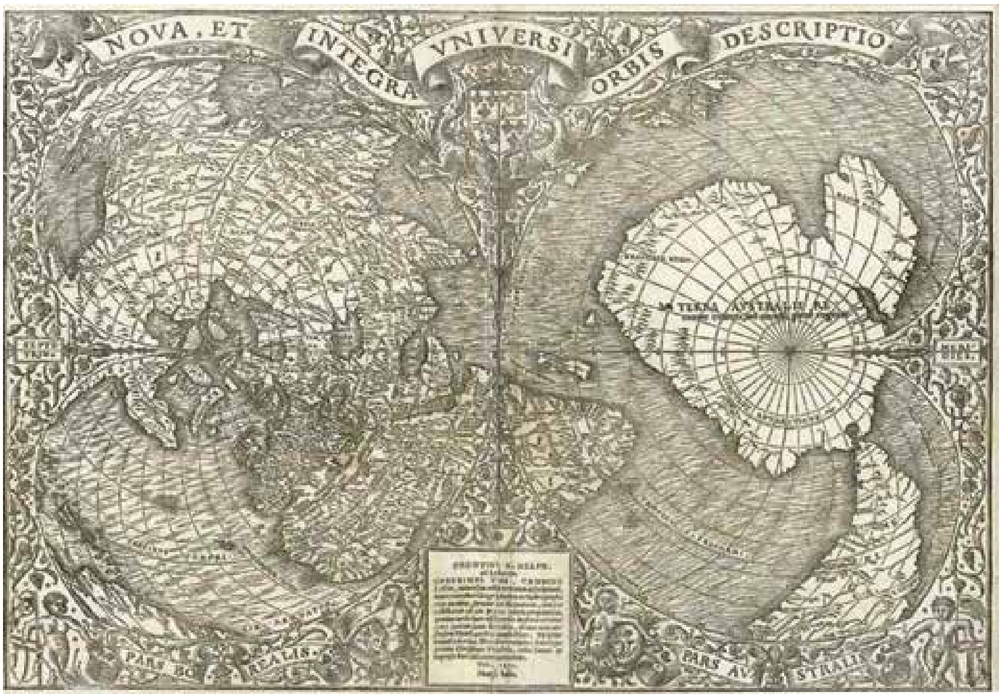
КАРТОГРАФИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

ИСКАЖЕНИЕ ЗЕМЛИ

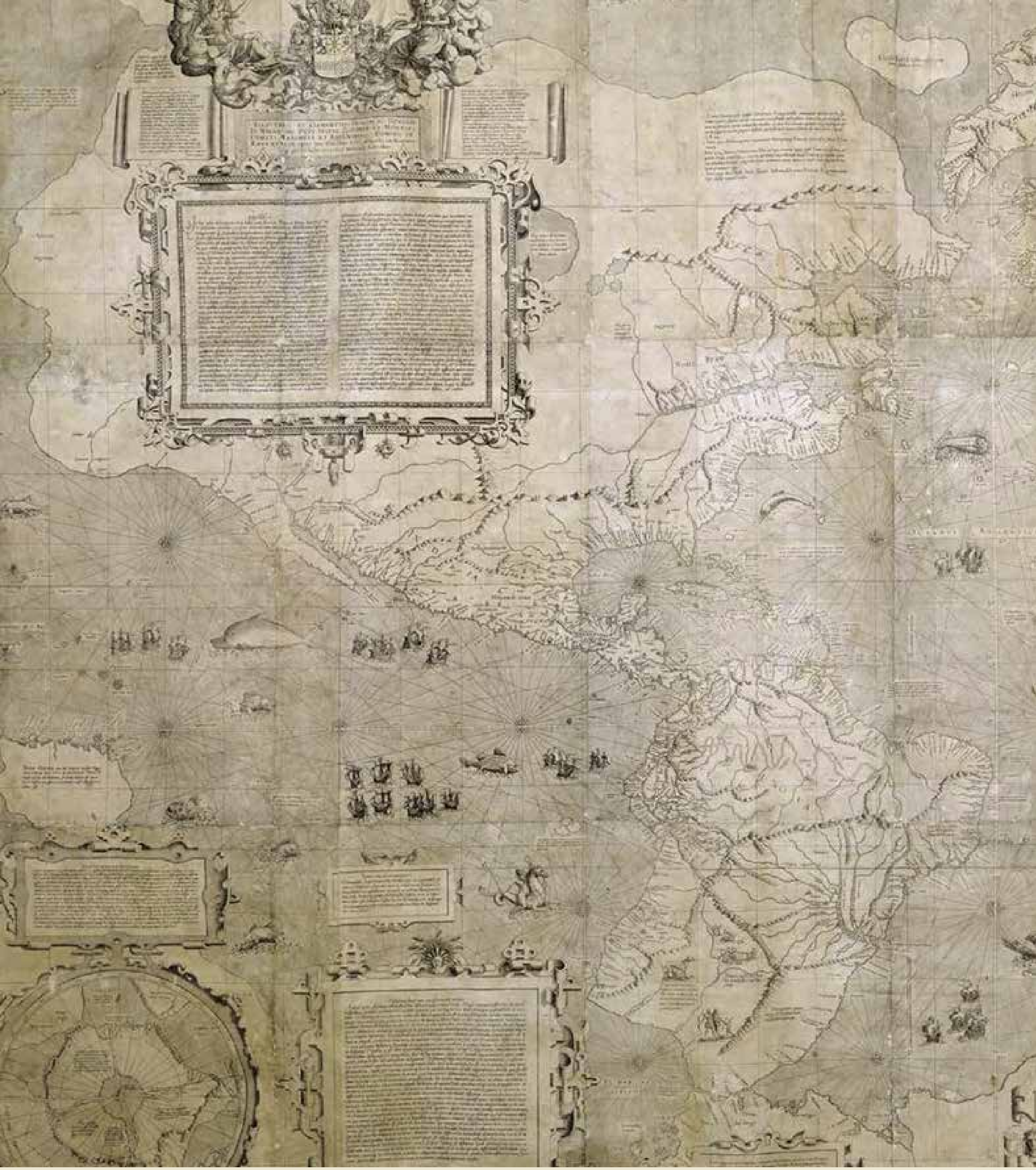
Перед вами – глава из книги Мика Эшворта «Почему север сверху?», вышедшей в издательстве Paulsen при поддержке фонда «Траектория» в 2022 году.

Снимая кожуру с апельсина, мы иллюстрируем важнейшую проблему картографии. Как бы аккуратно мы ни почистили апельсин, кожуру невозможно разложить на столе единой плоскостью. Она будет разделена на фрагменты, между которыми возникнут зазоры. Задача проецирования почти сферического трёхмерного объекта на двумерную плоскость карты всегда представляла для картографов сложность.

