

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Александр Бердников

М о л о т ы й

К о ф е



Как-то раз Лёша и Антон собрались съездить на неделю на дачу. Антон обожал пить по утрам крепкий кофе и потому решил им основательно запастись. Но вот незадача: когда он вспомнил про свой любимый напиток, в его огромной сумке после всех сборов осталось совсем мало места. Как он ни пытался перекладывать вещи, ничего больше маленькой баночки в сумку не влезало. А полной баночки кофе хватало только на пять дней. Антон уже начал терять терпение, пытаясь решить возникшее затруднение. Молча наблюдавший за ним Лёша не мог понять, что это Антон так прицепился к этим двум порциям: ну будет кофе чуть более или чуть менее крепким, какая разница-то? Но Антон был тот ещё педант: подобные мелочи значили для него куда больше, чем для Лёши.

Наконец, яростно сверля взглядом уже не так горячо любимый кофе, он заметил щели между отдельными гранулами. И тут его осенило!

– Придумал! – воскликнул он. – Сейчас я этот кофе помолю, в смысле, перемелю, короче, молотым сделаю! Тогда между гранулами пробелы станут меньше, и всё как раз в банку влезет.

– Погоди-ка, – прервал его Лёша. – Пробелы-то, конечно, уменьшатся, но их станет гораздо больше. Кто знает, больше тогда в банку поместится или меньше?

– Да, непонятно... Надо бы с этим разобраться прежде, чем всё молоть, вдруг только хуже станет? Да и самим интересно додуматься.





ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



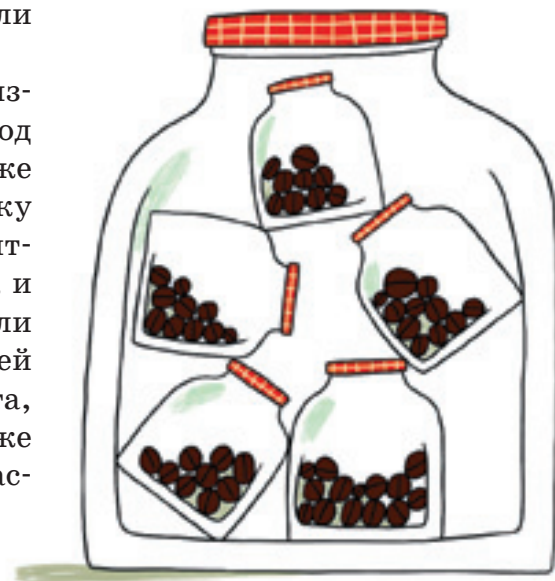
А как вы думаете, удастся таким способом сэкономить место или станет только хуже? А может быть, в обоих случаях кофе займёт один и тот же объём?

– Только я что-то не пойму, как к такой задаче подступиться. Там же кусков немерено, да все неправильной формы, – помрачнел Лёша. – Да и как понять, как они в банке располагаются?

– Ну, это понимать вроде и не обязательно. Надо только разобраться, чем различаются эти два случая, а как конкретно устроен каждый из них – не важно.

– Чем они отличаются, говоришь? Да только размером крупиц. Наверное, можно считать, что крупицы просто, к примеру, во сто раз меньше стали по объёму, и их стало больше, соответственно, в сто раз. О, значит, если его перемолоть, будет то же самое, как если бы взяли сто твоих баночек кофе и ссыпали в кучу, а потом ещё и в сто раз уменьшили.

– Ух ты! – подхватил Антон. – Значит, объём не изменится. Ведь если крупицы помолоть, а потом под увеличительным стеклом посмотреть – будет та же картина, словно и не мололи. Поэтому если банку мысленно в сто раз уменьшить по объёму, получится как бы немного молотого кофе, только, понятно, и кофе, и пустого места в сто раз меньше станет. И если из ста таких банок потом исходную составить, в ней получится сколько и было и кофе, и пустого места, только кофе уже как будто молотый! Слушай, это же что получается – плотность, ну то есть отношение мас-



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

сы к объёму, у порошка не меняется! Хотя что это я радуюсь, что с кофе-то делать, всё равно непонятно.

