

ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ



№ 2

ГЛАЗ КАК ДРЯННОЙ
ФОТОАППАРАТ

февраль
2025

ПРИКЛЮЧЕНИЯ
СЕРЕБРА

ЗАДАЧИ
О ЧАСАХ

Enter

НАШИ НОВИНКИ

КАЛЕНДАРЬ КОМИКСОВ
от журнала «КВАНТИК» на 2025 год –
настенный перекидной календарь
с занимательными комиксами



АЛЬМАНАХ ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ
«КВАНТИК», выпуск 23

включает в себя
все материалы журналов «Квантик»
за I полугодие 2023 года



Приобрести продукцию «КВАНТИКА»

можно в магазине «Математическая книга» (г. Москва, Большой Власьевский пер., д.11),
в интернет-магазинах: biblio.mccme.ru, my-shop.ru, ozon.ru, WILDBERRIES, Яндекс.маркет
и других (полный список магазинов на kvantik.com/buy)

**ПОДПИСЫВАЙТЕСЬ
НА ЖУРНАЛ
«КВАНТИК»**



в почтовых отделениях
по электронной и бумажной версии
Каталога Почты России:



индекс **ПМ068** –
подписка по месяцам полугодия

Подробнее обо всех вариантах подписки см. kvantik.com/podpiska

онлайн
на сайте Почты России
podpiska.pochta.ru/press/ПМ068



По этой ссылке вы можете
оформить подписку
и для своих друзей, знакомых, родственников

НАГРАДЫ ЖУРНАЛА



Минобрнауки России
ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»
за лучший детский проект о науке
2017



БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ
за плодотворную работу
за просветительскую
деятельность
2021



Российская академия наук
**ПРЕМИЯ ХУДОЖНИКАМ
ЖУРНАЛА**
за лучшие работы в области
популяризации науки
2022



Победитель конкурса в номинациях
**ЛУЧШИЙ ЖУРНАЛ ДЛЯ СРЕДНЕГО
ШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА
ЛУЧШЕЕ ДИЗАЙНЕРСКОЕ РЕШЕНИЕ**
2024

Журнал «Квантик» № 2, февраль 2025 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц

Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору
в сфере связи, информационных технологий
и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Т. А. Корчечкина,
Е. А. Котко, И. А. Маховая, Г. А. Мерзон,
М. В. Прасолов, Н. А. Солодовников
Художественный редактор
и главный художник Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Мария Усеинова

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Адрес редакции и издателя:
119002, г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11.
Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: kvantik@mccme.ru сайт: www.kvantik.com

Подписка на журнал
в отделениях почтовой связи Почты России:
Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
Онлайн-подписка на сайте Почты России:
podpiska.pochta.ru/press/ПМ068

По вопросам оптовых и розничных продаж
обращаться по телефону **(495) 745-80-31**
и e-mail: biblio@mccme.ru

Формат 84x108/16

Тираж: 4000 экз.

Подписано в печать: 26.12.2024
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40

Заказ №

Цена свободная

ISSN 2227-7986



www.kvantik.com

kvantik@mccme.ru

vk.com/kvantik12

t.me/kvantik12



ПОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ		
Глаз как дрянной фотоаппарат.	<i>П. Волцит</i>	2
Приключения серебра.	<i>Г. Идельсон</i>	12
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ		
Правильный двенадцатиугольник и его диагонали.	<i>Н. Авилов</i>	8
ДЕТЕКТИВНЫЕ ИСТОРИИ		
Квантик на базаре.	<i>Б. Дружинин</i>	16
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК		
Задачи о часах.	<i>А. Заславский</i>	18
ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ		
Два вида волн.	<i>А. Бердников</i>	21
Как взвеситься в невесомости?	<i>Н. Солодовников</i>	IV с. обложки
ИГРЫ И ГОЛОВОЛОМКИ		
Ложка дёгтя в бочке мёда – 2.	<i>В. Красноухов</i>	22
КАК ЭТО УСТРОЕНО		
Тайна формата А4		24
ОЛИМПИАДЫ		
Русский медвежонок. Избранные задачи 2023 года		25
XCI Санкт-Петербургская олимпиада по математике. Избранные задачи I тура		26
ВСОШ 2024/25: Муниципальный этап в Московской области. Избранные задачи		27
Наш конкурс, VI тур		32
ОТВЕТЫ		
Ответы, указания, решения		28