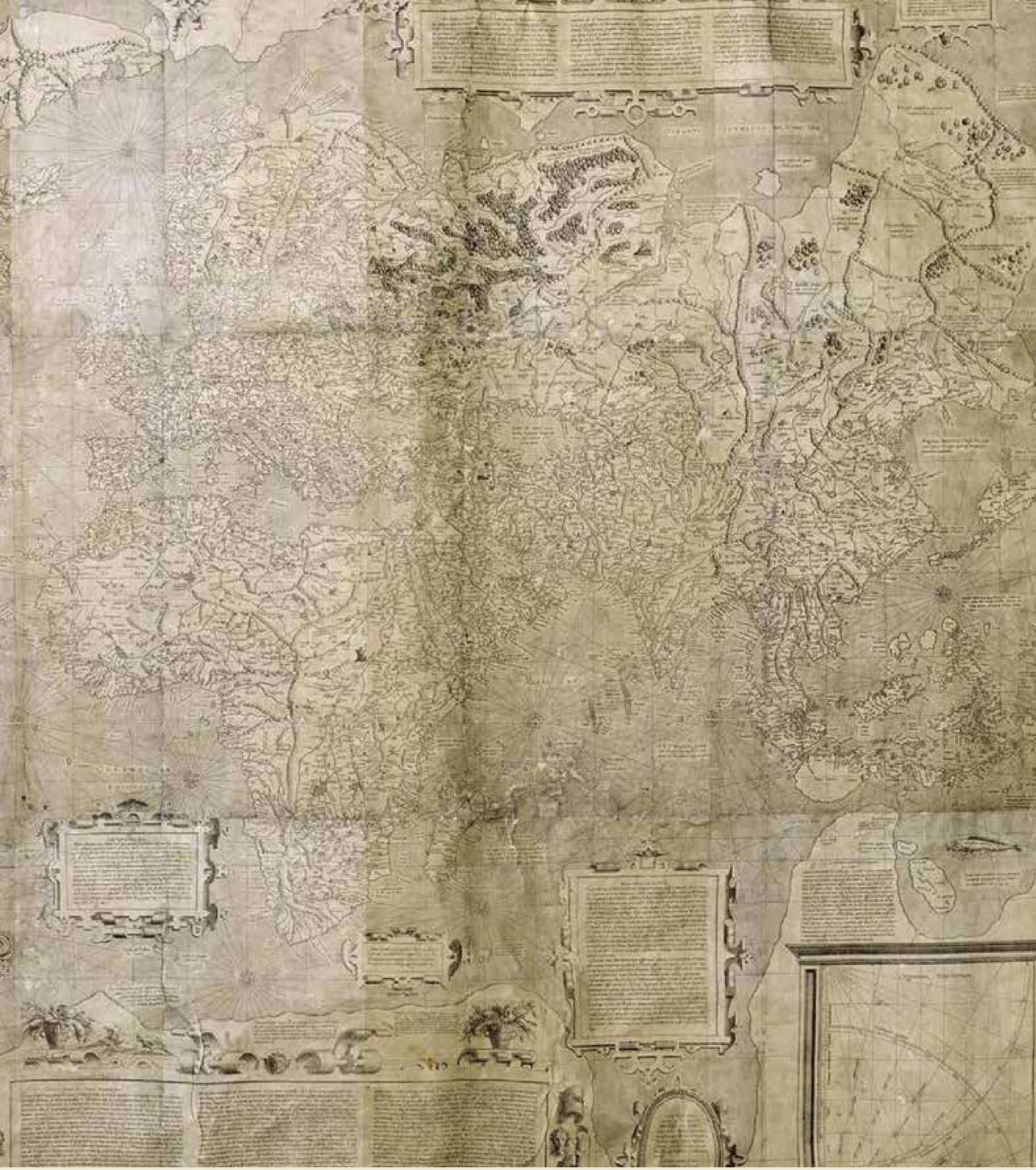
Картографические проекции восходят к Гиппарху, а математический подход к решению задачи был предложен позже, в частности Марином Тирским (70–130 н. э.). Но револю-

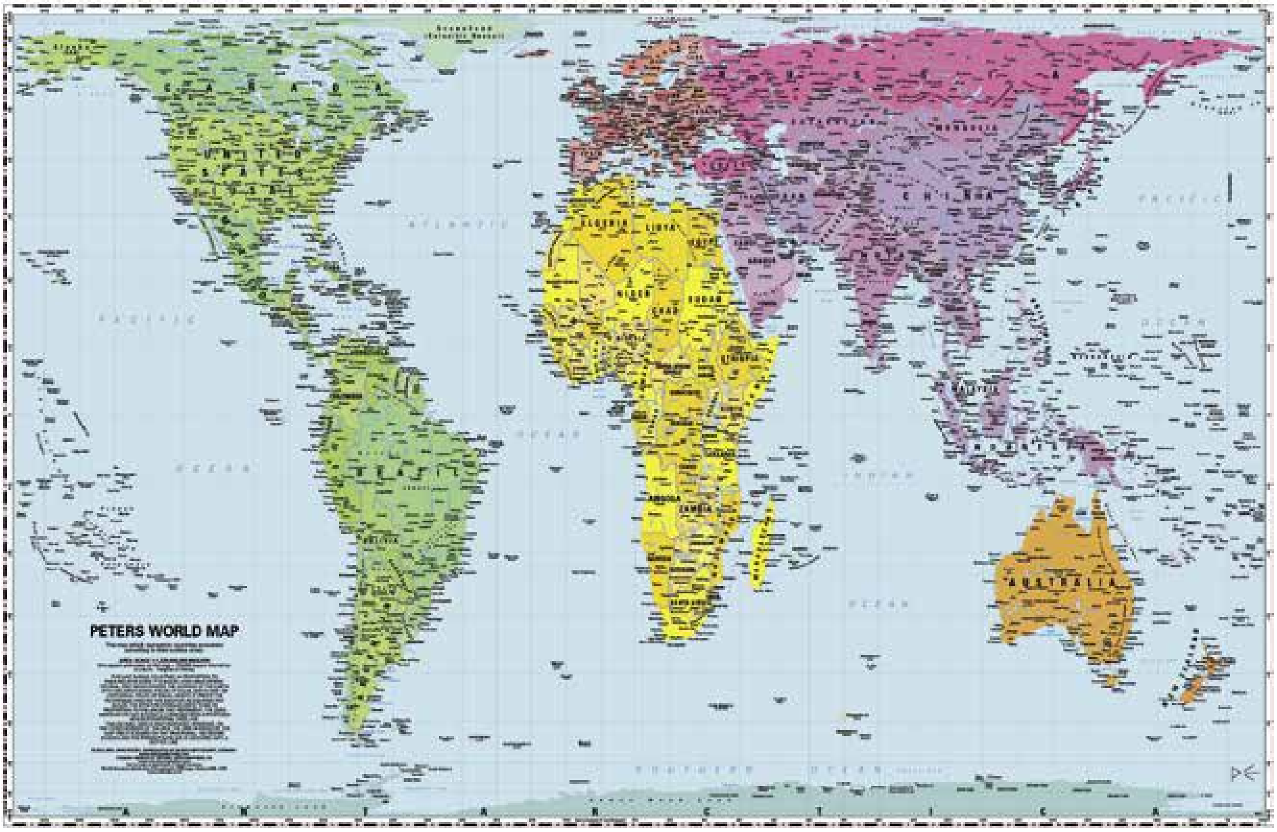


Карта мира в двойной сердцевидной проекции (Оронций Финеус, 1531). На ней сердцевидные северное (левое) и южное (правое) полушария разделены вертикально расположенным экватором.



«Новое и улучшенное изображение земного шара, в первую очередь для мореплавателей» (Меркатор, 1569).





Карта мира (Арно Петерс, 1973) призвана «скорректировать» более типичные картографические проекции, которые, однако, искажают относительные размеры континентов. Площади стран и континентов показаны правильно, но их очертания кажутся весьма странными.

цию в теории и практике проецирования произвёл Герард Меркатор (1512–1594), который в 1569 г. составил карту мира, имевшую огромное значение для развития картографии. С тех пор, особенно в XVIII в., появилось множество видов картографических проекций.

Термин «проекция» был введён в обращение в ходе создания различных методов изображения Земли на плоскости. Представьте, как в прозрачный глобус помещают лампочку, чтобы спроецировать очертания координатной сетки на лист бумаги, приложенный к глобусу. В зависимости от того, где именно находится лампочка – в центре глобуса, на противоположной листу бумаги поверхности или на некотором расстоянии от листа, – координатная сетка складывается в определённый рисунок, который показывает нам, каким образом выполняется проекция и как искажается поверхность глобуса. Меридианы не всегда встречаются на полюсах, параллели не обязательно оказываются параллельны друг другу, а полюса порой превращаются из точек в линии. Кроме того, рисунок зависит от формы листа, на который совершается проецирование. Проекции называются цилиндрическими (когда бумага оборачивается вокруг глобуса), коническими (когда на глобус надевается конус из бумаги) и азимутальными (когда плоский лист бумаги касается глобуса в одной точке). Дополнительную сложность представляет тот факт, что масштаб карты верен лишь в той точке, где бумага касается глобуса (или проходит сквозь него). Проекции описываются не только графически, но и математически – и математических проекций бесконечно много. Какой бы подход мы ни выбрали, совершенно очевидно, что при проецировании Земли на плоскую поверхность приходится искажать формы, корректировать площади и менять углы и направления.