– Да, сколько его не мели, лучше не становится. Что же делать-то?

Пока друзья думают, попробуйте найти какой-нибудь выход из этой ситуации. Подсказка: всё же можно обойтись одним лишь измельчением, но догадаться до решения не так-то просто, так что не опускайте руки раньше времени!

Подумав, Антон заявил:

– Нет, наверняка должен быть какой-то способ! Плотность порошка из-за щелей между крупинками явно меньше, чем у самого кофе. Надо как-то этим воспользоваться, избавиться от щелей...

– Точно! – осенило Лёшу. – Если насыпать полную банку немолотого кофе, а не влезавший остаток хорошенько измельчить, то его можно будет засыпать в промежутки между крупными частичками! Ведь так?

– Вроде всё выглядит правильно... Но как же так получается, что и крупный, и мелкий помолы не помещались (они имели одинаковую плотность), а их смесь влезла (она большей плотности, чем то, что смешивали)?

– Так если бы мы просто слой крупного кофе насыпали, а поверх него «положили» слой мелкого, ничего бы и не получилось. А мы ещё после этого заставляем эти слои друг в друга проникать. Вот и получается, что в банку уже больше влезает.

– И вправду. Смотри, а я ещё один способ понять всё это придумал. Представь, что мы сначала полную банку мелким кофе засыплем. Влезет, как мы уже поняли, столько же, сколько и раньше. А теперь много областей размером с большую крупинку заменим этой самой крупинкой. Но она ведь сплошная, в ней-то щелей уже нет! Вот и получится в той же области больше масса.

– Да, это почти то же самое рассуждение, только «с точки зрения» уже мелкого кофе. А я вот ещё что подумал. Сколько сам кофе, без промежутков, объёма занимал? А какая, собственно, разница, пусть, к примеру, $\frac{3}{4}$. То есть щели занимают $\frac{1}{4}$. Засыпав гораздо бо-



лее мелкий помол, мы уже у этих щелей только $\frac{1}{4}$ незанятыми оставим. То есть доля пустого места уже

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}.$$

– Ну да, щелей стало меньше, это-то мы и так выяснили.

– Ты дальше слушай. Если бы могли ещё более мелко помолоть, можно было бы эту «кофейную пыль» снова засыпать в оставшиеся промежутки, и незанятым осталось бы лишь

$$\frac{1}{16} \cdot \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}.$$

Такую процедуру можно было бы проделывать сколько душе угодно, и свободного пространства останется

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \dots \approx 0,$$

то есть мы займём почти весь объём.

– погоди, погоди! Это что же получается? – изумлённо воскликнул Антон. – Если бы у нас были не крупинки кофе, а какие-нибудь раскоряки, тонкие такие, ветвящиеся, то понятно, что если их в кучу свалить, то свободное место в куче останется чуть ли не всё. Обозначим его долю через x , это будет почти 1, но всё-таки не всё, то есть $x < 1$. Тогда, беря меньшие копии этих коряг и засыпая в промежутки, получим, что сначала доля пустого места будет x , потом x^2 , x^3 и так далее, чем дальше, тем меньше. Рано или поздно она станет меньше хотя бы $\frac{1}{10}$. То есть мы почти всё пространство заполнили этими корягами (правда, разного размера, ну и что?), которые, казалось, как ни складывай, плотно никак не уложишь! Прямо магия какая-то!

– Да, чудеса сплошные. Давай теперь это попробуем на практике применить!

Таким образом, кофе поместился-таки в банку в устраивающих Антона количествах и сумка, наконец, была сложена. Но куда большее удовольствие друзья получили не от избавления от бытовой проблемы, а от той интересной и удивительной задачи, которую они решили. Надеюсь, вам она понравилась не меньше!