ЗАДАЧИ О ЧАСАХ

Сейчас уже не каждый знаком с часами со стрелками, хотя ещё недавно они были повсеместно распространены и послужили поводом для многих интересных математических задач – например, сколько раз в сутки совпадают часовая и минутная стрелки и т.п.

В таких часах секундная стрелка совершает полный оборот за одну минуту, минутная – за один час, а часовая – за 12 часов. Поэтому, например, все три стрелки совпадают в полночь и в полдень. А есть ли между полуночью и полуднем ещё моменты, когда все три стрелки совпадают? А если нет, то могут ли они совпасть с небольшой погрешностью?

В этой статье мы ответим на этот вопрос, решив задачу 1.

Задача 1. Докажите, что в любой момент времени между 00:00:00,1 и 11:59:59,9 какие-то две стрелки часов образуют угол, больший $0,5^\circ$.

Поскольку сразу решить задачу 1 довольно сложно, разберём несколько задач попроще. Начнём с часов, имеющих только две стрелки.

Задача 2. Сколько раз строго между полуднем и полуночью совпадают минутная и часовая стрелки?

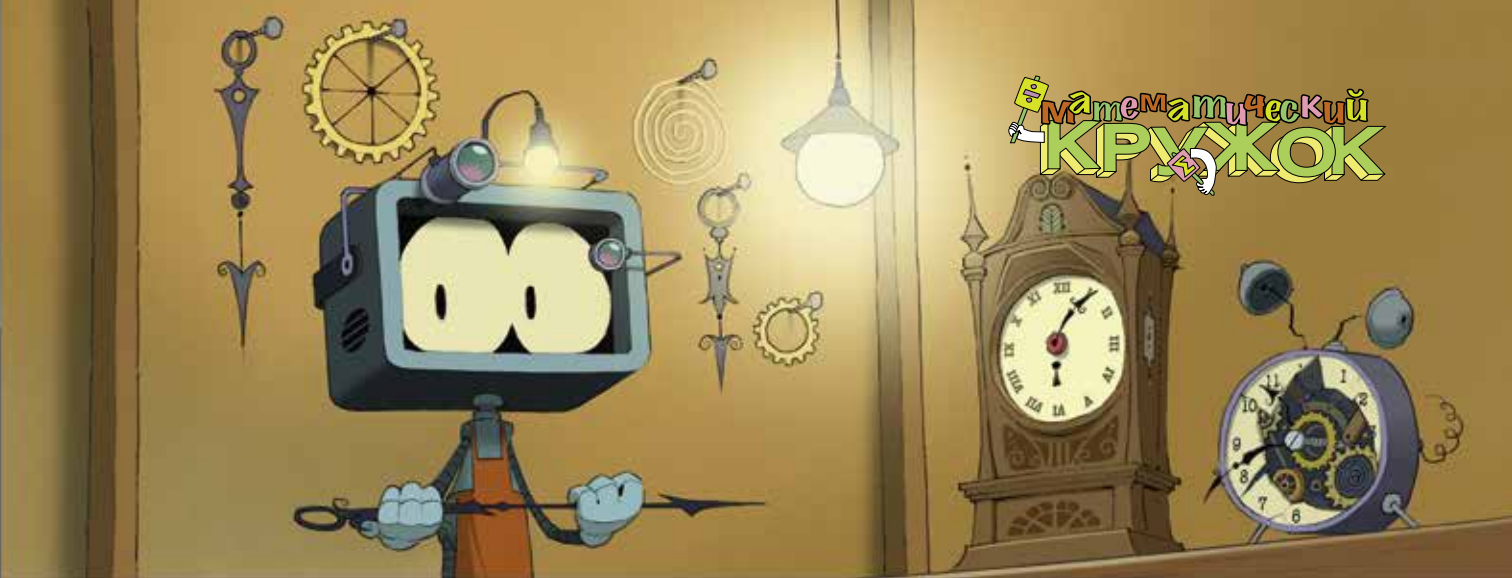
Ответ: 10 раз.