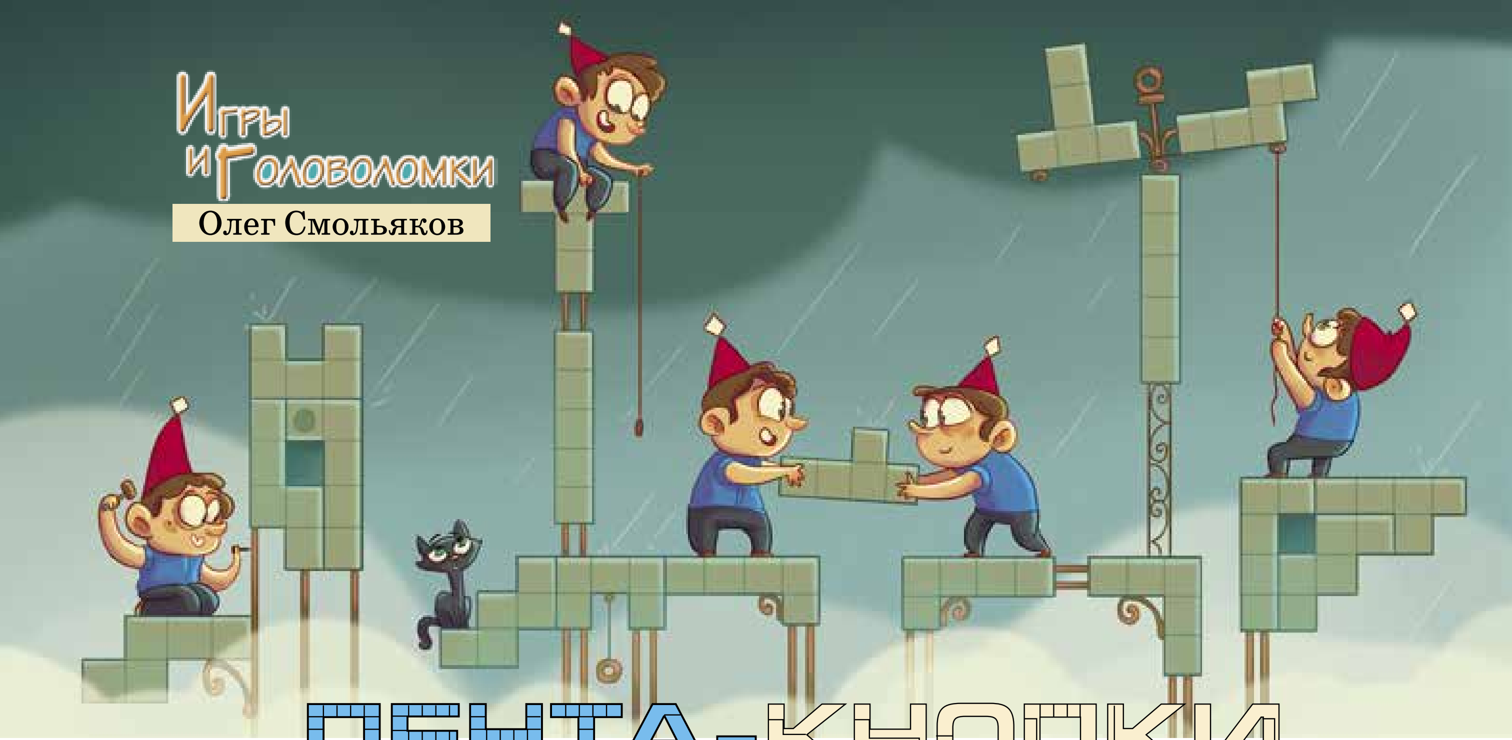
Прекрасной иллюстрацией этому служит карта Меркатора. В его цилиндрической проекции, которая широко используется по сей день, любая прямая линия соответствует локсодроме – линии постоянного компасного азимута; это было очень важно для навигации в те времена, когда путешественники стали уходить всё дальше и дальше от дома. Но за такое удобство приходится платить: карта Меркатора существенно искажает размеры. В современных версиях карты Гренландия сравнима с Южной Америкой, хотя на самом деле площадь последней почти в восемь раз больше. Во времена Меркатора важны были не столько истинные размеры континентов, сколько простота навигации; но сегодня нам необходимы «равноплощадные» проекции, чтобы проводить достоверные географические сравнения.

Однако такие искажения можно использовать и во благо. Современные картографы имеют возможность выбирать из множества проекций с различными характеристиками и находить компромисс, чтобы свести искажения к минимуму. Проекции можно разделить на равноугольные (сохраняющие верные углы, а вместе с ними и формы), равновеликие (точно представляющие площади) и эквидистантные (точно показывающие расстояния от конкретной точки). Картограф выбирает подходящую проекцию в зависимости от основного назначения карты. Так, равноугольная проекция, верно отражающая формы, но искажающая площади, не подойдёт, например, для карты плотности какого-либо показателя.

В 1973 г. немецкий писатель, режиссёр и общественный активист Арно Петерс привлёк внимание к этим вопросам, создав равноплощадную проекцию, которая, по его утверждению, исправляла ошибку в отображении развивающихся стран на картах мира. В частности, проекция Меркатора преувеличивала (хотя скорее случайно, чем намеренно) площадь территорий богатых западных стран, и Петерс заявлял, что её использование работает не в интересах развивающихся стран. Его карта – хотя картографы быстро узнали в ней практически точную копию проекции Джеймса Галла, предложенной в 1855 г., – стала использоваться многими международными организациями, в том числе ООН.

Проекция Петерса узнаваема по странным удлиненным формам континентов и весьма спорна; однако благодаря ей многие впервые узнали о свойственных картографическим проекциям искажениях и их влиянии на наше представление о мире.

Олег Смольяков



ПЕНТА-КНОПКИ

Мы не раз писали о наборе пентамино (рис. 1). При игре их можно как угодно вращать, поворачивать и переворачивать на другую сторону.

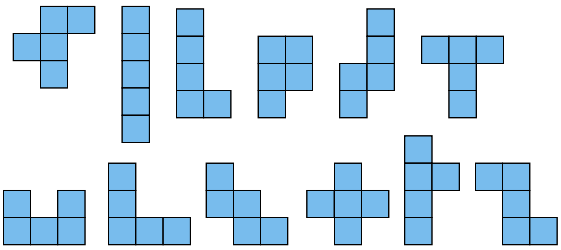


Рис. 1

Суммарная площадь всех пентамино равна 60. Все фигурки можно разбить на две группы так, что из фигурок каждой группы можно сложить два прямоугольника 6×5 (рис. 2). Значит, можно сложить двуслойный прямоугольник 6×5.

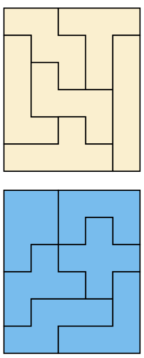


Рис. 2

Каждый прямоугольник можно расширить до квадрата 6×6 и сложить двуслойный квадрат, при этом образуются шесть пустых «окон» размером 1×1, которые иногда становятся прямоугольниками 1×2 (рис. 3).

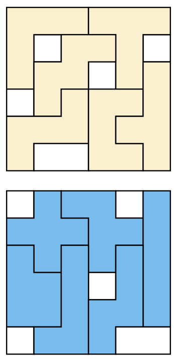


Рис. 3

Шесть фигурок пентамино каждого слоя уложить на такое поле совсем легко, так как имеется более 6 млн решений. Конечно, решать головоломку в таком варианте неинтересно, но есть оригинальный ход, основанный на чудесном совпадении – число фигурок в одном слое совпадает с числом окон 1×1 в другом. Поэтому к фигуркам нужно приколоть кнопки так, чтобы они при складывании квадрата 6×6 попадали в пустые окна другого слоя.

Пример прикалывания кнопок, показанный на рисунке 4, не совсем удачный из-за того, что на U-пентамино и на L-пентамино находится по две

кнопки, а W-пентамино и N-пентамино остались без кнопок.

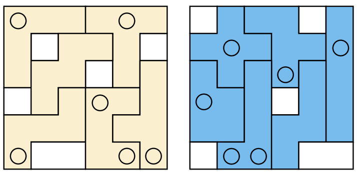


Рис. 4

Прикалывание, при котором каждому пентамино досталось по одной кнопке, существует – оно реализовано в наборе, изображённом на рисунке 5.

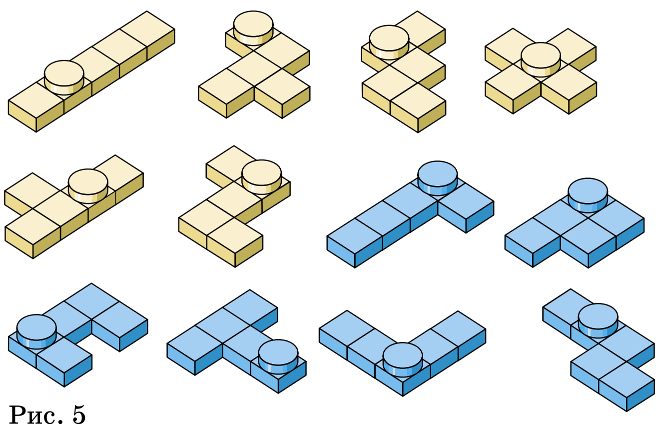


Рис. 5

Задача. Сложите двуслойный квадрат 6×6 так, чтобы кнопки нижнего слоя попадали в окна верхнего слоя, и наоборот. Этот вариант головоломки «Пента-кнопки» складывается в двухслойный квадрат единственным образом.

При описании головоломки для удобства использовались фигурки пентамино двух цветов. Для игры лучше иметь фигурки одного цвета.

Пентамино и цилиндрические кнопки можно выпилить из фанеры, и кнопки приклеить. Кнопки можно не выпиливать, а купить канцелярские с пластмассовой головкой, и необязательно цилиндрической формы. Можно напечатать набор на 3D-принтере. Ещё можно использовать набор пентамино фабричного изготовления, прикрепив к фигуркам кнопки.

Совсем простой и быстрый способ – это вырезать элементы из картона. Какой бы способ вы ни выбрали, в любом случае у вас будет уникальная головоломка, и красивая, и трудная!

Художник Анна Горлач

Константин Кохась

КУ АР КЛЮЧ

– У коллеги Спрудля в «Заброшенном гроте» неплохая кладовка, – рассказывала мышь Огрыза. – Мы с тараканом Кузькой проложили туда ход. Там и свои запасы были неплохие, а я ещё орешков принесла, грибочков сушёных, сухариков... Уютное местечко получилось.

– Не слишком ли шумное? – предположил Горгулий.

– Шумно там только по выходным. Или когда кто из посетителей разбуянится. Но там намечается другая проблема – коллега Спрудль собирается поставить на дверях электронные замки. Мне-то, конечно, не обязательно через дверь проходить, можно и в обход, но как-то это суетно, и душевность пропадёт...

– Электронный замок на каждую дверь – это недёшево. С чего это он решил разориться на такое нововведение?

– Какое разориться – интриги и махинации! С тех пор как питон Уккх серьёзно увлёкся всякими электронными штучками, он постоянно его приваживал. А потом заключил с ним пари и выиграл! По условиям пари Уккх должен установить в «Заброшенном гроте» новейший комплект электронных замков.

– Не может быть, – не поверил Горгулий. – Как можно выиграть пари у питона Уккха? Он очень умный и очень хладнокровный.

– Не знаю как. Коллега Спрудль называет это «прове-е-ернуть многоходовочку». В общем, перехитрил он Уккха.

* * *

Давненько в офисе фирмы «Математические услуги» не было такого посетителя. Строго говоря, этого посетителя вообще ни разу не было. Питон Уккх обвил собой кресло для клиентов и слегка возвышался над Горгулием. Горгулий сидел на обычном директорском месте, Бусенька расположилась в кресле для гостей.

– Не знаю, как ему это удалось, но получается, что пари я проиграл, – рассказывал питон Уккх. – Теперь я должен установить в «Заброшенном гроте» систему разделённого доступа: все двери на замке, у всех сотрудников карточки, которыми они могут открыть лишь те двери, которые им разрешено открывать.

– Думаю, такого добра полно в интернете, – предположил Горгулий.

– Коллега Спрудль не доверяет посторонним. «Если я купил за-а-амок, то кто-нибудь сможет купить к нему ключ. Пусть это будет вещица попроще, но зато с гарантией, что у других такой нет!» Он думает, что я мастер по изготовлению всевозможных устройс-с-ств. А я не мастер. Видимо, я слишком сильно пускал ему пыль в глаза.

– «Умный дом» у тебя получился неплохо, – возразила Бусенька.

– Соединять детали по схеме каждый может. Это не мастерство. А вот создать что-нибудь своё, новенькое… Всё, что я научился делать сам, – это оптичесский переключатель. Простой как репка: подносишь к нему лист бумаги, и если на нём есть чёрная точка, он переключает контакт, а если нет – ничего не делает. Маловато для разделённого доступа.

– А если два переключателя рядом поставить – они две точки разглядят? – спросила Бусенька.

– Две. Можно совместить сколько угодно таких переключателей – хоть 2, хоть 10. Правда удобнее, чтобы это была степень двойки, скажем, 32 переключателя или 64… И монтировать их лучше бы в виде матрицы: 2×16, 8×4…

– И много ли уровней доступа для персонала вам требуется? – спросил Горгулий.

– На самом деле, всего четыре уровня, – уточнил питон Уккх. – Низкий – повар, официант, грузчик; средний – шеф-повар, метрдотель, швейцар; высокий – менеджер по закупкам, администратор, главбух; и сверхвысокий – сам коллега Спрудль.

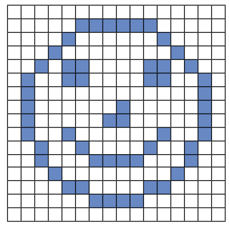
– Понятно, – сказал Горгулий. – На каждой двери мы хотим поставить замок, который может считывать несложную картинку из чёрных и белых точек. Двери бывают четырёх типов: «для всех», «для узкого круга» и т. д. Требуется, чтобы по картинке могли открываться только двери определённого типа. Правильно?

– Да, – сказал питон Уккх, – и вся конструкция должна быть попроще, без лишней электроники.

* * *

– Раз клиент просит, не будем заботиться о том, чтобы замóк размышлял, кто в него ломится, – сказала Бусенька, когда Уккх ушёл. – Пусть в самóй картинке будет зашифровано, какие двери можно открывать, а какие нет.

– Ладно, а чем у нас отличаются замки? Допустим, мы используем 32 переключателя, – стал импровизировать Горгулий. – Уккх говорит, что следует сформировать из них прямоугольную матрицу. Вариантов не много: 2×16, 4×8, 8×4, 16×2. Можно ещё взять 1×32 и 32×1, но думаю, конструкция будет слишком хрупкая.



Портрет Бусеньки. Годится ли он для взлома замка 4×8?

– Значит, картинку надо взять никак не меньше прямоугольника 16×16, – предположила Бусенька. – Возьмём, например, мой портрет.

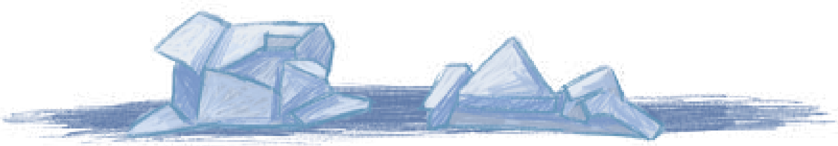
– Мы подносим портрет к замку́, и замóк считывает кусочек, скажем 4×8, – тут Горгулий задумался. – Что он там может «считать»? Он не может её распознать и не может проанализировать, поскольку никакой электроники нет! Все, что он может, – это по поводу каждой чёрной клеточки щёлкать контактом.

– Если он переключит контакт нечётное число раз, – сказала Бусенька, – дверь откроется. А если щёлкнет чётное число раз – не откроется. Уже неплохо!

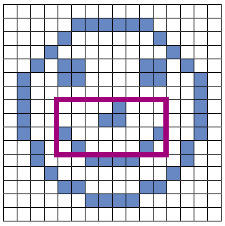
– Да, – согласился Горгулий, – по крайней мере дверь не откроется, если к замку поднести совсем белый лист.

– И если поднести совсем чёрный – тоже не откроется, – заметила Бусенька.