Решение. Чтобы стрелки совпали, минутная стрелка должна пройти на целое число оборотов больше часовой. Пусть доля полного оборота, пройденная часовой стрелкой, равна x (где $0 < x < 1$). Тогда минутная стрелка прошла $12x$, следовательно, $11x$ – целое число. Значит, $x = k/11$, где $k = 1, \dots, 10$ (значения $k = 0$ и $k = 11$, соответствующие полудню и полуночи, мы не считаем).

Задача 3. Рассеянный часовщик сделал часы с двумя одинаковыми стрелками. Сколько раз между полуднем и полуночью по этим часам нельзя определить время?

Ответ: 132 раза.

Решение. Время нельзя определить в те моменты, когда возможно поменять стрелки местами. Как и в предыдущей задаче, обозначим долю полного оборота, пройденную часовой стрелкой, через x . Тогда минутная стрелка прошла $12x$. Когда



часовая стрелка находится в положении минутной, пройденный ею путь равен $12x - n$, где n – какое-то целое число оборотов. Поэтому путь, пройденный минутной стрелкой, равен $144x - 12n$ и отличается от x на целое число оборотов. Следовательно, $x = k/143$, где $k = 1, \dots, 142$. Но 10 моментов, когда стрелки совпадают, надо исключить, поскольку в эти моменты время определяется однозначно.

Дополним теперь часы секундной стрелкой и решим аналог задачи 2.

Задача 4. Сколько раз строго между полуднем и полуночью совпадут все три стрелки?

Ответ: ни разу.

Решение. Как мы знаем, минутная и часовая стрелки совпадают, когда путь, пройденный часовой стрелкой, составляет $k/11$ полного оборота. Аналогично, для совпадения часовой и секундной стрелок этот путь составляет $m/719$ полного оборота, где $m = 1, \dots, 718$. Приравнивая эти выражения, получаем, что $719k = 11m$. Поскольку числа 11 и 719 простые, это равенство

возможно, только если k кратно 11 и m кратно 719, то есть совпадение будет лишь в полдень и в полночь.

Теперь, наконец, можно приступить к решению задачи 1. Прежде всего отметим, что за 0,1 секунды секундная стрелка проходит угол, равный $0,6^\circ$, а часовая – в 720 раз меньше. Поэтому в 00:00:00,1 и 11:59:59,9 угол между этими стрелками будет больше, чем $0,5^\circ$.

Далее, покажем, что для любого момента времени, когда секундная и часовая стрелки не совпадают, найдётся момент, когда секундная стрелка совпадает с часовой, а максимальный угол между стрелками меньше. Действительно, рассмотрим какой-то момент, когда секундная стрелка догоняет часовую. Если минутная стрелка в этот момент находится позади секундной, то угол между ней и часовой уменьшается. А если минутная стрелка находится впереди часовой, то уменьшается угол между ней и секундной. Аналогично, если секундная стрелка уже обогнала часовую, то угол между минутной и какой-то



другой стрелкой за время, прошедшее с момента совпадения, увеличится.

Таким образом, достаточно доказать утверждение задачи для моментов совпадения секундной и часовой стрелок. Как мы знаем, в эти моменты доля полного оборота, пройденная часовой стрелкой, равна $k/719$. Значит, минутная стрелка прошла $12k/719$, а поскольку она не совпадает с часовой, они образуют угол, не меньший $1/719$ полного оборота, что больше, чем $0,5^\circ$.