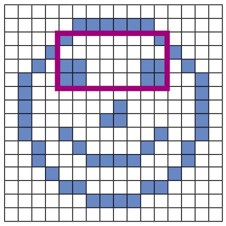
– Но есть ещё нюанс, – вспомнил Горгулий. – Мы разрабатываем совсем простое устройство без лишних рамок, фиксаторов и т. п. Когда я держу картинку перед замкóм, она может сдвинуться левее или правее, выше или ниже. Получается, что при разных попытках открыть дверь замок будет считывать разные фрагменты 4×8! Если я поднесу твой портрет носом к датчикам – дверь откроется, а если глазами – не откроется.



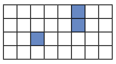
7 точек.
Откроется



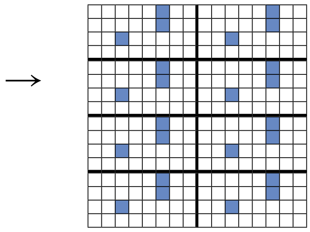
10 точек.
Не откроется



Значит, на картинке в любом фрагменте 4×8 должно быть нечётное число чёрных клеток! Жаль, мой портрет для этого не подходит. Тогда отбросим тщеславие и изобразим что-нибудь более заурядное. А, всё очень просто: возьмем прямоугольник 4×8, нарисуем в нём что попало, например, закрасим три клеточки, а потом периодически растиражируем. Вот пожалуйста: эта картинка открывает замок 4×8.



Периодически заполняем плоскость копиями прямоугольника 4×8



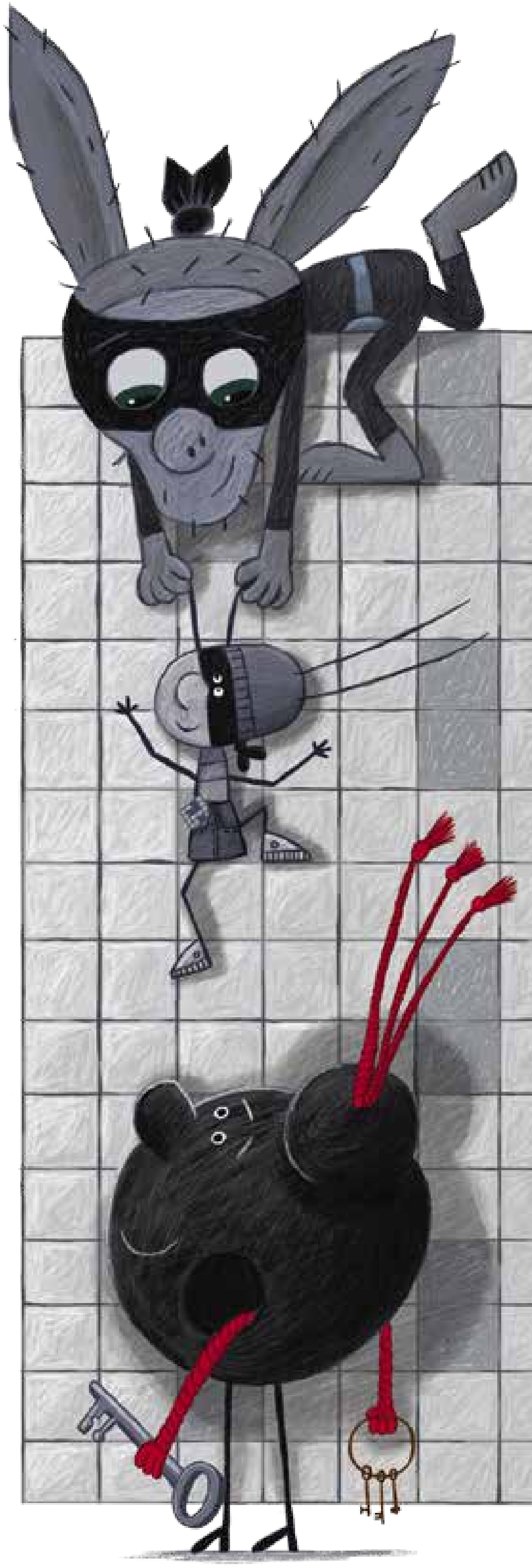
– Всё правильно, здесь в каждом фрагменте 4×8 три чёрные клеточки, – проверил Горгулий. – Щёлк, щёлк, щёлк и открылось. Кстати, смотри, как интересно: замок с матрицей 8×4 эта карточка не откроет – здесь каждый фрагмент 8×4 содержит 0, 2, 4 или 6 чёрных клеток.

– И нам нужно, чтобы нечто похожее выполнялось для всех матриц: 2×16, 4×8, 8×4 и 16×2. Если сотруднику разрешено открывать замок $a \times b$, то в любом фрагменте $a \times b$ его карточки должно быть нечётное число клеток, а если не разрешено, то чётное.

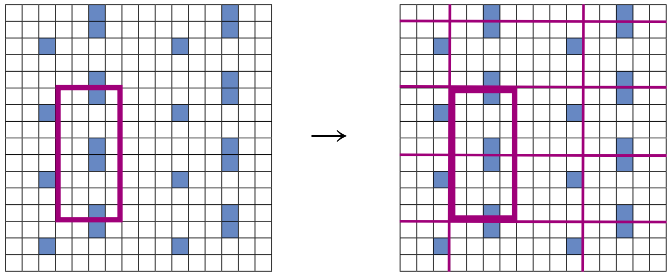
– Погоди, погоди, – сказал Горгулий. – Замки 2×16 и 16×2 твоя картинка тоже не открывает. В каждом фрагменте 2×16 содержится 2 или 4 чёрные клеточки, а в каждом фрагменте 16×2 – 0, 4 или 8 чёрных клеток.

Бусенька удивлённо посмотрела на свою картинку.

– Ты совершил потрясающее открытие! – воскликнула она. – Это наблюдение работает для всех замков и любых периодических картинок! Например, возьмём любой фрагмент 8×4 на предыдущей картинке (которая открывает замок 4×8). Исходную сетку

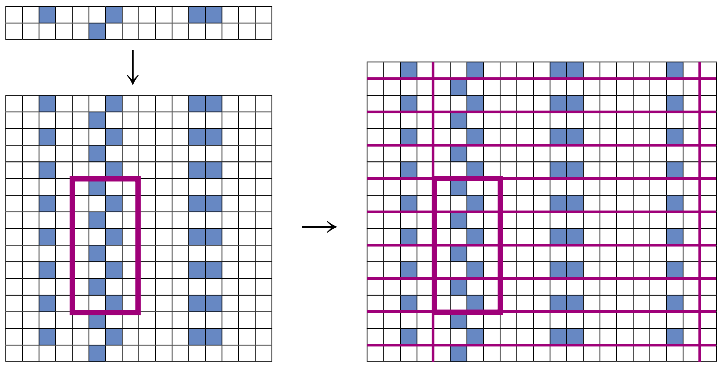


4×8 подвинем так, чтобы она проходила по левой и по нижней стороне этого фрагмента.



Видно, что фрагмент 8×4 накрыл две одинаковые половинки прямоугольников 4×8 нашей сетки. Значит, какова бы ни была исходная картинка, в любом фрагменте 8×4 окажется чётное число чёрных клеток.

Аналогично устроены картинки для других матриц. Например, если на картинке, открывающей замок 2×16, мы считаем чёрные клеточки в каком-нибудь фрагменте 8×4, получается такая история.



Для наглядности я нарисовала более крупный клетчатый лист. Здесь фрагмент 8×4 всегда состоит из четырёх одинаковых кусочков и поэтому в нём тоже будет чётное число чёрных клеток.

– Здорово, – похвалил Горгулий, – теперь для каждой двери мы умеем создавать картинки, которые будут открывать эту дверь и заведомо не открывают другие двери. Как бы их совместить в одну картинку?

– Откcорить, конечно, как же ещё, – сказала Бусенька.

Вопросы читателям. Как именно собиралась Бусенька сделать ключ, открывающий все 4 двери? Как сделать ключ, который открывает вторую и третью дверь, но не открывает первую и четвёртую?

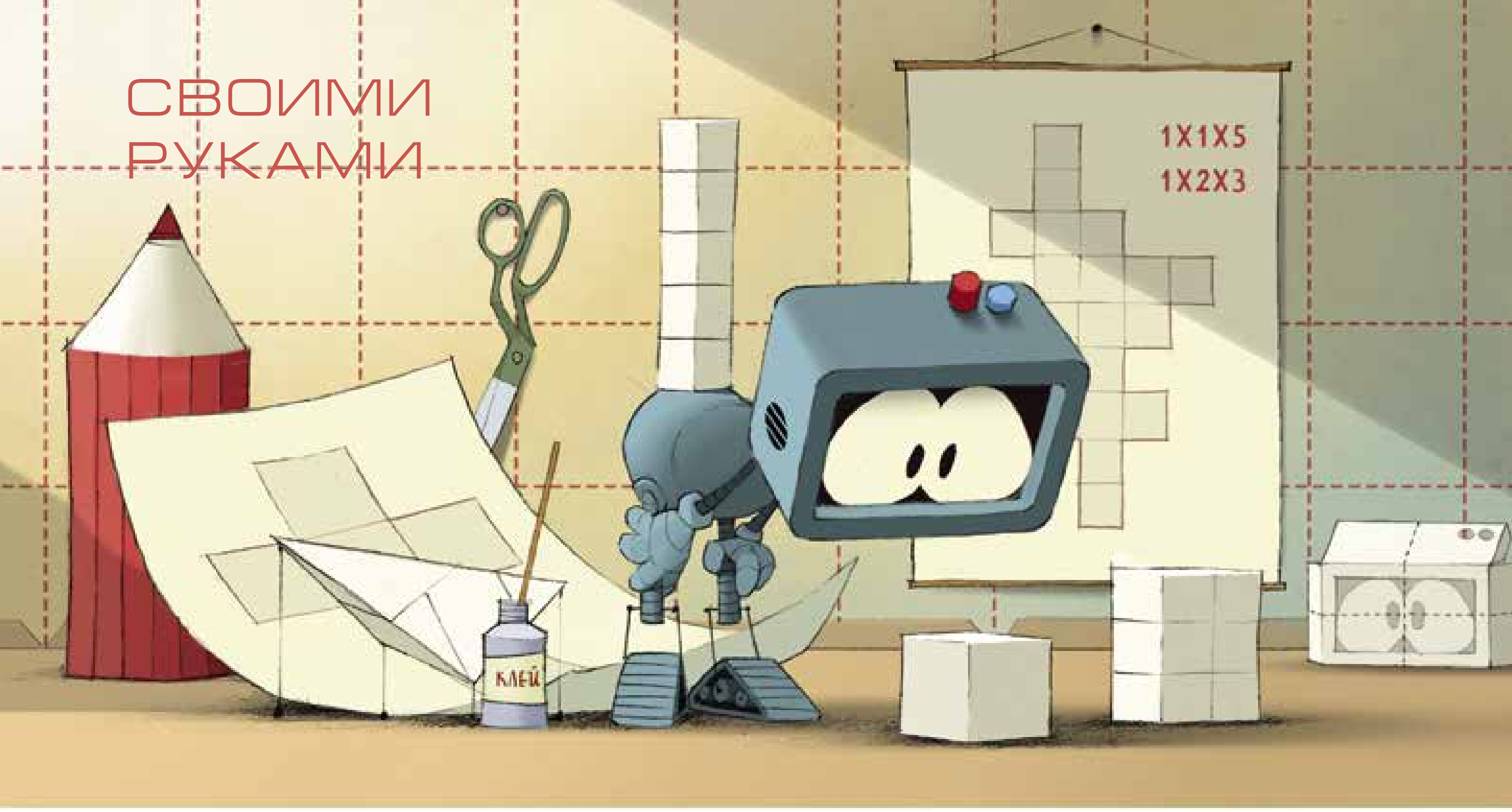
Окончание сказки в следующем номере.

Художник Инга Коржнева

ПРОТИВОХОДНЫЕ БУЛЬКИ

НАЛИВАЯ ВОДУ В ШИРОКУЮ КАСТРЮЛЮ ИЛИ СКОВОРОДКУ СО ЗВОНКИМ ДНОМ, МОЖНО УСЛЫШАТЬ, КАК ДОНОСЯЩИЕСЯ ИЗ НЕЁ ЗВУКИ ПОСТЕПЕННО ПОНИЖАЮТСЯ. А ПРИ НАЛИВАНИИ В БУТЫЛКУ ТОН БУЛЬКАНИЙ, НАОБОРОТ, ПОСТЕПЕННО ПОВЫШАЕТСЯ. ОТКУДА ТАКАЯ РАЗНИЦА?

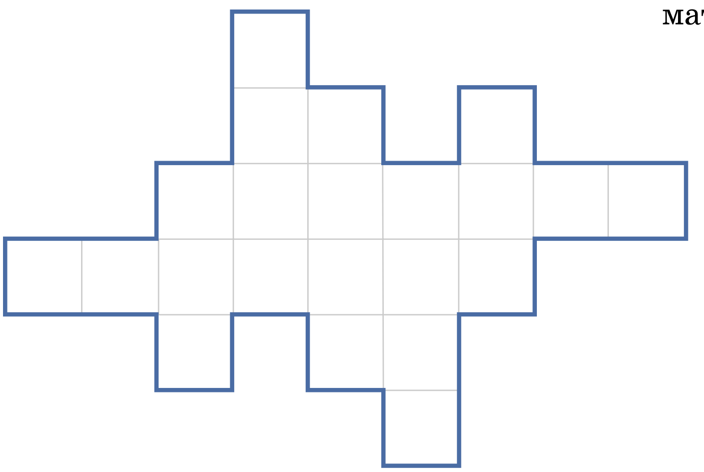
Художник Мария Усеинова
Автор Александр Бердников

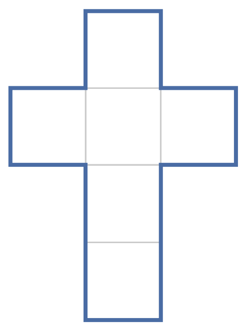


КОРОБКА-ТРАНСФОРМЕР

Многогранники удобно складывать из развёрток, но из одной и той же развёртки часто можно получить много разных многогранников! Например, сложите из двух копий развёртки ниже две разные коробки (два прямоугольных параллелепипеда): $1 \times 1 \times 5$ клеток и $1 \times 2 \times 3$ клетки.

Если с коробками всё получилось, можно попробовать сложить из «латинского креста» (на рисунке справа) не куб, а какой-нибудь другой многогранник (это можно сделать несколькими способами, но все не очень простые; пример и комментарий можно найти на странице etudes.ru/etudes/polyhedra-net/ «Математических этюдов»).





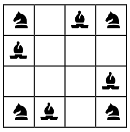
Художник Алексей Вайнер

Материал подготовил Григорий Мерзон
По мотивам Рюхэя Уэхары

НАШ КОНКУРС, VI тур («Квантик» № 2, 2024)

26. *Расставьте на шахматной доске 4×4 четырёх коней и четырёх слонов так, чтобы эти восемь фигур не били друг друга (фигуры бьют друг друга вне зависимости от цвета).*

Ответ: см. рисунок.



27. *Гонщик Петя тренируется на кольцевой трассе, длина которой – целое число километров. Он едет 1 км, минуту стоит, едет ещё 2 км, минуту стоит, едет ещё 3 км, минуту стоит, и так далее, пока остановка не совпадёт с начальной точкой, и тогда заканчивает тренировку.*

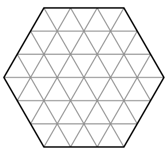
а) Может ли случиться, что Петя не сможет закончить тренировку?

б) Вася тренируется по аналогичной схеме на более короткой кольцевой трассе, длина которой – тоже целое число километров. Могло ли случиться, что они ехали с одинаковой скоростью, но у Пети ушло меньше времени на тренировку, чем у Васи?

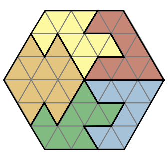
а) Ответ: нет. После n-го заезда Петя проедет $1+2+\ldots+n=n(n+1)/2$ км. Если длина трассы m км, то после $2m$ заездов Петя проедет $(2m)\times\times(2m+1)/2=m(2m+1)$ км. Это число делится на m, поэтому не позже этого момента Петя вернётся в исходную точку и закончит тренировку.