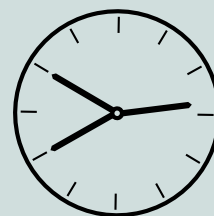
В заключение приведём ещё несколько интересных задач о часах. Надеемся, что теперь они не будут слишком сложными для читателей.

Задача 5. Известен следующий способ определять стороны горизонта по часам и солнцу: надо направить часовую стрелку на солнце, и тогда прямая, делящая пополам угол между часовой стрелкой и положением «1 час» на часах, укажет на юг. В чём секрет этого способа? В какое время года его лучше применять? В каких широтах он даст

более точные результаты? Как быть, если часы электронные? А как определить время по солнцу и компасу?

Задача 6. После того как Мартовский Заяц уронил часы в чай, у них изменилась скорость вращения секундной стрелки. В результате, кроме полудня и полуночи, все три стрелки стали совпадать и в некоторые другие моменты. Сколько всего в сутках таких моментов?

Задача 7. У часов, изображённых на рисунке справа, неизвестно, где верх, где низ и где какая стрелка. Зато известно, что часы показывают правильное время. Какое?



Задача 8. Муха в полночь села на секундную стрелку часов и до полудня каталась на стрелках, пересекаясь с одной на другую при каждом обгоне одной стрелки другой. Сколько кругов по циферблату она сделала и на какой стрелке оказалась в полдень?

Задача 9. Как с помощью двух часов измерить высоту дома?