б) Ответ: могло. Пусть Петя катается по трассе длиной 3 км, а Вася – по трассе длиной 2 км. Тогда Петя закончит тренировку, проехав 1 км и ещё 2 км. Вася же, проехав 1 км, окажется в середине своей трассы, проехав ещё 2 км, окажется снова в середине и вернётся в начальную точку только проехав ещё 3 км.

28. *Разрежьте шестиугольник на рисунке по линиям сетки на 5 частей одинакового периметра (части могут быть разной формы).*



Ответ: см. пример на рисунке (у всех частей периметр равен 12).



29. *Индийский школьник Радж закрасил центральную часть таблицы умножения от 1×1 до 19×19 так, как показано на рисунке, и перемножил числа в закрашенных клетках. А Квантик выписал на доску по разу числа 1 и 19, по 3 раза – числа 2 и 18, по 5 раз – числа 3 и 17, по 7 раз – числа 4 и 16, и так далее, по 17 раз – числа 9 и 11, а число 10 выписал 19 раз, после чего все числа на доске перемножил и возвёл результат в квадрат. У кого получилось большее число – у Раджа или у Квантика?*

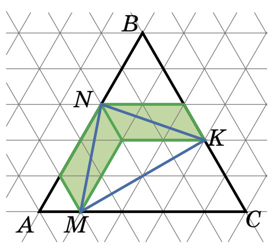
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304
17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323
18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342
19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361

Ответ: у них получились одинаковые числа. Если для каждого закрашенного числа выписать его номер строки и все эти номера перемножить, как раз получится число, которое Квантик возводил в квадрат. И оно же получится, если выписать не номера строк, а номера столбцов. Поэтому, умножив это произведение само на себя, Квантик получает произведение всех закрашенных чисел – ведь каждое число в таблице умножения получается как произведение номера его строки и номера его столбца.

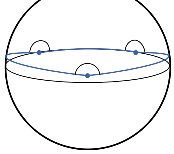
30. *В равностороннем треугольнике ABC отметили точки N, K, M на сторонах AB, BC, AC соответственно так, что $AM=1$, $BN=2$, $BK=3$, $CM=4$. Докажите, что треугольник MNK равнобедренный.*

Поскольку $AM+MC=5$, стороны треугольника ABC равны 5. Нарисуем чертёж на сетке из правильных треугольников со стороной 1.

Заметим, что NM и NK являются бóльшими диагоналями в одинаковых параллелограммах со сторонами 1 и 2 и острым углом 60° (на рисунке закрашены зелёным). Значит, $MN=NK$, и треугольник MNK – равнобедренный.



КОРОЛЕВСТВО КРИВЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ («Квантик» № 3, 2024)



1. Три кусочка «прямых» (геодезических) делят сферу на две части. Если считать треугольником только меньшую из этих двух частей, наибольшая сумма углов будет у самого большого треугольника, все вершины которого лежат на одном большом круге: $3 \cdot 180°$. Точнее, чтобы получился всё-таки треугольник, а не вырожденный случай (все точки на одной прямой), надо чуть-чуть сдвинуть в сторону одну из трёх вершин. Углы при этом почти не изменятся. То есть $540°$ – это верхняя граница всех возможных сумм.

А если считать треугольником любую часть сферы, ограниченную тремя дугами больших кругов, то, нарисовав на сфере очень маленький треугольничек с суммой почти ровно $180°$, мы одновременно рисуем и очень большой (почти вся сфера с треугольной дырочкой). Сумма углов маленького и «дополнительного» к нему большого треугольников равна $360° \cdot 3$, значит, сумма углов большого равна $360° \cdot 3 - 180° = 900°$.

2. Если опять разрезать конус вдоль образующей, проходящей через одну из вершин треугольника, так, чтобы она раздвоилась, развёрткой этого треугольника будет четырёхугольник. Сумма его углов всегда $360°$, так как четырёхугольник «складывается» из двух треугольников.

3. У треугольников, не включающих вершину, сумма углов $180°$. У треугольников, включающих вершину, сумма углов $3 \cdot 180° - \alpha = 540° - \alpha$: при разрезании по образующей, проходящей через вершину, получается пятиугольник, сумма его углов всегда $540°$; четыре из них в сумме дают сумму углов нашего треугольника, а пятый и есть α. Заметим, что при приближении α к $360°$ конус всё больше похож на плоскость.

4. Для «обычных» треугольников, не «опоясывающих» цилиндр, сумма углов равна $180°$. А если соединить геодезическими 3 точки так, чтобы «опоясать» весь цилиндр, – у таких «треугольников» сумма углов $180° \cdot 3 = 540°$, причём всё равно, со стороны какого основания смотреть.

СКРЫТЫЕ СКОБКИ («Квантик» № 3, 2024)

Обозначение – черта над выражением. Например, ван Схоутен в XVII веке писал

$$B \text{ in } \overline{D \text{ quad.} + B \text{ in } D}$$

там, где мы написали бы $B(D^2 + BD)$. Когда мы сейчас пишем $\sqrt{a+b}$, мы, не задумываясь над этим, фактически пользуемся теми же обозначениями: аргумент для символа квадратного корня «$\sqrt{}$» выделяется не при помощи скобок (как мы бы сделали, например, возводя $a+b$ в квадрат), а при помощи горизонтальной черты.

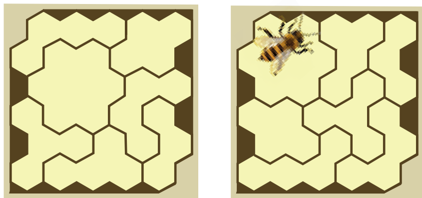
ГДЕ РАСТУТ ПОДШТУКИ? («Квантик» № 3, 2024)

1. На эти предметы удобно класть и ставить ноги, локти, головы, но поднос, конечно, связан с *подносить*, а не *носами*.

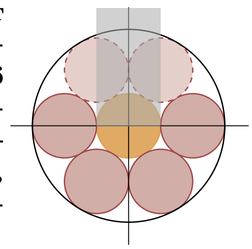
2. Близость пододеяльника к подбородку помогает спать в тепле, но ещё они связаны историческими процессами. Раньше пододеяльники не обволакивали одеяла со всех сторон, а напоминали простыни и пришивались под одеяло. Так и с подбородком: далеко не у каждого человека он спрятан под бородой, особенно в наши дни.

3. Подарочный.

БАШКИРСКИЙ МЁД («Квантик» № 3, 2024)



КОТЛЕТНАЯ ЗАДАЧА («Квантик» № 3, 2024)



Если наша котлета лежит точно в центре сковороды, вокруг неё можно уложить ещё 6 таких же котлет, как на рисунке справа (см. статью С. Дориченко «Об укладке блинов, котлет и апельсинов» в «Квантике» № 4 за 2020 год).

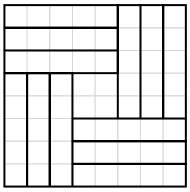
В этом случае, если убрать две верхние котлеты, центральную можно будет двигать вверх внутри показанной на рисунке вертикальной полосы (боковые стороны полосы – это как раз касательные к левой и правой котлетам, а нижние две котлеты наша тем более не задевает).

Если же наша котлета лежит не точно в центре, то она смещена вдоль какого-то радиуса сковороды – можно считать, что вертикально вверх. Добавим 4 из 6 котлет, как на первом рисунке – все, кроме двух верхних. Как мы уже выяснили, они не помешают нашей котлете.

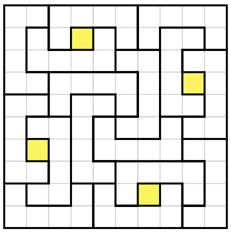
О «МЕТОДЕ ПРОПЕЛЛЕРА»

Многие примеры в этих задачах можно придумать, используя «метод пропеллера».

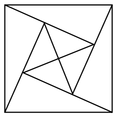
1. Ответ: 12. *Пример* см. на рисунке. *Оценка.* Каждый прямоугольник занимает 5 своих клеток из 64 имеющихся, значит, будет не более [64 : 5] = 12 прямоугольников.



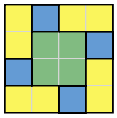
2.



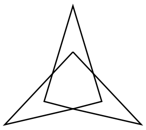
3.



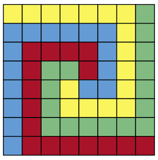
4.



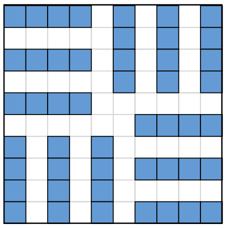
5.



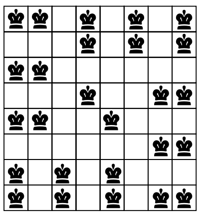
6.



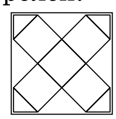
7. Ответ: 12. *Пример* см. на рисунке. *Оценка.* Каждый корабль занимает 10 своих узлов (точки на пересечении линий сетки), всего узлов на доске $11 \cdot 11 = 121$, значит, будет не более $[121:10] = 12$ кораблей.



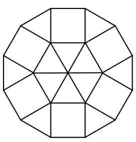
8. Ответ: 26. *Пример* см. на рисунке. *Оценка.* Два короля могут бить друг друга, соприкасаясь по стороне или по углу. На доске $9 \times 9 = 81$ узел (точки на пересечении линий сетки). На соприкасающихся углом королей требуется 7 узлов, а на соприкасающихся стороной – 6 узлов. Каждая пара королей не может иметь общих узлов с другими парами, так как тогда хотя бы один король бил бы уже двух королей. Значит, на доску можно поставить не более $[81/6] = 13$ пар королей.



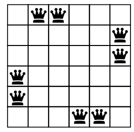
9. Ответ: да, см. рисунок. Эту фигуру можно вырезать даже из квадрата с меньшей, чем 3, стороной ($2\sqrt{2}$).



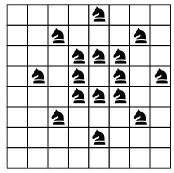
10. Ответ: 12-угольник. *Пример* см. на рисунке. *Оценка.* Углы нашего выпуклого n-угольника могут равняться 60°, 90°, 120° = 60° + 60° и 150° = 60° + 90°. Значит, внешний угол при каждой вершине не меньше 180° – 150° = 30°. Сумма всех внешних углов многоугольника равна 360°. Значит, у нашего n-угольника не более 360°/30° = 12 сторон, причём такое может быть, если у нас все углы равны 150°. Получить такой многоугольник можно так: взять правильный шестиугольник, разбитый на правильные треугольники, на каждой стороне шестиугольника надстроить квадрат, а между соседними квадратами вставить треугольники.



11. Ответ: 8. *Пример* см. на рисунке. *Оценка.* Ферзи разбиваются на пары бьющих друг друга. Каждая пара находится хотя бы в трёх различных рядах (строках и столбцах) из 12 возможных, причём в этих рядах больше нет других ферзей. Тогда всего не более 12 : 3 = 4 пар, а ферзей не более 8.



12. Ответ: $N=4$. *Пример* см. на рисунке. *Оценка.* Конь из самой верхней горизонтали, где есть кони, бьёт максимум 4 коней.



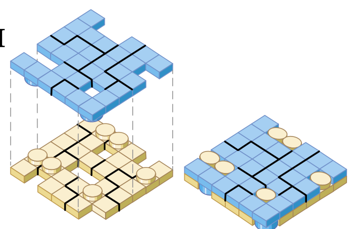
ВЕДЬМИНА ЗАДАЧА

1. Клуб, краб, сруб, сор, гул, лес, рог, плот.

2. Лук, галка, руно, бур, брак, дар, нутро, вера, крот.

ПЕНТА-КНОПКИ

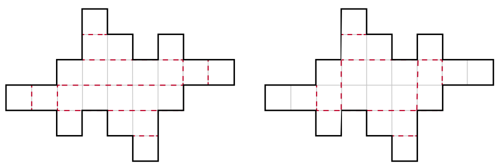
См. рисунок.



ПРОТИВОХОДНЫЕ БУЛЬКИ

В случае кастрюли вода ударяет по дну, и мы слышим его колебания (если опора, на которой стоит кастрюля, их не глушит). Упругость дна постоянна, но масса, которую она качает, увеличивается наливаемой водой, колебания замедляются, звук понижается. В случае бутылки есть другой хороший резонатор: воздух, «запираемый» узким горлышком. Подув на горлышко можно услышать, что чем меньше воздуха в бутылке, тем выше тон такого «свистка». Тут масса колеблющейся «воздушной пробки» в горлышке не меняется, а звук повышается из-за того, что чем меньше «воздушная подушка» внутри бутылки, тем она жёстче и тем быстрее колеблется пружинящая на ней «воздушная пробка».

КОРОБКА-ТРАНСФОРМЕР



наш КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Второй этап состоит из четырёх туров (с V по VIII) и идёт с января по апрель.

Высылайте решения задач VIII тура, с которыми справитесь, не позднее 5 мая в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvantik.com/short/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

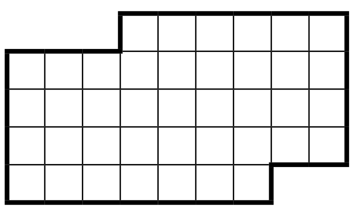
В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

VIII ТУР

36. Каждый год 1 апреля мистер Х находит сумму цифр своего возраста. В 2024 году эта сумма оказалась в целое число раз больше, чем будет в 2025 году. Сколько лет может быть мистеру Х, если ему больше 1 года, но меньше 100 лет? Укажите все варианты и докажите, что других нет.

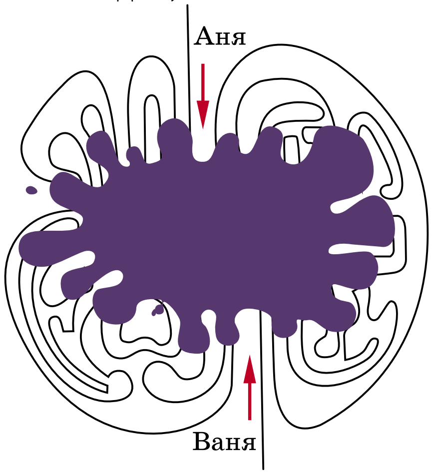
37. Разрежьте фигуру на две равные части:



Авторы задач: Григорий Гальперин (36, 39), Пётр Хмарук, 5 класс (37), Алексей Заславский (38), Георгий Караваев (40)

38. Что больше:
$1\cdot 22+2\cdot 21+3\cdot 20+\ldots+22\cdot 1$
или $2^2+4^2+6^2+\ldots+22^2$?
Ответ объясните.

39. Перед вами карта лабиринта, в который с разных сторон вошли Аня и Ваня. Стена лабиринта – сплошная несамопересекающаяся линия, но часть карты залита чернилами. Пользуясь только этой картой, определите, могли ли Аня и Ваня встретиться в лабиринте, не выходя обратно из своих выходов, или это невозможно?



Художник Николай Крутиков

40. Барсуки, белки, бобры и бурундуки встречали Новый год. Сначала все звери, кроме барсуков, водили хоровод, а потом хоровод водили все, кроме белок. В каждом хороводе никакие два одинаковых зверька рядом не стояли. Какое наименьшее количество бобров могло быть на празднике, если белок было на 50 больше, чем барсуков?

Шары и вероятность

У папы есть коробка, в которой лежат одинаковые по размеру шары разных цветов: красные, жёлтые и синие. Гена собирается вынуть из коробки случайный шар. Он спрашивает папу: «Какого цвета шар мне вероятнее всего попадётся?» Папа отвечает: «Синего». Гена переспрашивает: «Значит, вероятнее всего, что мне попадётся синий шар?» «Нет, вероятнее всего, что синий шар тебе не попадётся», – отвечает папа. Какое наименьшее количество шаров может быть в коробке, если папа всегда говорит правду?

Автор Геннадий Гусев

Задача предлагалась на первой Московской олимпиаде по вероятности и статистике

ISSN 2227-7986

Художник Мария Усеинова