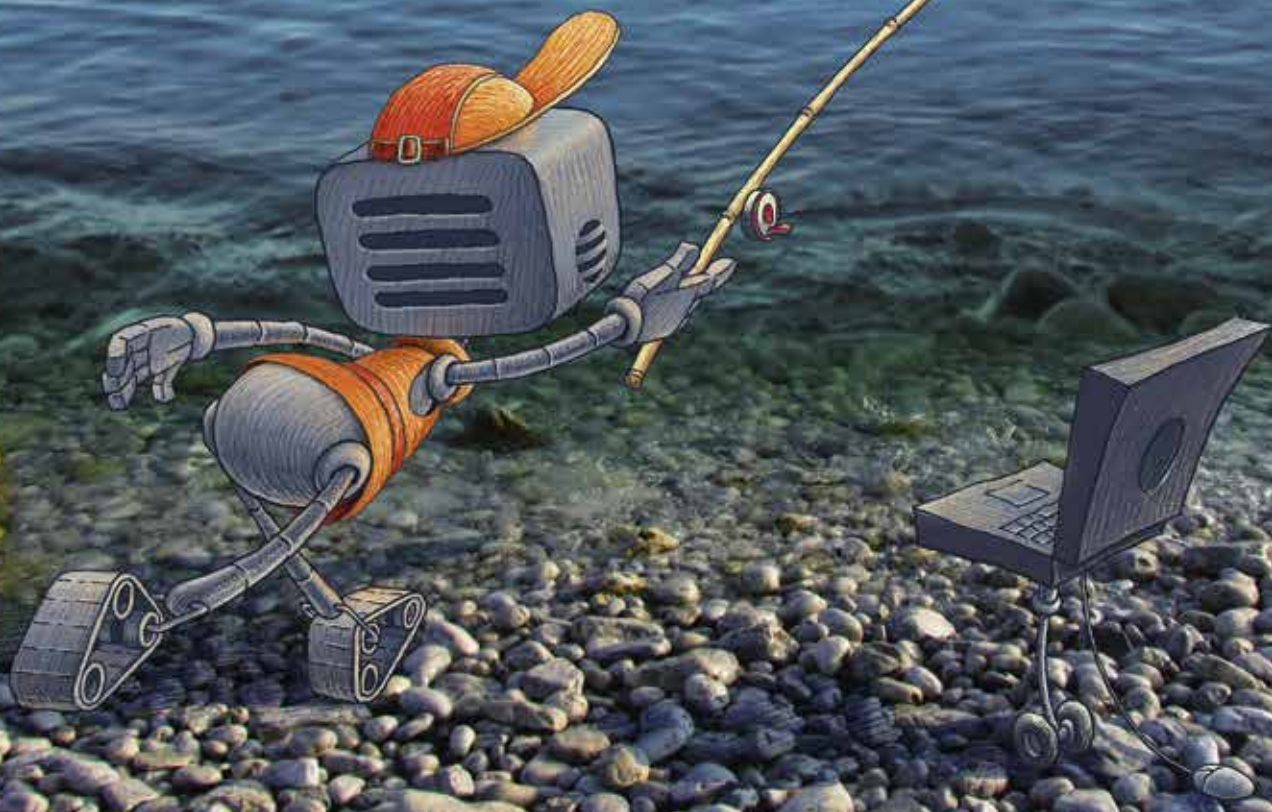
Художник Алексей Вайнер



Два вида волн

В бухте у берега видны большие волны (одна-две на фото), поверх которых идёт рябь поменьше. Однако большие волны идут к берегу, а мелкие – от берега. Объясните, как так получается, если ветра в бухте нет, и почему волны такого разного размера?

Автор Александр Бердников Фото автора Художник Yustas





олимпиады **наш КОНКУРС**

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **заочном математическом конкурсе.**

Второй этап состоит из четырёх туров (с V по VIII) и идёт с января по апрель.

Высылайте решения задач VI тура, с которыми справитесь, не позднее 5 марта в систему проверки konkurs.kvantik.com (инструкция находится по адресу kvantik.com/short/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу matkonkurs@kvantik.com, либо обычной почтой по адресу **119002, г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

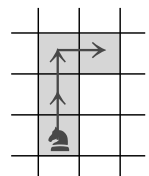
Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

VI ТУР

26. Маша, которая сейчас учится в школе, записала свою дату рождения в формате ДД.ММ.ГГ, используя шесть различных цифр. Могла ли Маша родиться в один из зимних месяцев? Ответ объясните.



27. Петя ходит шахматным конём, не отрывая его от доски (то есть конь посещает и промежуточные клетки хода, см. пример на рисунке). Может ли Петя, начав с какой-то клетки, обойти конём всю доску 5×5 , посетив каждую клетку ровно один раз?

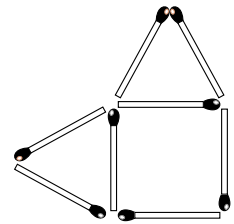


Авторы задач: Борис Френкин (26), Сергей Костин (27), Михаил Евдокимов (28), Николай Авилов (29), Максим Прасолов (30)

28. Вася называет натуральное число, состоящее из ненулевых цифр, красивым, если и произведение, и сумма его цифр делятся на 100. Найдите наименьшее красивое число и докажите, что меньше него красивых чисел нет.



29. Из спичек сложен квадрат, а на двух его сторонах из спичек построены равносторонние треугольники. Получился невыпуклый шестиугольник. Переложите две спички внутри него так, чтобы он разделился на две части, равные по форме и по размеру. (Спички не должны выходить за пределы шестиугольника, их нельзя ломать, нельзя накладывать друг на друга.)



30. Четверо ребят получили от воспитательницы по игрушке. Потом она собрала эти четыре игрушки и снова раздала ребятам так, что каждый получил ту игрушку, которой у него до этого не было.

а) Верно ли, что вне зависимости от того, как были выданы игрушки до этого, воспитательница сможет собрать игрушки и раздать их в третий раз так, чтобы каждый получил новую?

б) А в четвёртый раз? Ответ объясните.

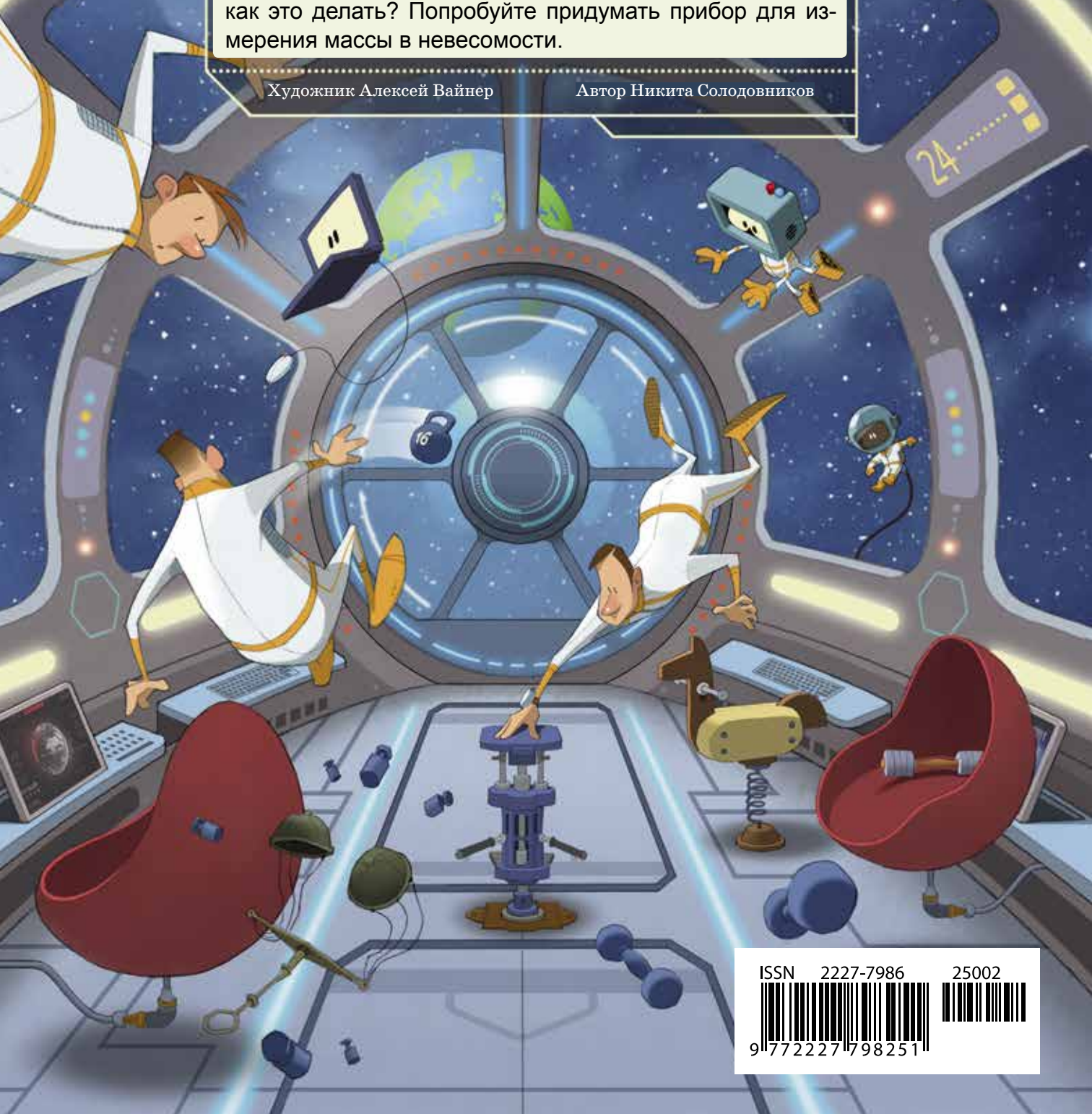


КАК ВЗВЕСИТЬСЯ В НЕВЕСОМОСТИ?

Астронавтам на космическом корабле необходимо проверять свой «вес» из медицинских соображений. Но как это делать? Попробуйте придумать прибор для измерения массы в невесомости.

Художник Алексей Вайнер

Автор Никита Солодовников



ISSN 2227-7986 25002



9 772227 798251